UNESP
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - CAMPUS DE RIO CLARO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Do Significado da Escrita da Matemática na Prática de Ensinar e no Processo de Aprendizagem a Partir do Discurso de Professores

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos - Científicos, para a conclusão do curso de Doutorado em Educação Matemática.

Antônio Pádua Machado

Orientadora:
Profa. Dra. Maria Aparecida Viggiani Bicudo

Rio Claro
2003

Resumo

Este texto é referente à investigação que realizamos norteados pela interrogação "*O que é isto, a escrita da Matemática*?", na qual, por uma abordagem de pesquisa qualitativa proximamente preceituada pela fenomenologia husserliana, buscamos pelo significado da escrita da Matemática na prática de ensinar e no processo de aprendizagem, a partir das experiências vividas por professores, nos oferecidas por meio de seus depoimentos sobre o objeto interrogado.

As análises qualitativas da pesquisa nos revelaram o fenômeno interrogado numa estrutura significativa em três grandes categorias de significados, que as interpretamos mediante obras de autores estudados nos domínios da interrogação e os discursos dos sujeitos entrevistados: "*Realização da linguagem na Matemática*", compreendida como o esforço construtivo de buscar significados matemáticos por meio do suporte da escrita; "*Letramento matemático*", compreendido como o desenvolvimento de um conjunto multidimensional de condições, indo das primeiras manifestações gráficas a quaisquer aspectos ligados às atividades letradas da Matemática, e "*Aparecimento da Matemática para o aluno*", como o visado feito prático que o sujeito experimenta ao encontrar nas elaborações sintáticas da escrita da Matemática as noções ou objetos de referências abstratas, no que o professor pensa e trabalha com seu aluno.

Abstract

This study was guided by the question, "*What is 'writing' in mathematics*?" A qualitative approach closely based on Husserlian phenomenology was used, in which we sought to understand the meaning of "writing" in the pratice of teaching mathematics as well as in process of learning, based on the lived-experiences of the teacher, offered to us in the way of depositions on the subject of inquiry.

The qualitative analyses revealed the phenomenon to us in a meaningful estructure in three broad categories of meaning, which we interpreted aided by the writings of authors we studied pertaining to the domains of the research question and the discours of the subjects interviewed: "*Realization of the language in mathematics*", understood as a construtive effort to seek mathematical meanings with the aid of writing; "*Mathematical literacy*", understood as the development of a multi-dimensional set of conditions, ranging from the first graphic manifestations to any aspects related to reading and writing in mathematics; and "*Emergence of mathematics of the student*", such as the practical, desired accomplishment that the subject experience upon encountering, in the syntatic elaborations of mathematical writing, the notions or objects of abstract reference that the teacher uses to think and work with his/her student.

SUMÁRIO

Capítulo I

Introdução

A interrogação e a sua abordagem

Este trabalho é uma investigação qualitativa cuja abordagem persegue os preceitos da fenomenologia husserliana, e uma compreensão inicial dessa alternativa, é que não temos um problema a resolver, mas uma interrogação[1] a explicitar e a responder, não sobre um fato que podemos controlar após sua definição, mas sobre um fenômeno que nos vem a ser desvelado em si mesmo, em sua situação quanto aos aspectos alcançados pela própria abordagem que empreendemos norteados pela interrogação.

"*O que é isto, a escrita da Matemática*?" é a nossa interrogação, que nos conduz na trajetória da pesquisa. Portanto, neste trabalho buscamos pelo significado da escrita da Matemática no ensino e na aprendizagem, o que realizamos mediante depoimentos de professores que vivenciam o interrogado nas suas práticas de ensinar Matemática e nas suas experiências de estar com o aluno, orientando-o em seu processo de aprendizagem.

Para essa abordagem, V. S. Kluth[2] explicita o sentido da interrogação e a caracteriza como a unidade da historicidade do sujeito, posta em um só ato de perplexidade, onde já inicia o trabalho na parte noética, do investigador reflexivo, e que a autora diz ser o lado mais "frutífero" da investigação. Conforme Bicudo[3], a interrogação é o ponto mais importante nessa modalidade de pesquisa, porque, ao ser dirigida, indica a trajetória da

---

[1] Martins, Joel. A fenomenologia como alternativa metodológica para pesquisa - algumas considerações. In: Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos, caderno 1, 1990, pp. 33-46.

[2] Kluth, V. S. Do Significado da Interrogação para a Investigação em Educação Matemática. In: BOLEMA 15, Rio Claro: UNESP, 2001, pp. 69-82 (74).

investigação, definindo procedimentos, definindo sujeitos e orienta a direção das análises dos dados.

A historicidade do investigador, que Kluth diz haver na interrogação, a percebemos em nossa atentividade. Perguntamos: "*O que é isso, a escrita da Matemática*?", inteiramente movidos por um passado de experiências que construíram nossa inquietação e que apresentamos nos termos dessa interrogação. Percebíamos como aluno, como professor, e percebíamos em nossos alunos, que nosso envolvimento com a escrita da Matemática era intenso e perplexo. A Matemática nunca acontecia como um assunto espontâneo, de ser falado oralmente com comunicabilidade. Eram atividades realizadas estritamente como tarefas didáticas obrigatórias, no plano do escrito. Daquele jogo gráfico originavam-se todos os sobressaltos da experiência matemática. Pudemos perceber que, sem essa transferência da construção intuitiva para a construção gráfica na escrita, não haveria a atividade matemática que estávamos a realizar. Pudemos supor que haveria aspectos variados nesse fazer que necessitávamos trazer ao conhecimento e, então, adequar nossas experiências a tais conhecimentos. Buscamos orientação e formulamos a interrogação. Com ela já, como parte integrante da pesquisa, conforme prevê Kluth, passamos a buscar aquele desejado conhecimento sobre aspectos do interrogado, e realizamos a investigação que aqui trazemos.

Vivemos o presente ainda apegados à nossa interrogação, mas, exatamente, dando a ela as respostas que alcançamos com a investigação realizada. É um presente tenso, de olhar para os resultados, para a interrogação, para o passado, e de perguntar: *é isto , a escrita da Matemática*?. Olhamos atentamente para o trabalho, para a trajetória percorrida, e vemos que chegamos a pontos próprios da trajetória, e que o fenômeno psicológico, que Kluth[4] estudou em Husserl como sendo o fenômeno da vivência particular, dá lugar ao fenômeno, como o que se mostra para a comunidade de sujeitos que o vivenciam. A escrita da Matemática, exercitada na educação escolar, veio se

---

[3] Bicudo, M. A. V. Fenomenologia - confrontos e avanços. Cortez: São Paulo, 2000, p. 81.
[4] Kluth, op. cit. p. 79.

mostrando em três faces ou categorias: "Realização da linguagem na Matemática", "Letramento matemático" e "Aparecimento da Matemática para o aluno", com os desdobramentos e explicitações que a investigação traz mediante estudos que realizamos em autores, a documentação dos depoimentos e de suas análises, e as interpretações temáticas que realizamos dessas três categorias de significados, que ficam, por essa investigação, estabelecidas como a estrutura eidética do fenômeno.

No futuro, a interrogação continuará lá. Agora com o objeto interrogado modificado, já tendo faces à mostra e uma trajetória de pesquisa percorrida. Nesse "viveremos", as verdades da pesquisa estão sempre sendo interrogadas, pois, conforme Martins[5], não são verdades absolutas; estarão sempre sendo interrogadas e haverá múltiplas verdades para mostrar o fenômeno em múltiplas perspectivas, nunca atingindo a objetividade pura, mas em progresso. O fundo que destaca essa compreensão é que, para o pensamento da fenomenologia, conforme Bicudo[6] e Bogdan & Biklen[7], a realidade é socialmente construída, não sendo mais que o significado das nossas experiências, e, ainda conforme Bicudo, a construção do conhecimento e a construção da realidade constituem um mesmo movimento.

A fenomenologia emprega uma forma de reflexão que permite ao sujeito olhar as coisas como elas mesmas se mostram e, conforme Matins[8], é uma alternativa que Husserl propôs entre o discurso especulativo da metafísica e o raciocínio das ciências positivas, que, como experienciamos neste trabalho, vai em busca das essências do fenômeno mediante as manifestações de características invariantes cujos procedimentos preceituais as revelam ao sujeito que se encontra intencionalmente dirigido para a busca.

Um conceito característico dessa alternativa husserliana, que define o estado do sujeito pesquisador por toda a investigação, é o da *intencionalidade*

---

5 Martins (1990), op. cit. p. 41.
6 Bicudo (2000), op. cit. p. 65.
7 Bogdan, R; Biklen, S. Investigação Qualitativa em Educação. Porto (Portugal): Porto Editora, 1999, pp. 53-57 (54).
8 Martins (1990), op. cit. p. 37.

da consciência[9], que é a condição do investigador estar atentamente voltado para a interrogação e para os preceitos da atitude fenomenológica, no que reside o rigor do trabalho a se refletir nos resultados obtidos.

Conforme Martins[10], no entender que concebe a fenomenologia, não há a consciência humana que surja de si para si própria. Essa concepção existencial tem que a consciência é sempre consciência de alguma coisa e não há fenômeno que não seja para uma consciência. Esse é o modo com que, nesse presente que vivemos o fechamento do círculo da nossa investigação, devemos dizer que a escrita da Matemática é um fenômeno para nós. Nossa intencionalidade a colocou em suspensão mediante a interrogação e a descrevemos com o exercício dos demais procedimentos. Diz Martins[11] que esse é o pensar que define a fenomenologia como "ciência descritiva das essências da consciência e de seus atos".

Outra característica fundamental da abordagem husserliana, inerente ao preceito de que o pesquisador não explora princípios explicativos, mas descritivos, é que, então, não há teorias definitórias do fenômeno *a-priori*[12], para o pesquisador. Ele apenas interroga. Outros conhecimentos só têm lugar na investigação como argumentos do pesquisador na interpretação de resultados obtidos, se assim prover, como efetivamente realizamos no desenvolvimento do Capítulo V, da interpretação das categorias, ao construir a compreensão sobre as categorias de significados que alcançamos.

Antes que se estabeleça uma inteligibilidade do fenômeno, quanto a ele o pesquisador vive no seu pré-reflexivo. Portanto, ao se conduzir pelos preceitos fenomenológicos, antes que os possíveis aspectos do fenômeno venham a lhe dar uma estrutura eidética, é necessário que o pesquisador evite as influências das teorias explicativas sobre ele. Essa é uma exigência da redução fenomenológica para o encontro fenômeno-pesquisador.

---

9 Idem.
10 Ibidem, p. 38.
11 Idem.
12 Ibidem, p. 40.

Em nosso trabalho, como é preceituado[13], após situado o fenômeno percorremos uma sucessão de passos. Inicialmente, realizamos as entrevistas, que foram registradas em fita magnética. Depois transcrevemos os depoimentos e assumimos essas transcrições como descrições das experiências dos nossos sujeitos. Em seguida, realizamos a análise individual em cada descrição, por atentas leituras e releituras, apreendendo as unidades de significados, que são unidades da descrição, que nos fizeram sentido a partir da interrogação[14], e que deixamos destacadas nas transcrições dos depoimentos e expostas no Capítulo III. No terceiro passo, retomamos as unidades, ainda uma a uma, e destacamos o significado contido em cada uma delas. No quarto passo, buscamos as convergências, sintetizando as unidades com significados comuns, construindo os chamados conjuntos de invariantes. Por último, ainda reexaminando as unidades de significados que julgamos centrais em cada convergência, buscamos articular os conjuntos de invariantes que evocam um mesmo tema, e assim obtivemos as nossas três grandes categorias de significados.

Para a fenomenologia, essas categorias não são formas apriorísticas do pensamento, mas são entendidas como um conjunto de significados que revelam a forma do ser[15], que, para nós, então, são conjuntos de significados que nos revelam a forma do *ser* da *escrita da Matemática*, às quais apresentamos nossa interpretação mediante a construção do Capítulo V.

Quanto aos sujeitos da pesquisa, são professores de Matemática em atividade nas suas carreiras há vários anos; vêm atuando no Ensino Fundamental, no Ensino Médio e no Ensino Superior em cursos de formação de professores. São profissionais que escolhemos pelo envolvimento que já experienciaram no ensino da Matemática, nas diferentes formas da escrita aparecer. A eles, visando à nossa interrogação norteadora, apresentamos a única pergunta:

---

[13] Ibidem, pp. 43, 44.
[14] Bicudo (2000), p. 81.
[15] Hessen, J. Teoria do Conhecimento. Coimbra (Portugal): Coleção Stvdivm (1925), 1960, pp. 163, 164.

Como você vê o significado da escrita da Matemática na sua prática de ensinar Matemática, e como você entende o significado da escrita da Matemática no processo de aprendizagem do seu aluno?

Responderam-nos oralmente a essa única pergunta, mediante discursos livres de qualquer formalidade. Gravamos os depoimentos, como já mencionamos, transcrevemos literalmente e obtivemos os textos escritos, constituindo-se nos dados, que viemos a analisar. Tendo em vista suas experiências e engajamentos no ensino, os sujeitos vieram a nos auxiliar com seus depoimentos, bem pronunciados e carregados de significados, como podemos lê-los na íntegra, no Capítulo III. Lá deixamos destacadas, como já dissemos, as falas significativas que elegemos como unidades de significados. Estas unidades são partes da transcrição do depoimento, que distinguimos em sentenças curtas ou mais longas, cujos temas evocam a atenção como pesquisador por possuirem sentido de resposta à interrogação formulada.

Leituras e compreensões iniciais

Realizamos estudos sobre a escrita nos domínios da lingüistica e da filosofia da linguagem desde que nos pusemos a trabalhar com nossa interrogação, não para construir qualquer sustentação teórica, mas para conhecer conceitos e compreensões que possamos levar aos domínios da escrita da Matemática, para o sentido da nossa investigação.

O conhecimento do significado da *escrita da Matemática*, na prática de ensinar do professor, e no processo de aprendizagem do aluno, é uma busca que estamos assumindo por vislumbrarmos que tal conhecimento virá em prol do ensino e da aprendizagem da Matemática, quanto à distinção das diferentes entidades, a escrita da Matemática e a Matemática.

Para ilustrar o modo como vemos a presença das duas entidades, a escrita da Matemática e a Matemática conceitual, e a importância da nossa investigação quanto ao significado da primeira sobre as práticas de ensino e aprendizagem da segunda, tomamos uma questão posta por J. G. Frege[16], no início da introdução de sua obra, “Os Fundamentos da Aritmética”: *o que é o número um?* ou ainda, *o que significa o sinal 1?*

Naquela parte, o autor apenas quer discutir o conceito de número tendo como preocupação que, sem apreender acuradamente os conceitos, mesmos os mais simples, o rigor é ilusório. Não toca de propósito em fatos da escrita, mas, ao colocar a questão do conceito de número, indagando-se sobre o significado do sinal gráfico do número um, nos atinge no âmago da investigação: em que medida o significado da escrita comunga com o que é o referente?

Entendemos que a investigação trará resultados quanto a uma contribuição na organização discursiva do professor sobre os objetos simbólicos/abstratos e os significados referenciais da Matemática; quanto à obtenção de diretrizes para orientar atividades que trabalhem com a linguagem, com a linguagem simbólica, com esquemas próprios dos alunos etc., por onde podemos explorar os aspectos sintáticos e semânticos dos conteúdos a serem abordados; quanto a possíveis subsídios para orientação de procedimentos didáticos e de ações pedagógicas no ensino de Matemática.

Citando aspectos encontrados na literatura, que combinam com a noção de aprendizagem, Ana Teberosky[17], ao tratar da comunicação por escrito no contexto da alfabetização, cita três entendimentos: a escrita como a confluência de um instrumento e o exercício de uma capacidade intelectual; nas principais línguas antigas, a escrita tem a etimologia do ato de escrever e, numa primeira definição, a *escrita são marcas gráficas no lugar de algo, mas não todo tipo de marca nem no lugar de qualquer algo.*

Nesses entendimentos de Teberosky sobre a escrita, podemos articular idéias e verbalizar a importância que asseveramos ter o desenvolvimento desse trabalho para a aprendizagem Matemática. Ao

---

[16] FREGE, Johann Gottlob. “Os fundamentos da aritmética: uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número (Os Pensadores). São Paulo: Abril Cultural, 1974, pp. 203-211.

[17] TEBEROSKY, A. “Para que aprender a escrever?”. In: Ana Teberosky e Liliana Tolchinsky (org),

assumirmos o primeiro entendimento da autora sobre a escrita, a aprendizagem Matemática fica por nós compreendida como o exercício de uma capacidade intelectual sobre a construção de conceitos, numa atividade estruturante de conhecimento, do nosso sistema cognitivo. Seria tão somente isso se nos referíssemos apenas à construção introspectiva do conhecimento. Mas, nosso modo de estar-no-mundo nos propõe uma "linguagem de ação", que como a compreendemos nos dizeres de Condillac[18], é, nos termos colocados por Teberosky, ao explicitar os três entendimentos anteriores, um "instrumento" de nossa intersubjetivação, o que completa nossa compreensão de aprendizagem Matemática. Estar-no-mundo é a expressão que estamos utilizando ao compreender a "meta-base" de todo conhecimento, afirmada por Bicudo[19], segundo a atitude fenomenológica explicitada por Edmund Husserl, como a do conhecimento ser subjetivo/intersubjetivo/objetivo. Ou seja, segundo essa atitude, o conhecimento não está circunscrito somente à vida subjetiva do sujeito, mas ao seu mundo-vida, onde o outro é co-presente.

Compreendemos que, na aprendizagem Matemática, a escrita é a linguagem de ação que vem cumprir a confluência de um instrumento com a capacidade intelectual de construir conhecimento. A partir do nível subjetivo, quando exercemos nossa "*razão gráfica*"[20], especialmente nas possibilidades interditadas ao exercício simplesmente oral da linguagem, passando pelo estado intersubjetivo e indo ao conhecimento objetivo, a *escrita da Matemática*, conforme a vemos, cumpre suas funções, que nos tornam com conhecimento no mundo. Essa particular compreensão é parte do que nos constitui como sujeito voltado para nossa interrogação.

Além da alfabetização. São Paulo: Ed. Ática, 1996, pp. 19-34.

18 CONDILLAC, Étienne Bonnot de, "A língua dos cálculos", col. Os pensadores, Ed. N. Cultural, Vol 27, 1974, pp. 143-145. Condillac é um filósofo francês do século XVIII, que teorizou uma lógica que não é uma teoria das proposições, mas uma arte da análise e do bem pensar; afirma que a álgebra é uma língua bem feita, pois na qual nada parece arbitrário.

19 BICUDO, M. A. V. "A contribuição da fenomenologia à educação", in Fenomenologia, uma visão abrangente da educação, Maria Aparecida Viggiani Bicudo e Issabel Franchi Cappelletti (orgs), Ed. Olho d'Água, 1999, pp. 24, 48.

20 Auroux, S. Filosofia da linguagem. São Paulo: Ed. UNICAMP, 2000, pp. 73, 74.

No cotidiano do ambiente escolar, se o sujeito não escreve o que se pôs a aprender, então é considerado que não aprendeu. Mas o significado da escrita da Matemática, que esta investigação pretende expor, pode explicitar a relação que possa existir entre "o ser capaz de escrever" e "o conhecer o que deve ser escrito". Isso converge para o terceiro entendimento de Teberosky, que afirma que escrever em Matemática é produzir marcas gráficas na superfície plana, marcas que estarão no lugar de objetos puramente abstratos que habitam a mente do sujeito. Se escrevemos um polinômio algébrico, segundo a língua da álgebra[21], ali estão presentes marcas gráficas no lugar de algo. Então, há duas entidades aparentemente distintas, o polinômio algébrico e as marcas gráficas em seu lugar, que utilizamos como linguagem de ação sobre o ente Matemática.

Esse trabalho caminha para a clareza de que a aprendizagem Matemática é um conceito a ser desdobrado. Há a construção dos significados referenciais, ou seja, o entendimento conceitual puro, e algo mais, necessário a completar a significação, a escrita. Os significados referenciais compreendemos ser objetos da Filosofia da Matemática; a escrita a estamos concebendo até aqui como realizadora da língua, o que julgamos ser do campo de estudos da aprendizagem. Como expõe Sylvain Auroux[22], em sua obra "A filosofia da linguagem", nossa tradição lingüística utiliza a técnica intelectual da escrita para representar, para construir, para transmitir o saber.

A importância da presente pesquisa para a Aprendizagem da Matemática é, também, ser um trabalho que estará trazendo preenchimento para a conceituação do "ensinar Matemática" e do "aprender Matemática", uma vez que, qualquer que seja o significado de escrita da Matemática que venha a ser revelado no final da investigação, será um significado construído sobre estudos e vivências da linguagem realizada pela escrita, o que estará trazendo ao professor uma sugestão que pode ampliar ou diversificar o seu

[21] CONDILLAC, op. cit. p. 144.
[22] Auroux, op. cit. p. 83.

entendimento sobre o que seja ensinar Matemática pelo seu lado, e o que seja aprender Matemática pelo lado do aluno.

Auroux expõe que a escrita não é qualquer manifestação gráfica, mas só vem a ser empregada a partir de quando se atribui o objetivo de representar a linguagem. Nesse sentido, o disciplinamento lingüístico que procuramos trazer a este trabalho, quanto à compreensão sobre linguagem, língua e escrita, na seqüência de realização dessas entidades, é o discernimento que entendemos ser valioso para a condução da aprendizagem. As atividades de Ensino e aprendizagem da Matemática dão-se, conforme o que já podemos sintetizar das leituras realizadas, numa trama construída na língua, fixada pela escrita. Ou seja, ensinar e aprender são atividades que se reúnem nas expressões gráficas, que dão "realidade" à língua, que é o lugar, como afirma Condillac[23], onde se realizam as "analogias" levadas a efeito pelas linguagens de ação, que é onde se manifesta o conhecimento efetivamente construído pelo sujeito.

Segundo F. de Saussure[24], a língua é um produto social depositado no cérebro de cada um; a escrita é um processo estranho ao sistema interno da língua, mas a representa inteiramente. Ora, entendemos que a aprendizagem é um processo de desenvolvimento de aptidão, como distingue Castro Rocha[25], que se dá principalmente sobre as manifestações, por meio da língua. Se esta se faz representar, assim, tão inteiramente pela escrita, então nossa interrogação se preenche de sentido e, nesse preenchimento, já vislumbramos ganhos para as atividades discursivas do ensino, aquelas que daqui podem surgir acerca dos aspectos em torno da atenção e do uso da escrita como meio de tanger os referentes matemáticos.

Apesar do desdobramento que vimos realizando sobre as vantagens deste trabalho para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática, julgamos que tais vantagens, neste momento do trabalho, podem ser reduzidas a uma só, a

---

[23] CONDILLAC, op. cit. p. 43.
[24] SAUSSURE, F. "Curso de lingüística Geral", Ed. Cultrix, 1987, p. 33.
[25] Castro Rocha, M. A. Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos, caderno 2, São Paulo: SE&PQ, 1991, pp. 113-121.

de estarmos dirigindo a atenção a um aspecto que, na nossa compreensão, é, ao mesmo tempo, um dos mais visíveis e um dos menos percebidos. Não são fartas as considerações, em trabalhos próprios da Educação Matemática, que distinguem a escrita da Matemática do que seja a própria Matemática. Nos trabalhos sobre o uso ordinário da língua, a distinção entre a língua e o universo de conceitos é usual. Nesse campo é que encontramos a definição de Teberosky, que considera a escrita como marcas gráficas no lugar de algo. Dado o modo genérico com que a autora se pronuncia, e os termos em que o faz, assumimos essa distinção como aquela que queremos atribuir entre escrita da Matemática e Matemática. O "algo" dito pela autora, assumimos em Matemática como sendo os conceitos ou os referentes matemáticos. Imagem acústica e conceito são as duas entidades saussureanas, definidas pelo lingüista como as componentes do signo, que é a unidade da significação. Neste trabalho, iremos considerá-las como imagem gráfica e conceito, tendo em vista nossa consideração de que na Matemática é com a escrita que realizamos a língua e, por conseguinte, a linguagem.

A abordagem lingüística que encontramos da *significação*[26] é outro ponto que consideramos relevante nas vantagens que trará esse trabalho, quando intentamos situar na escrita da Matemática o significante saussureano, que compõe com o significado a unidade signo lingüístico, que é unidade da significação. O texto não o é sem o significado[27]. Nesse contexto, R. C. Lins[28], expondo sobre sua teoria dos campos semânticos, afirma que quem pode dizer se algo é ou não um texto é o leitor, na medida em que produz um significado para ele. Em pensamentos filosóficos sobre o signo, Merleau-

[26] Ducrot, O. e Todorov, T. Dicionário Enciclopédico das Ciências da Linguagem. São Paulo: Perspectiva, 2001, pp. 101-105(102).

[27] Devemos entender "significado" assim empregado, como a representação do significante na linguagem, e não puramente como a "acepção da palavra".

[28] LINS, R. C. "Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática", in Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas, Maria Aparecida Vigiani Bicudo (org), Ed. UNESP, 1999, pp. 75-94.

Ponty[29] afirma que “a significação anima as palavras como o mundo anima nosso corpo”.

Associando a significação à nossa interrogação acerca da escrita da Matemática, buscamos tratá-la por meio dos conceitos da lingüística moderna, por ser o nível normativo da língua na realização da linguagem, mas também nos apoiamos nos pensamentos clássicos da filosofia da linguagem, que têm a linguagem nas concepções existencialistas sobre Ser.

Ainda procurando constituir-nos como sujeito pesquisador com a interrogação que aportamos, realizamos uma revisão em relação aos autores da Educação Matemática, procurando conhecer trabalhos que de alguma forma tocam em aspectos da escrita da Matemática, e trazemos no Capítulo II (seguinte) breves considerações sobre o significado da escrita sobre aspectos da "*Alfabetização Matemática*", o *letramento* das crianças, e do significado da Matemática no "discurso pedagógico", em acontecimentos como o texto, a prova e a sala de aula.

Capítulo II
Do significado da Escrita da Matemática em autores da Educação Matemática

Os autores da Educação Matemática, por quem buscamos nos guiar na preparação deste capítulo, foram selecionados pela relevância dos seus trabalhos e pelo desenvolvimento de temas que tratam da Escrita da Matemática, importantes para situar o objeto desta investigação. A seguir,

[29] MERLEU-PONTY, M. “Signos”, Ed. Martins Fontes, 1991, p. 95.

apresentaremos os autores escolhidos e o motivo que nos levou a escolhê-los, e nos itens que seguem essa introdução, o significado da Escrita da Matemática na alfabetização matemática, e no discurso pedagógico, exporemos e comentaremos mais detalhadamente suas idéias.

Bicudo[30], desde logo, percebeu no educando um ser que enfrenta diferentes situações que lhe cobram locomover-se num plano simbólico de representações e relações abstratas, que exige, como diz a autora[31], que se expresse adequadamente pela fala e pela escrita para entender e operar essas relações nas suas atividades curriculares. Percebemos claramente, nos dizeres da educadora, a premência da linguagem realizada pela fala e pela escrita nos afazeres do educando. *O sinal* e *o símbolo*, trazidos das obras de *Ernest* Cassirer, são por ela considerados elementos-chave para a representação das atividades mentais, por onde o homem cria o seu mundo. A autora expõe suas idéias no contexto escolar, onde se dá o sentido da nossa investigação, que inquire sobre a Educação Matemática, e em vários de seus trabalhos, ela realça o papel da escrita. Sua visão se mostra como que essa prática intelectual transforma o modo de ser dos objetos históricos e socialmente ideais. Além dos benefícios que provêm das leituras de seus trabalhos, nesse capítulo especializamos o aproveitamento de suas considerações quanto ao emprego da escrita sobre os objetos da Geometria.

A educadora Matemática O. S. Daniluk[32] é outra autora cujos trabalhos utilizamos no desenvolvimento deste capítulo. Ela tematiza a Escrita da Matemática no contexto da alfabetização, a partir das primeiras produções gráficas e de significados construídos pela criança. A autora pesquisou a "alfabetização Matemática" junto a um grupo de pré-escolares, em que interrogou o ato de registrar a compreensão do "discurso matemático" e adotou no seu inquérito a abordagem fenomenológica. O "o que", "o como" e "o porquê" as crianças escrevem foram as grandes categorias qualitativas

[30] BICUDO, M. A. V. "Fundamentos de orientação educacional", Ed. Saraiva, 1978.
[31] BICUDO (1978), op. cit. p. 15.
[32] DANILUK (1998), op. cit.

encontradas pela autora, de cuja descrição obtivemos elementos e fartas explicitações acerca da nossa interrogação.

M. O. de Moura[33] realizou estudos sobre os processos de construção do signo numérico pelas crianças em situação de ensino, envolvendo as com atividades que estimulam o senso da quantidade. Para tanto, buscou o suporte de pesquisas que revelam a ontogênese e a filogênese do número e sua escrita. Seu trabalho é relevante para nossa pesquisa por explicitar aspectos da escrita nascente na criança, quando vem constituir o significante "saussureano", para se juntar ao significado e formar o signo como uma entidade "científica" do objeto número. Com isso pudemos compreender, no particular caso do número, o momento em que a escrita muda o caráter do conhecimento, de social para científico. A noção de registro, o reconhecimento de símbolos escritos e a prática do escrever são elementos visados por nossa investigação e que, explícita ou implicitamente, está presente no trabalho de Moura.

N. J. Machado[34] aponta uma ausência de interação entre o ensino da Matemática e o ensino da língua materna, apesar de constatar que as formas de abordagem dos conteúdos matemáticos, usualmente tratados nos currículos escolares, revelam uma impregnação entre as duas disciplinas quanto aos seus aspectos lingüísticos. No desenvolvimento das suas questões o autor trata de variados aspectos da inserção da Matemática no currículo escolar e da relação da disciplina com a língua materna, de tal modo que suas explicitações vêm compor nossa compreensão do escrever a Matemática.

R. C. Geromel Meneghette[35], ao abordar uma contradição que afirma encontrar nos tratamentos dados aos conceitos de números cardinais e ordinais, na chamada "transposição didática", ou seja, quanto ao saber científico e ao saber construído mediante o ensino na escola, produz um texto

---

33 MOURA (1992), op. cit.

34 MACHADO, N. J. "Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua", Ed. Cortez, 1990.

35 MENEGHETTI, R. C. Geromel, "A Transposição Didática dos Cardinais e Ordinais: Relação Ensino e Ciência", artigo in BOLEMA 13, 1999, pp. 12-29.

onde encontramos elementos de ligação entre o que se compreende do conceito e o que se escreve acerca do número.

S. Hariki[36] realiza análise de discursos, discernindo "discurso dos matemáticos", "discurso pedagógico da Matemática" e "discursos dos autores dos livros textos de Matemática". Não visa ao conteúdo matemático que se estabelece pela escrita ou à função da escrita para o professor e para o aluno, mas visa à comunicação, assumindo-a como "discurso", definindo-o como "interação social de mensagens negociadas". O autor explicita a presença de "conflitos" na lógica do discurso dos livros-texto de Matemática: lógica versus heurística, lógica versus retórica e lógica versus intuição, os quais associamos às diferentes formas de apresentação escrita dos textos.

A. V. M. Garnica[37], como pesquisador em Educação Matemática, considera que este campo de estudo se estabelece por conta do chamado "paradigma holístico", emergente, pelo qual há a volta da discussão do homem, em resposta à abordagem tecnicista da realidade. Pelos seus dizeres, as questões epistemológicas das ciências ganham atenção nesse paradigma, no qual coloca seu trabalho com foco na linguagem. Em outro trabalho, o autor[38] refere-se às formas de nossa manifestação no mundo e coloca a escrita como primordial no texto e na sala de aula. Numa de suas primeiras pesquisas[39], com foco também na linguagem, Garnica estuda a "prova rigorosa" na formação do professor de Matemática, onde obtém duas categorias qualitativas para a prova, uma que desvela a "prova" de natureza técnica, unicamente como um

---

[36] HARIKI, Seiji. "Analysis of Mathematical Discurse: Multiple Perspectives", tese de doutorado, University of Southampton, Inglaterra, 1992.

[37] GARNICA, A. V. M. "Educação, Matemática, paradigmas, prova rigorosa e formação de professores", in Fenomenologia – uma visão abrangente de educação, M. A. V. Bicudo & I. F. Capelletti (orgs.), Ed. Olho d'Água, 1999. pp. 105-154.

[38] GARNICA, A. V. M. É necessário ser preciso? É preciso ser exato? – "Um estudo sobre argumentação Matemática" ou "Uma investigação sobre a possibilidade de investigação", in Formação de Profesores de Matemática: uma visão multifacetada, H.N.Cury(org), EDIPUCRS/RS, 2001, pp. 49-87.

[39] GARNICA, A. V. M. "Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na

cálculo formal, sem tematização, e outra que mostra a "prova" de natureza crítica na formação do professor, onde podem se incorporar, além do aspecto formal, outras formas de rigor. Focando sua abordagem da "prova", pudemos extrair, para nossa investigação, elementos relacionados ao uso da Escrita da Matemática que são, na nossa compreensão, envolvidos na trama do seu trabalho.

M. T. C. Soares[40] expõe sua investigação acerca da articulação que professores de Matemática do ensino fundamental realizam entre o "discurso científico" e o "discurso pedagógico", na prática cotidiana do ensinar. A esses diferentes discursos, a autora adota os conceitos trazidos por Hariki, que é do nosso rol de autores estudados. Na busca de explicitações de como os professores transformam o saber científico em saber escolar na sala de aula, pudemos compreender eventos de emprego da Escrita da Matemática no fazer do ensino e da aprendizagem na sala de aula.

E. M. Zuffi[41] estudou a utilização da linguagem Matemática, como ela afirma, por professores do ensino médio. Seu trabalho é restrito ao tema "funções", mas, por ser um tema central no campo dos estudos analíticos da Matemática, onde a construção lingüística e a sintaxe dos símbolo escritos são as formas de construir e operar o conhecimento, seu trabalho é farto em elementos ligados à Escrita da Matemática, que de variadas formas pudemos destacar como elementos esclarecedores à nossa investigação.

A. K. Stehney[42] apresenta um ensaio no qual trata genericamente a escrita como uma atribuição de todos, ressaltando que estudantes de Matemática, ao contrário de como agem, devem engajar-se na sua prática. Atribui aos professores de Matemática a responsabilidade de condicionar seus alunos ao uso deliberado da escrita, como também aos demais membros da

---

formação do professor de Matemática", tese de doutorado, UNESP/Rio Claro, 1995.

40 SOARES, Maria T. C. "Matemática escolar: a tensão entre o discurso científico e o pedagógico na ação do professor", tese de doutorado, USP, 1995.

41 ZUFFI, E. M. O tema "funções" e a linguagem Matemática de professores do ensino médio: por uma aprendizagem de significados, tese de doutorado, USP, 1999.

42 STEHNEY, Ann K. "Mathematicians Write; Mathematics Students Should Too", in Using Writing

orientação educacional. A autora explicita variados pontos de feitos matemáticos, em que a prática da escrita se liga ao desempenho dos alunos e adverte sobre o quanto é pernicioso desenvolver uma carreira apenas técnica nessa disciplina. Essa é uma orientação que coaduna com o âmago da nossa interrogação.

M. B. Burton[43], como Stehney, é pesquisadora americana em Educação Matemática e apresenta um trabalho pelo qual pesquisou o esforço de estudantes no início do curso universitário, no aprendizado da Matemática, por sua "linguagem sem sentido". Constatou a autora que, para esses estudantes, os símbolos algébricos constituem uma linguagem sem sentido e que eles admiram que "matemáticos possam conversar sobre o que essa língua diz". A autora aborda questão semântica e sintática das sentenças algébricas, cuja forma de aparecer é a escrita, o que é do pleno interesse da nossa investigação.

L. Burton & C. Morgan também expõem seus estudos sobre as dificuldades que apresenta a escrita simbólica da Matemática para estudantes e pesquisadores iniciantes, especialmente a escrita condensada que aparece nos artigos sobre temas especializados da Matemática, para o que também atentamos no nosso trabalho.

Este capítulo, como já adiantamos, traz nossa interpretação do modo como a escrita é considerada ou tratada por esses autores da Educação Matemática. Da análise efetuada, orientada pela nossa pergunta diretriz: "O que é isto, a Escrita da Matemática?", destacamos temas relevantes encontrados em vários dos textos lidos ligados, direta ou indiretamente, ao uso da Escrita da Matemática ou ao uso da escrita na Matemática. Organizamos esses temas em duas "categorias" para facilitar a exposição das idéias daqueles autores, visando ao esclarecimento da pergunta por nós perseguida. A primeira categoria intitulamos: *Na alfabetização Matemática*, ou seja, trataremos nessa seção do significado da Escrita da Matemática por autores da

---

to Teach Mathematics, Andrew Sterrett(editor), USA, 1992, pp. 26-29.

43 BURTON, Martha B. "Attemptiing Mathematics in a Meaningless Language", in Using Writing to Teach Mathematics, Andrew Sterrett(editor) USA, 1992, pp. 57-62.

Educação Matemática, na alfabetização Matemática, e faremos em três partes: *A percepção das crianças*; *O que, o como e o porquê,* e *O signo numérico*. A segunda categoria intitulamos: *No discurso pedagógico*, ou seja, trataremos nessa seção do significado da Escrita da Matemática por autores da Educação Matemática, no discurso pedagógico, e também faremos em três partes: *No texto*, *Na prova* e *Na sala de aula*. Essa organização em que desenvolvemos os conteúdos dessas categorias se deu pela estrutura que ganhou nosso texto a partir das compreensões que obtemos das leituras realizadas.

3.1 Na alfabetização Matemática

No léxico comum[44], a primeira designação da palavra alfabeto é para o "conjunto das letras de um *sistema de escrita*, dispostas em ordem convencionalmente estabelecida", o que nos remete ao alfabeto da língua ordinária. Outra designação, dos mesmos autores, é para o "conjunto finito de *símbolos* que representam os elementos de uma língua". Nesse sentido, não que pareça próprio falar em um alfabeto de toda a Matemática, mas em cada categoria Matemática podemos reconhecer um sistema de sinais a que poderíamos assim chamar, como alfabeto da aritmética, alfabeto da geometria, alfabeto da teoria dos conjuntos, e outros.

Segundo os mesmos autores, a lingüística designa como alfabeto o "conjunto de signos usados para *representar graficamente* os sons da fala", por fonemas ou sílabas. E queremos observar que, na primeira designação que mencionamos da palavra "alfabeto", há a relação direta do termo a um "sistema de escrita"; depois, como grifamos, o alfabeto é usado para representar *graficamente*. Seguindo na lista de significados do termo, explicitam os autores que o alfabeto grego tem *24 caracteres*, tomados originalmente do alfabeto fenício, e que o alfabeto latino é um conjunto de *caracteres* que os romanos tiraram do alfabeto estrusco e, especialmente, do alfabeto grego para a *grafia* da língua latina.

[44] HOUAISS, A; VILLAR, M. S e FRANCO, F. M. M. "Dicionário da língua portuguesa", Ed. Objetiva, Rio de Janeiro/RJ, 1ª. edição, 2001, p. 150

Queremos mostrar com nossa ênfase nos termos símbolos, graficamente, caracteres, grafia, que grifamos em cada designação dada ao termo “alfabeto”, e outros termos que poderíamos continuar arrolando dos demais significados que os autores apresentam para o termo, que este substantivo está sempre associado à realização da *escrita*. Compreendemos, portanto, na expressão “alfabetização Matemática”, referência a um processo de aprendizagem da Matemática, porém a Matemática cujos conteúdos se apresentam em formas escritas. Ou seja, por essa hermenêutica, “alfabetização Matemática” se nos mostra como um processo de aprendizagem da Matemática, que tem a escrita como prática presente. Vislumbramos nessa compreensão que a *escrita* cumpre papéis nos problemas ontológico, epistemológico e também pragmático da Matemática e que cumpre a nós tratá-los na Educação Matemática.

Daniluky[45] interrogou: “O que é alfabetização Matemática”, e em suas pesquisas tematizou a escrita em Matemática, evidenciando o ato de escrever a “linguagem Matemática”. Nesse intento, a autora adotou a expressão “alfabetização Matemática” em desígnio de “atos de aprender a ler e escrever a linguagem Matemática”, usada nas séries iniciais da escolarização, e que tais atos, segundo a autora, desenvolvem a compreensão, a interpretação e a comunicação dos conteúdos matemáticos iniciais ensinados na escola, importantes para a seqüência das atividades de construção do conhecimento matemático.

Nessas considerações, Daniluk se aproxima de Auroux, do qual expomos na introdução o que chama “razão gráfica”, como propriedade do escrever. Por um lado, no que compreendemos, a autora firma os atos de aprender a ler e escrever em Matemática como feitos que desenvolvem a cognição e a comunicação dos conteúdos matemáticos; por outro, o autor distingue a razão gráfica com status de “razão”, que operamos no espaço plano. Ainda nesse alinhamento, Auroux define a razão gráfica como um

---

[45] DANILUK, op. cit. p. 20.

“suporte transposto” da fala humana, ou seja, o ato de escrever como um meio de exercitar a fala, e Daniluk[46] considera que ser alfabetizado em Matemática é compreender o que se lê e poder escrever sobre o que se compreende das primeiras noções de Lógica, de Aritmética, de Geometria, e deixa firmado que a escrita e a leitura das primeiras idéias Matemáticas se incluem no processo de alfabetização.

Pelo que designam Daniluk, como “alfabetização Matemática”, e Aroux, como “razão gráfica”, ambos mostram uma aproximação com nosso entendimento de Cassirer[47]. Considera esse que por mais consolidada que pareça a auto-suficiência do pensamento “puro”, e por mais que se renuncie aos auxílios da sensibilidade ou da intuição, o pensamento ainda parece preso à linguagem e à formação lingüística dos conceitos. Diz ainda esse autor que tal aparência é evidente no desenvolvimento lógico e lingüístico dos conceitos numéricos, onde ela adquire sua expressão mais característica. Somente a conformação do número em um signo lingüístico, afirma Cassirer, permite compreender a sua natureza conceitual pura. Assumimos que a atitude gráfica e o aprendizado para tal são o que pronunciam Aroux e Daniluk, como a razão gráfica e a alfabetização. E no exposto por Cassirer, entendemos que um dos aspectos da “alfabetização Matemática” refere-se à “conformação” lingüística convencional aos números e aos demais conceitos iniciais da Matemática. Esta alfabetização vem a ser o estabelecimento da “razão gráfica”, pronunciada por Auroux, para fins do pensamento abstrativo, que sucede na construção da Matemática. Ao voltarmos a nossa pergunta: *O que é isto, a escrita da Matemática?*, com a compreensão até aqui desenvolvida, entendemos que aspectos importantes e constitutivos da escrita da Matemática concernem à elaboração gráfica da conformação lingüística.

---

[46] Ibidem.

[47] CASSIRER, E. “Filosofia das formas simbólicas”, Ed. Martins Fontes, 2001, p. 259.

A percepção das crianças

Com sua interrogação, *O que é alfabetização em Matemática*, visando a compreender como a criança entra no mundo da escrita da linguagem Matemática, Ocsana Daniluk realizou intervenções pedagógicas em um jardim de infância com crianças entre 4 e 5 anos, de um centro comunitário municipal, fora ainda de uma situação propriamente escolar. Ali, a autora realizou seu trabalho valendo-se das manifestações espontâneas das crianças e de seus conhecimentos pré-predicativos[48], construídos na vivência social e familiar. As manifestações das crianças deram-se junto à ação da autora pesquisadora, quando expressaram também o conteúdo de aspectos matemáticos. Daniluk conduziu sua pesquisa pelos tratamentos qualitativos, em abordagem *fenomenológica*, que não a levou a nenhuma explicação posta em termos de causa e efeitos, sobre qualquer fato observado, pois não é o que propõe esse modelo de abordagem, mas a conduziu às descrições rigorosas de aspectos revelados à sua atentividade, evidenciando as convergências de aspectos essenciais da alfabetização Matemática, para *O que*, *O como* e *O porquê* as crianças escrevem, pontos aos quais voltaremos a focar na próxima parte dessa seção.

Descreve a autora[49] que, em suas brincadeiras, as crianças reproduzem episódios familiares e utilizam a expressão gestual para explicitar uma compreensão de número e de tamanho. Quando ainda trocam letras de palavras, ao pronunciá-las, também confundem tamanho com altura. Nessa idade, de 4 a 5 anos, constata a autora[50] que as crianças sabem que há entre elas mais amiguinhos de cinco anos do que com quatro; mostram com isso ter a idéia de quantidade e de relação de ordem. Relacionam o tempo com o real vivido por elas, do qual já fazem parte as convenções sociais num nível de

[48] Pré-predicativo significa, na obra fenomenológica, preponderantemente na de Merleau-Ponty, o conhecimento ainda não tematizado e posto em uma forma predicativa em que as afirmações já encontram suporte no conhecimento analítico.
[49] DANILUK, op. cit. p. 79.
[50] Ibidem, pp. 80, 81.

compreensão que já diferenciam números de letras, cujos reconhecimentos se mostraram relacionados a seus nomes e idades. Descreve a autora[51] que as crianças mostram conhecer a forma das letras e dos números, porém não se interessam pela quantidade que representam suas idades. Quanto à escrita de seus nomes, mostram repetir o que alguém lhes ensinaram. Mostram também não saber escrever outras palavras e, além disso, sabem a escrita de alguns números fora de suas idades. Não reconhecem ainda o desenho como uma atividade diferente de escrita e não usam a palavra "escrever", mas apenas dizem "fazer".

As crianças souberam apontar o início e o final de uma fila, mas o meio só foi admitido numa fila de três elementos. Usaram a decomposição para aferir uma quantidade de palitos, e a escrita surge como registro mostrando o resultado de um jogo. Aquilo que é registrado, descreve a autora[52], tem significado para si e para o outro; é uma informação. O registro das crianças é o desenho do objeto que possuem. Algumas crianças usam o algarismo seguido do desenho do objeto para expressar a quantidade de unidades daquele objeto.

A quantidade três ou quatro, descreve Daniluk[53], é de fácil percepção para as crianças, trata-se de pouco, mas não dominam ainda e não conseguem dizer o número total dessas quantidades; para afirmar quantos possuem, necessitam contar para dizer o total. Para denotar a quantidade, muitas vezes escrevem o número acompanhado do desenho do objeto a que se referem, como já mencionamos. Mas demonstram possuir o conhecimento de que as palavras são escritas com letras e não com algarismos. Segundo a autora[54], as crianças, muitas vezes, criam sinais que julgam convenientes para representar suas idéias, e o sinal de igualdade pode ser utilizado entre medidas diferentes.

---

[51] Ibidem, p. 82.
[52] Ibidem, p. 95.
[53] Ibidem, p. 96.
[54] Ibidem, p. 108.

As explicitações de Daniluk se alinham também com a proposta exposta de Tolchinsky[55], que consiste em descobrir o que as crianças conhecem da escrita e como elas aprendem fora da escola, e aproveitar esse conhecimento para incentivá-las na escola. Uma orientação que Tolchinsky[56] proporciona é que o professor deve projetar situações nas quais as crianças necessitem e queiram escrever, embora sejam pequenas e ninguém tenha se dedicado formalmente a lhes ensinar as letras. E uma constatação que essa pesquisadora[57] nos traz é que para parte das crianças a notação de quantidades pela grafia de numerais não é o mesmo que escrever. Porém, segundo ela, não há em francês e espanhol, como também não conhecemos em português, um verbo especial para a ação de "fazer números sobre uma superfície plana". É utilizado o mesmo verbo usado para a escrita. Mas para um adulto, diz ela, a distinção fica clara quando se diz "escreva números".

Detoni[58], investigando acerca do espaço e da Geometria que ocorrem no pré-reflexivo[59], também realiza intervenções num grupo de crianças de 5 a 6 anos. O autor pesquisador levou as crianças, entre outras atividades, a construírem figuras geométricas, demarcando os pontos chaves com "corpo-próprio". Assim, por exemplo, executaram o "triângulo equilátero" com um barbante atrelado nas pontas, envolvendo três amiguinhos. Dali, passaram para a sala de aula, e no espaço plano da lousa puseram-se a construir os desenhos que vieram a servir de fundo para as discussões sobre as construções realizadas com o barbante.

Esse uso do espaço plano para produção de representações na bidimensionalidade daquilo que em outra forma já fora percebido, diremos ser

---

[55] TOLCHINSKY, L. Aprendizagem da língua escrita: processos evolutivos e implicações didáticas.
São Paulo: Ática, 1998, p. 16.
[56] Ibidem, p. 17.
[57] Ibidem, p. 208.
[58] DETONI, Adlai R. Investigações acerca do espaço como modo da existência e da geometria que
ocorre no pré-reflexivo, tese de doutorado em Educação Matemática, UESP/RC, 2000, p. 106.
[59] Pré-reflexivo é um termo em fenomenologia, que designa o conjunto de noções básicas, adquirido com a vivência coletiva e informal, mas que condiciona o indivíduo para reflexões mais elaboradas.

uma passagem vital do processo de alfabetização, no que concerne à escrita. Conforme afirma Detoni, o desenho não é tido como uma imagem do que ocorrera na experiência vivida pelas crianças, pois o objeto já se faz presente na compreensão de todos. Porém, ir à lousa, segundo ele[60], é um conjunto de ações com amplitude maior que representar graficamente. Ali, as crianças manifestam suas percepções expressando suas compreensões em linguagem gráfica.

O que, o como e o porquê

O que escrevem, *o como* e *o porquê* são três grandes categorias para onde convergiu a maioria das unidades de significados encontradas por Daniluk[61] em sua pesquisa, que busca o significado da *Alfabetização Matemática.*

Quantidade, relação de ordem, retenção do todo, contagem e correspondência são percepções que, nos dizeres da autora, impulsionam as crianças ao registro gráfico, e *o que* escrevem na alfabetização são, diremos, suas expressões acerca dessas percepções.

O sentido da quantidade, diz a autora[62], aparece desde o início da sua intervenção, quando por gestos as crianças já buscam indicar o número que se associa às suas idades. Não sabem dizer o nome do número, mas conseguem mostrar espontaneamente a quantidade através dos dedos das mãos. Por gestos variados estabelecendo comparações, indicam também tamanho e altura de objetos.

Esse sentido da quantidade que a criança revela possuir é apontado por Piaget & Szeminska(apud Moura)[63] como a presença da noção de número, que segundo esses autores, não é fruto direto da experiência empírica, mas uma construção interna do indivíduo. Ou seja, na distinção piagetiana, não é o número um conhecimento social ou físico, mas é uma noção construída

[60] DETONI, op. cit. p. 176.
[61] DANILUK, op. cit. p. 169.
[62] Ibidem, p. 191.
[63] MOURA (1992), op. cit. pp. 26, 27.

progressivamente pelo sujeito cognoscente, como conhecimento lógico-matemático[64], pelo chamado "processo de abstração reflexiva", conceito chave da teoria cognitiva de Piaget.

Ferreiro[65] distingue os dois sistemas, o de representação dos números e o sistema de representação da linguagem ordinária, e diz que nos dois casos a criança tem dificuldades conceituais no início da alfabetização. Considera essa autora que nos dois casos a criança reinventa o sistema e ela compreende que o número, para a criança, é um conhecimento em movimento. Moura assume que "a aquisição do signo numérico" é uma síntese de conhecimento social e conhecimento lógico-matemático; social como conteúdo e lógico-matemático por necessitar de uma estrutura cognocitiva.

A noção de quantidade que as crianças apresentam, tal como exposto por Daniluk, é, desde o início, assistida pelo grafismo; a passagem do gesto para a elaboração gráfica no espaço plano se dá espontaneamente, no que julgamos tratar do movimento simbólico do "eu penso" para o "eu falo". Neste caso, tomamos a escrita, como já o fizemos, como um modo de produção da fala e, *o que* as crianças escrevem, consideramos como tudo o que adquire uma estrutura em seu pensamento e que possa deslocar-se para o "eu falo". Os números, que dão forma à noção de quantidade, instalam-se adequadamente, como constata Daniluk, no "eu falo" das crianças, e aí diremos que a força das convenções sociais de uma determinada grafia as levam à elaboração gráfica do que querem expressar.

Temos um apoio em Ricoeur[66], para quem o que acontece na escrita é a plena manifestação do que está num estado virtual, incoativo, ou seja, está

---

[64] KAMII, C. & DECLARK, G. Reinventando a Aritmética: implicações da teoria de Piaget. Ed. Papirus, 1986, p. 29. Tal conhecimento, na teoria cognitiva de Piaget, consiste de relações feitas por cada indivíduo, como é a diferença entre dois objetos; a diferença não está nem num nem noutro objeto, está na relação estabelecida pelo sujeito. Sem tal relação, a diferença não existe.

[65] FERREIRO, Emília. Reflexões sobre alfabetização, Ed. Cortez, 1985, p. 13.

[66] RICOEUR, P. Teoria da Interpretação: o discurso e o excesso de significação, edições 70, 1987: 37.

principiante na fala, mas que difere desta por separar a significação do evento. Um modo gráfico, diremos, de produzir significantes.

A noção de quantidade abrange o senso de comparação entre quantidades diferentes e as crianças, segundo Daniluk, não que já tenham atingido a “seriação”, designada por Piaget como a operação pela qual se chega ao controle da transitividade da ordem, mas já ordenam pequenas coleções.

Após dez encontros de Daniluk com as crianças, a contagem e a retenção do todo apareceram como habilidades do desenvolvimento intelectual, mas para o uso de símbolos gráficos na expressão dessa produção intelectual, são necessários, o que a autora expõe, o aprendizado e a vivência social. Um exemplo constatado pela autora[67], é a expressão inadequada da igualdade entre medidas iguais, que representamos pela igualdade de dois pequenos segmentos paralelos, pelo sinal “=”, usado convencionalmente na Matemática; a criança se mostra conhecedora da sua existência, porém o utilizou incorretamente entre as notações de medidas diferentes, exemplificando que, de fato, o significado do que se escreve é social e necessita de aprendizado.

Como realizam a escrita, ou *como* as crianças chegam à escrita, é outra grande categoria obtida por Daniluk[68], que também tem na socialização e na experiência vivida entre seus companheiros sustentação da prática do escrever.

A diferença funcional entre letras e números é reconhecida pelos pequenos, e tal condição lhes dá as primeiras noções com as quais distinguem grafemas de palavras e de números. Tudo indica que o aprendizado que os leva ao escrever inicia-se na experiência em família, o que mostra ser uma etapa epistemicamente valiosa. Nos gestos estão os primeiros sinais desse aprendizado, que, segundo Daniluk, explicitam a compreensão da forma de escrever os algarismos e a compreensão da quantidade. O desenho, afirma a autora, é o meio imediato que têm para expressar graficamente idéias além de

---

[67] DANILUK, op. cit. p. 199.
[68] Ibidem, p. 170.

seus nomes e idades; em geral, tentam copiar fielmente o objeto. Se envolve a quantidade, como já abordamos, tentam compor a expressão com o número e o desenho, que pode ser uma cópia do objeto ou tratar-se de sinal criado. Há uma fase desse desenvolvimento em que o registro de uma quantidade, como constata Daniluk, pode ser realizado por uma função de acumulação, como uma contagem que prossegue acumulando um a um, até atingir a totalização.

O porquê as crianças escrevem é a última das três categorias que vamos abordar, a que chegou Daniluk na convergência das suas unidades de significados, obtidas da análise fenomenológica, dos dados obtidos de seu grupo de sujeitos.

Quando Pâmila[69], ao dizer que era preciso "botar num papelzinho" o número de palitos que cada criança recebera numa bricadeira, ela revela uma necessidade que seria atendida com a escrita. Daniluk[70] descreve essa necessidade como de todos, a de manter a memória sobre tal quantidade. É uma forma de comunicação e, para Ricouer[71], esse problema do "botar num palpelzinho" é idêntico ao da fixação do discurso em qualquer suporte exterior, seja a pedra, o papiro ou o papel, que é, segundo o filósofo, diferente da voz humana. A inscrição que substitui a expressão vocal imediata, fisionômica ou gestual, é em si mesma, segundo Ricoeur[72], uma gigantesca realização cultural. E convenhamos que a pequena Pâmila necessitou "botar num papelzinho" por já estar experienciando tal revolução cultural.

Sustentada por pesquisas que tem realizado na América latina por duas décadas, Teberosky[73] afirma que a relação entre o ensino institucional e o desenvolvimento do conhecimento da criança é de influência e não de determinação. Diz ela que há várias razões e cita duas. Uma, porque a escrita é um objeto social cuja presença e funções são extra-escolar, o que afirma como

---

69 Pâmila é uma das crianças do grupo de sujeitos da pesquisa de Daniluk.
70 Ibidem, p. 217.
71 RICOEUR, op. cit. p. 38.
72 Idem.
73 TEBEROSKY (2000), pp. 65, 66.

fato inquestionável; outra, porque a criança é um sujeito ativo e construtivo do seu próprio conhecimento. Esta segunda razão, afirma Teberosky, não é tão evidente, e escreve um capítulo do seu livro mostrando o desenvolvimento pré-escolar e escolar da escrita na criança.

Como meio de identificação, no registro do nome e idade, como meio de lembrança, de informação, de solicitude, são porquês, encontrados por Daniluk, de as crianças realizarem a escrita.

A "razão gráfica", identificada por Auroux, ou o "auxílio à razão", como considera Cassirer, na descoberta da ciência, são outros "porquês" que também compreendemos estar presentes na experiência da escrita.

Halliday (apud Tolchinsky)[74], poeticamente, afirma que "A escrita ... cria um novo tipo de conhecimento: o conhecimento científico; e uma nova forma de aprendizagem, chamada ensino". Não com menor efeito, Vigotsky (apud Kato)[75] afirma, a partir dos trabalhos que realizou com crianças, que "para aprender a escrever, a criança precisa fazer uma descoberta básica – a saber, que ela pode desenhar não apenas coisas, mas também a própria fala".

O signo numérico

Somente por meio da veiculação das intuições de espaços, de tempo e de número, afirma Cassirer[76], é que a linguagem pode realizar a sua função essencialmente lógica, que é a de transformar impressões em representações. Passando, progressivamente, da representação do espaço para a do tempo e, desta para a representação do número, diz o autor[77], aparentemente completa-se o círculo da intuição. Mas, segundo ele, sempre nos afastamos deste círculo, porque o transcendemos, e em lugar das formas perceptíveis e tangíveis surgem *princípios* intelectuais. Nesse sentido, afirma Cassirer[78], é que o ser do número é determinado pelos pitagóricos, seus verdadeiros descobridores, como objetos livres dos afazeres empíricos, para gozar dos

74 TOLCHINSKY, op. cit. p. 15.
75 KATO, Mary A. "No mundo da escrita – uma perspectiva psicolingüística", Ed. Ática, 1990, p. 16.
76 CASSIRER(2001b), op. cit. p. 208.
77 Ibidem, p. 256.

princípios imateriais, dedutivamente válidos, como também ocorreu com a Geometria.

Com a mediação de Platão, Descartes e Leibniz, a Matemática científica dos primeiros autores se reflete na Matemática Moderna. E mais que a Matemática antiga, afirma Cassirer, sua concepção moderna, ao tentar organizar a Geometria e a análise, é remetida ao conceito de número como o seu verdadeiro centro. Todo o trabalho de fundamentação intelectual, segundo o autor, volta-se para o número como esse ponto central, tanto que na Matemática do século XX generaliza-se o esforço para se chegar a uma configuração lógico-autônoma do conceito de número.

Essa centralização no número transfere à Matemática sua classificação como ciência exata. Esse caráter "exato", como analisa Machado[79], não poderia vir da demonstrabilidade das proposições, dado que em qualquer área de conhecimento se pode pretender fazer demonstrações. A expressão em número é, segundo esse autor, uma base de fundamentação para a exatidão Matemática. Sua análise considera duas compreensões sobre o número, a platônica e a aristotélica; a primeira, que é a trilhada por Frege, que não vê o número como algo abstraído dos objetos do mundo físico, mas como um objeto especial, regido por leis próprias, que seriam juízos analíticos e, conseqüentemente, exatos *a priori*; a segunda é a trilha de Newton, que compreende os números originando-se nos processos de contagens ou de medidas.

Dedekind, Russell, Frege, Husserl e Hilbert, cada qual pelo seu próprio caminho, construiram a Matemática do século XX com importantes estudos sobre o conceito de número. Russell[80] os toma como constantes puramente lógicas; Frege os tem como atributos de conceitos puros; Dedekind rejeita toda e qualquer relação intuitiva e intromissão de grandezas mensuráveis, e o conceito de número não deve ser, para ele, construído sobre a intuição do

---

78 Ibidem, p. 257.
79 MACHADO (1994), op. cit. pp. 39, 40.
80 Ibidem, p. 258.

espaço e do tempo, devendo sim, emanar das leis puras do pensamento, e desse modo, nos capacitar para a obtenção de conceitos rigorosos e precisos do espaço e do tempo. Porém, afirma Cassirer[81], por mais que esteja consolidada a suficiência do pensamento "puro", científico, e por mais que renuncie aos meios auxiliares da sensibilidade ou da intuição, o pensamento ainda parece preso à linguagem e à formação lingüística dos conceitos. Essa ligação entre linguagem e pensamento, segundo o autor, adquire uma expressão muito clara e característica no desenvolvimento lógico e lingüístico dos conceitos numéricos e, como ainda afirma, somente a conformação do número em um signo lingüístio permite compreender a sua natureza conceitual pura.

Essa conformação em um signo lingüístico para que possamos atingir com nossa compreensão, é uma condição que se nos apresenta como básica para a idealidade[82] dos objetos matemáticos, como de todos os demais objetos. Trata-se de trazer o objeto ao nível da objetividade cultural e histórica. Mas, pelo que diz Merleau-Ponty[83], essa conformação lingüística deve estar além do simples uso da palavra como "invólucro" da fala, pois apropriamo-nos do objeto não apenas como falantes, mas como sujeitos pensantes. Justificam-se o conceito e a imagem acústica que compõe a estrutura do *signo* em Saussure, para se referir ao caráter arbitrário do signo[84], o significado e o significante. Na união dessas duas entidades psíquicas, diremos, dá-se a conformação lingüística necessária à nossa compreensão do objeto. A escrita, como modo de exercitar a fala visualmente, materializa o significante, e pudemos constatar esse efeito na construção do signo numérico, em pesquisa que visa a esse conhecimento, como veremos a seguir.

---

81 CASSIRER(2001b), op. cit. p. 259.

82 Trata-se da idealidade entendida na fenomenologia husserliana, que diz respeito à objetividade histórica e social a que chega objetos, nocão que contrapõe à idealidade imaginária do pensamento platônico.

83 MERLEU-PONTY (1996), op. cit, pp. 240, 241.

84 SAUSSURE, op. cit. p. 81.

Numa turma de pré-escolares, Moura[85] realizou investigação epistemológica acerca da "construção do signo numérico" pela criança. O autor assumiu pressupostos da teoria piagetiana da cognição e procurou construir conhecimentos sobre o processo pelo qual as crianças se utilizam de seus conhecimentos pré-escolares da Aritmética para avançar no uso da simbolização escrita, no da atribuição de significados e na interpretação dos símbolos gráficos dos números. Afirma o autor que sua abordagem do signo numérico o remete à busca de semelhanças entre a iniciação Matemática na escola e a alfabetização na língua escrita.

Moura se refere a signo numérico sem se ater ao conceito de *signo*, mas afirma ter detectado diferentes estratégias utilizadas pelas crianças na construção da relação significado/significante[86] quando têm de comunicar sobre quantidades. Devemos frisar que o autor não cogitou outro conceito para número, que não seja ligado à quantidade ou medida. Sua investigação sobre o processo de construção da idéia de número e do signo numérico, conforme pressupostos construtivistas, revelou aspectos da prática do escrever para as crianças iniciantes na Aritmética a que queremos aludir.

No conceito saussureano de signo[87] lingüístico, que se dá a partir de dois entes psíquicos, *o conceito* e *a imagem acústica*, o primeiro refere-se à representação do objeto pelo pensamento, e o segundo diz da palavra que o representa. Em Moura, o *signo numérico*, a nosso ver, necessitaria ser explicitado segundo essa estrutura, como a união do conceito de número e a sua imagem acústica antes de vê-lo como a junção entre significante e significado, para que essas entidades viessem revestidas de mais "personalidade" quando fossem pronunciadas.

Conforme nossa compreensão, a ênfase de Moura se dá no conceito e na simbolização escrita do número, ou seja, ele busca focar na criança a construção do significado do objeto "número" e a associação do

---

[85] MOURA, M. O. A. "Construção do signo numérico em situação de ensino". São Paulo: USP, 1992. Tese de Doutorado.

[86] MOURA, op. cit. p. III.

significado a um significante gráfico. Portanto, *a prática do escrever* atrai, renitentemente, o foco da investigação do autor.

Moura promoveu episódios por meio de encenações de histórias infantis e jogos variados que suscitaram, nas crianças o senso da quantidade. Na completude dos episódios, orientou atividades que aguçou-lhes a prática notacional escrita. Levou os pré-escolares a exercitarem o uso da numeração egípcia, da numeração maia e da nossa numeração indo-arábica.

Ficou evidente, em sua pesquisa, que as crianças, nas primeiras atividades aritméticas, não reúnem plenamente o total de unidades a ser expresso por um numeral; a contagem um a um é necessária para a coordenação da criança, e o modelo egípcio de numeração, por "imitar" a repetição das unidades, mostrou-se adequado para iniciar a criança na contagem por agrupamento. O valor da notação como "numeral" não se dá de imediato, mas o esforço coletivo surte efeito, e a associação quantidade/numeral se estabelece no grupo de crianças. E o que compreendemos, nesse momento da aprendizagem infantil, é o advento do signo numérico como signo lingüístico, segundo o conceito de Saussure.

Quanto ao conceito de número, ou seja, aquele que é um dos componentes do signo numérico, há considerações específicas. O educador matemático N. J. Machado[88] considera que mesmo antes do ingresso na escola a criança aprende o alfabeto e os números simultaneamente, num misto simbólico, sem a necessidade de distinguir diferenças, e as fronteiras entre Matemática e língua materna se estabelecem naturalmente. Os números, segundo esse autor, nascem associados a classificações e contagem; a idéia de ordem, que diz ser fundamental para a construção da noção de número, surge, segundo ele, em situações variadas, como na organização do alfabeto e das seriações numéricas da coordenação intelectual do indivíduo.

---

[87] SAUSSURE, op, cit. p. 79.
[88] MACHADO, N. J., op. cit. p. 97.

O grupo de crianças a que Moura[89] se refere pertence à faixa etária entre cinco anos e meio e sete anos, e os resultados obtidos são coerentes com seu suporte teórico, a teoria piagetiana do desenvolvimento cognitivo. Nessa faixa etária, segundo Piaget (apud Araújo)[90], a criança já está passando ao chamado estágio pré-operatório; já pode construir o chamado conhecimento lógico-matemático, necessário, diremos, para que se dê a associação *significante/significado* e a construção do signo. Construído o signo numérico, o número deixa de ser apenas uma entidade lingüística do conhecimento social, como aquele "quatro" que a criança aprende a responder como sua idade, e passa a ser a entidade "signo" que carrega o significado da quantidade ou da medida.

Com a numeração maia, que usou a base vinte, escrevendo os números até dezenove por pontos e barras, e que, até quatro os grupos de pontos

• •• ••• ••••

são as formas escrita dos numerais, diz Moura[91] não há diferença notável quanto à recepção ou produção pelas crianças, com respeito à numeração egípcia de base dez. O uso do nosso modelo indo-arábico, apesar de não ser uma "imitação" da quantidade de unidades do objeto, exceto com relação à unidade, mostrou ser de maior fluência entre as crianças, fato que se explica por dois fatores, o conhecimento social da grafia dos numerais que a criança experiencia desde cedo, e por terem sido essas as últimas atividades orientadas com esse sistema, quando as crianças já haviam desenvolvido várias habilidades. Devemos ressaltar, porém, que o conhecimento social a que nos referimos liga-se apenas à vivência com a grafia dos caracteres matemático dos numerais. O conceito puro de número, segundo Piaget, e

89 MOURA, op. cit. pp. 26-111.
90 ARAÚJO, R. M. O. "O lógico-matemático e a expressão verbal em atividade do PROEPE", in "Fazendo e aprendendo pesquisa qualitativa em educação", Roberto Alves Monteiro (org.), Ed. UFJF, 1998, p. 217.
91 MOURA, OP. CIT. pp. 26-111

estudado por Moura[92], é fruto do movimento geral da variação das quantidades, que é um conhecimento lógico-matemático, o que permite estabelecer a relação lógica entre a representação do signo numérico, a saber, a grafia do número, e o seu referente. Consideramos nessa explicitação a grafia, ou a escrita, e não a imagem acústica, dado que visamos à escrita, além de estarmos tratando, nesta seção, do significado da escrita da Matemática na alfabetização Matemática, que faz parte do letramento na Matemática, este que, como assumimos com Teberosky[93], implica ler e escrever com compreensão, o que é a condição de vida experiente na cultura letrada.

Examinando o quadro geral das atividades orientadas por Moura[94], junto aos pré-escolares, que visam à relação quantidade/número/numeral, no âmbito da construção do signo numérico, constatamos que a prática do escrever, ou do reconhecer a escrita dos objetos aritméticos, é determinante na construção do signo numérico durante o processo de alfabetização Matemática.

Na estrutura saussureana, há a noção de arbitrariedade do signo lingüístico[95], quanto ao laço que une o significante ao significado. Do mesmo modo que o significante "mar" não é por nada ligado à idéia de mar, a sonoridade de "vinte" também por nada se liga às duas dezenas; "dezenove" não é um significante arbitrário, pois se liga ao número resultante de dez e nove. Olhando o signo escrito pelos caracteres do sistema de numeração, a arbitrariedade do "20" deixa de existir, pois o sistema diz que temos a escrita de duas dezenas e zero unidade. Os grafemas "0", "2", "3", "4", "5", "6", "7", "8" e "9" não têm, aparentemente, nada que os ligue às idéias a que os associamos, ou seja, são significantes arbitrários, pois não há laços que os unam às suas idéias de número. Mas são apenas esses grafemas; acima de "9" os numerais são determinados pelo sistema posicional. Diremos que o sinal

---

[92] Idem p. 27.
[93] TEBEROSKI (1996), op. cit. pp. 7-34.
[94] MOURA, op. cit. pp. 133-140.

"1" se assemelha à grafia do mesmo significante na numeração egípcia, que é mais antiga, e isso desfaz a arbitrariedade do laço que une "1" à unidade. O sistema posicional do nosso sistema indo-arábico oferece a vantagem de ter os numerais "10", "11", "12", "359", etc. como significantes não arbitrários, e, com isso, o usuário, mesmo recém alfabetizado, escreve o significante 3571 devidamente ligado ao seu significado, como efeito da efetiva construção do signo numérico.

Mas ainda há lacunas importantes quanto ao conceito de número. Meneghetti[96] encontra uma contradição nas concepções de número cardinal e número ordinal. Há, afirma ela, uma identificação dos dois conceitos na Matemática, mas são tratados distintamente no ensino elementar e no conhecimento erudito. A autora encontrou em suas referências, como em Piaget, que os dois conceitos são psicologicamente distintos, porém há matemáticos que os consideram idênticos. Meneghetti interrogou como essa contradição repercute no ensino. Será que, no ensino fundamental, $3 = 3^{o}?$, perguntou ela[97].

Atentando para a igualdade que escreve Meneghetti, recobramos o rigor que o sinal "=" suscita na Matemática. Os membros 3 e 3^{o} ou são iguais, ou são diferentes, ou nem mesmo cabe uma dessas duas relações entre ambos. Se são iguais, então 3^{o} pode ser substituído por 3, pois trata-se aquela igualdade da mesma verdade que 3 = 3; se são diferentes, então escrevemos a relação por $3 \neq 3^{o}$, mas, mesmo assim, além de 3^{o} não poder ser substituído por 3, fica subtendido que esses números são entidades de mesma natureza. Compreendemos que o sinal "$\neq$" é sempre empregado para designar a diferença entre duas entidades de mesma natureza, como entre números cardinais diferentes, entre pontos diferentes, entre conjuntos diferentes, etc.

Vamos lembrar que a inscrição 3^{o} é a abreviação da palavra "terceiro", indicada como numeral ordinal. A inscrição ou caracter 3 não é

---

95 SAUSSURE, op. cit. pp. 81, 152.
96 MENEGHETTI (1999), op. cit. pp. 12-27.
97 MENEGHETTI, op. cit. p. 13.

uma abreviação da palavra “três”, dita numeral cardinal, mas é o caracter aritmético que indica esse numeral. Nesse sentido, a frase simbólica escrita por $3 = 3^o$ não guarda nenhum significado. Mas, nos servindo da escrita, a mesma que permitiu Meneghetti grafar essa igualdade tomamo-la e adicionamos um mesmo número, o próprio 3, lado a lado: $3 + 3 = 3^o + 3$. Do lado esquerdo, obtemos 6 e do lado direito obtemos algo a ser reconhecido. E não podemos reconhecer terceiro mais três como seis. O conjunto dos números naturais, munido da operação adição, constitui um monóide, onde permite esse tratamento, ou seja, realizamos essa soma lado a lado da igualdade sem alterá-la. Mas, no que tentamos fazer, o grafema 3^o não é operado como um número natural. Numa seqüência de termos escritos por $n_1, \; n_2, \; n_3, \ldots$ há um parco sentido na pronúncia oral “terceiro mais três igual a sexto”, se se considerar que “três” são o quarto, o quinto e o sexto termos. Porém, a grafia $3^o + 3 = 6^o$ não é usualmente utilizada.

Segundo Meneghetti[98], professores a quem ela entrevistou, ou de quem presenciou aulas, não dedicam ensinamentos específicos sobre a construção do conceito de número ou sobre a distinção entre números cardinais e números ordinais; usufruem do conhecimento erudito das crianças e consideram que são conceitos obtidos naturalmente, o que coaduna com as considerações que trouxemos de N. J. Machado recentemente. Constatou também que, nas propostas curriculares oficiais, as sugestões a respeito do conceito de número aparecem implicitamente entre os conteúdos do ensino fundamental e ausentes do ensino médio. Nas análises de livros didáticos que a autora realizou, constatou que a maioria deles, antes da apresentação do número, abordam implicitamente os conceitos de ordem e quantidade através de atividades de classificação e seriação. No entanto, o número aparece invariavelmente ligado à idéia de quantidade, portanto, conforme a visão aristotélica. Ainda nesses livros, afirma Meneghetti, o número ordinal aparece em tópicos distintos daqueles que tratam, de modo limitado, o conceito cardinal de número. Isso,

---

98 Ibidem, p. 23.

segundo ela, discrepa da orientação de educadores matemáticos, como a do holandês Freudenthal, para quem a abordagem do número apenas como cardinal é didaticamente inadequada e matematicamente insuficiente.

A transcendência do estado cardinal do número, como podemos inferir, se dá na construção do signo numérico, que consiste em obter, além do seu conceito puro, um significante lingüístico, o que fazemos com o auxílio da escrita. Foi necessário ao homem, segundo Moura[99], um objeto concreto para corresponder a outro objeto concreto. Pedras, dedos da mão e marcas na madeira, nos dizeres de Moura, foram numerais que passaram do físico para o cérebro do homem, diremos para o simbolismo, que aprendeu o "escrever". Escreveu quantidade concreta com quantidade concreta, com pedras ou com os tracinhos dos numerais egípcios, que evoluíram para os sinais modernos do nosso sistema, que desenhamos no espaço plano.

Essa artimanha do escrever do homem, segundo Ifrah (apud Moura)[100], não proporciona somente um sistema de comparação entre agrupamentos; permite englobar vários números sem, no entanto, ter que nomear ou relacioná-los às quantidades implicadas.

3.2 No discurso pedagógico

Para o educador matemático R. C. Lins[101], que estuda a construção de significados em Matemática segundo os "Campos Semânticos", o aspecto central de toda a aprendizagem, ou de toda a cognição humana, é a produção de significados. E, convenhamos, esta atividade[102] se dá num processo de

---

99 MOURA, op. cit. p. 35.

100 Idem. Essa artimanha do homem, do "escrever", dita por Ifrah, alinha-se com as consideraçõe dos filósofos Heidegger, sobre a linguagem, e Cassirer, sobre o ser simbólico, que abordamos nesse trabalho.

101 LINS (1999), op. cit. pp. 75-94.

102 Para Lins (op. cit. p. 89), significado, segundo nossa interpretação, é aquilo que diz do significante, ou o que o significante *é*, sem que esse seja o essencial do significante, mas o que o significante é para o sujeito dentro de um campo de significação, ou dentro de um "campo semântico". Diz que

significação, o que Ricoeur[103] entende como a síntese de duas funções, que a nomeia como *a identificação* e *a predicação*, cuja combinação é o que se chama *discurso*, este que, pela distinção saussureana[104] entre *langue*, social, e *parole*, individual, é um evento[105] de linguagem. Conforme Husserl[106], a significação se dá na compreensão da expressão, quando temos a consciência atual do seu sentido. Para Ducrot & Todorov, a significação se dá no nascimento do signo, como a relação existente entre significante e significado; o segundo é ausente do primeiro, mas inexistente sem o seu par. E, voltando a Ricoeur[107], diz ele que não é o evento transitório que nos interessa, mas a sua significação duradoura, que se dá na combinação do nome e do verbo, ou seja, *na identificação* e *na predicação*. Segundo esse autor[108], tal combinação é uma abstração a partir da frase como evento concreto. Porém, diz ainda que, enquanto evento, o discurso esvanece-se[109]; devemos fixá-lo. Aí a escrita encontra seu papel.

Para empregar essa noção de discurso à Matemática e às questões didáticas, vamos analisar o pensamento de outro educador matemático, N. J. Machado, para quem, enquanto concebida como uma linguagem formal, a Matemática não comporta a oralidade, "caracterizando-se como um sistema simbólico exclusivamente escrito". Segundo esse educador, o exame de sua afirmação necessita que seja considerado que as linguagens formais se delinearam da pressuposição de imperfeições das linguagens naturais. A partir dessas hipóteses, diz N. J. Machado que filósofos como Leibniz, Descartes,

---

para a criança, 2 + 3 = 5 porque é isso que acontece com os dedos da mão, enquanto, para o matemático, isso é verdade porque é demonstrável pelos axiomas de Peano. Alinha-se com o que diz Ricoeur (1987, op. cit. p. 24) para quem *significar* é o que o falante intenta dizer e o que a frase denota. Para Wittgenstein (apud Hintikka & Hintikka, 1994, p. 112), o significado de uma palavra é o seu uso na linguagem.

103 RICOEUR, op. cit. p. 23.

104 Ibidem, p. 20.

105 Ibidem, p. 24. Um evento de linguagem, para Ricoeur, é alguém falando.

106 Husserl, Edmund. Investigaçiones logicas 1. Madrid: Aliznza Editorial, 1982, p. 352.

107 Idem.

108 Ibidem, p. 23.

Condillac e outros desejaram uma língua adequada para o exercício da razão; uma linguagem dos “cálculos”, cuja gramática teria características plenamente lógicas, com expressões precisas. Por essa linguagem seriam resolvidas questões inapropriadas ou confusas à língua natural.

Tais linguagens formais, apesar de precisas, revelaram ser, afirma N. J. Machado[110], distantes da experiência e de uso restrito a operações sintáticas sobre seus próprios símbolos. As linguagens naturais, segundo o autor, vieram se firmando; seus supostos defeitos já são reconhecidos como características que terminam por dar uma rica variedade de expressões, que ampliam os recursos da atividade lingüística.

Wittgenstein, filósofo analítico do século XX, defendendo a inefabilidade da semântica, com sua visão da linguagem como meio universal[111], contrapõe, em certos momentos, a língua, abstraída das suas funções semânticas, às línguas formais, e revela uma concepção puramente formal da lógica. No *Tractatus*, obra da sua filosofia inicial, como cita N. J. Machado[112], Wittgenstein dispensa o uso de linguagens formais e utiliza apenas a linguagem natural para formular suas questões lógico-filosóficas, quando considera a linguagem como “instrumento para pensar o mundo”. É um testemunho que ameniza a forte idéia da linguagem formal na Matemática e que reflete contra a escrita como sua única forma de realização da linguagem na Matemática.

Expondo sobre a Origem da Geometria, segundo considerações fenomenológicas, em obra de Edmund Husserl, Bicudo[113], afirma que pela escrita a estrutura dos objetos ideais[114], como os objetos da Geometria e dos demais setores da Matemática, torna-se sedimentada. Esses termos apenas

---

[109] Ibidem, pp. 38, 39.
[110] N. J. MACHADO, op. cit. p. 105.
[111] HINTIKKA & HINTIKKA, op. cit, p. 31.
[112] N. J. MACHADO, op. cit. p. 106.
[113] BICDO, sobre a “Origem da geometria”, in Sociedade de estudos e pesquisa qualitativos, caderno 1
1990, pp. 49-72.
[114] Sobre *objetos ideais*, a autora não se refere à idealidade platônica, imaginária, mas à idealidade

nomeiam certos benefícios trazidos por meio da escrita. Ao ser expresso em sinais escritos, há uma transformação do modo original de ser da estrutura-significado. Esses sinais, segundo a autora[115], são passíveis de ser experienciados sensível e diretamente em sua corporeidade física, podendo, assim, despertar sensível e passivamente os significados para o leitor, como os sons vocálicos despertam. Afirma, também, a educadora, mencionando Husserl e alinhada com Ricoeur, que por meio dos sinais escritos, o leitor, mediante um trabalho de interpretação, pode reativar a auto-evidência dessas estruturas-significado, mantendo sua capacidade mental ativa.

Compreendemos esse entendimento de Bicudo como que conferindo ao texto escrito o caráter de condição para a permanência histórico-cultural dos objetos e do conhecimento matemático.

No texto

O registro por caracteres gráficos, diz Garnica[116], é um elemento recente na história da humanidade, não podendo responder por todo o processo comunicativo. Ainda, segundo ele, a nossa experiência plena é intransferível, mas aí há a atividade da linguagem, que rompe essa incomunicabilidade e algo da experiência de cada um é comunicado ao outro. Paul Ricoeur (apud Garnica)[117] precisa que "A experiência experienciada, como vivida, permanece privada, mas o seu sentido, a sua significação, torna-se público". Podemos dizer, então, que a escrita veio ampliar os modos de realização da linguagem; entre outras funções, veio como meio de tornar pública a experiência individual. A Matemática, comunicada pelos textos de Matemática que temos disponíveis, representa o que a escrita ali realizada pode proporcionar à comunicação da experiência Matemática vivenciada até então. Davis & Hersh[118] argumentam que a criação e o uso da Matemática existiram ao longo de toda a civilização, porém os mais antigos tabletes matemáticos

entendida na fenomenologia husserliana, que se dá historicamente, na intersubjetividade.
[115] BICUDO, op. cit. p. 60.
[116] GARNICA (2001), op. cit. p. 51
[117] GARNICA (1999), op. cit. p. 118.

conhecidos datam de 2400 da era antiga, o que combina com a própria história da escrita.

Como se vê, a escrita nem sempre existiu. Hoje, ela nos presenteia com uma facilidade por tornar disponíveis os textos escritos existentes, e uma dificuldade para o educando, na disciplina Matemática, para compreender as experiências ali comunicadas. A linguagem ali realizada pela escrita é, nos dizeres de Garnica[119], uma cápsula que protege a Matemática pensada como prática científica na privacidade dos grupos restritos de seus mentores, em formas específicas e "cifradas". O texto didático procura desvanecer essa linguagem "cifrada" e se põe procurando socializar a experiência científica que já foi privada aos seus criadores.

O chamado discurso pedagógico que, segundo Hariki, como já citamos, é por onde professores e alunos se comunicam, se dá, segundo Garnica[120], nas inúmeras e divergentes situações de ensino e aprendizagem, onde a escolaridade formal tem sido hegemônica. De fato, é no ambiente escolar formal que conhecemos a presença de professores e alunos. O discurso científico da Matemática é outra modalidade de discurso matemático, que também nos dizeres de Garnica, ocorre na pesquisa, nos atos originais da construção do conhecimento matemático. Mas, afirma Hariki[121], o discurso dos livros-texto de Matemática de nível superior é codificado por matemáticos pesquisadores, que atuam também como professores, e torna-se embaraçoso saber se eles escrevem científica ou pedagogicamente. Segundo Hariki[122], um método pelo qual podemos detectar as preferências dos autores, é o da "análise dos conflitos" que governa seus discursos matemáticos, e o autor nos fornece os três conflitos principais que diz estarem permeados nos discursos dos textos matemáticos: o conflito *lógica versus heurística*, que se refere à lógica que controla a comunicação da Matemática formal e da Lógica que

---

118 DAVIS & HERSH, op. cit. Apresentação.
119 GARNICA (2001), op. cit. p. 52.
120 Ibidem, p. 53.
121 HARIKI, OP. CIT. P. 22.
122 Ibidem, P. 32.

governa a construção da Matemática informal. Em outros termos, segundo o autor, trata-se de observar se a concepção que impera no texto é a da Matemática como construção de conhecimento ou a da Matemática como transmissão de informação, o que ainda chama de Matemática como processo versus Matemática como produto. Outro tipo de conflito que pode ser encontrado[123] é o da *Lógica versus Retórica*, se o autor do texto não usa apenas a lógica formal; há certas negociações quanto à verdade dos teoremas, quanto ao uso da linguagem, quanto à divisão da obra. O sucesso do texto é medido pela continuidade do seu uso. O terceiro tipo de conflito citado[124], é o da *Lógica versus Intuição*, que se configura quando não há nenhuma intenção retórica ou heurística; há o máximo de generalidade e rigor e a mínima argumentação descritiva; exemplos de casos particulares raramente são mencionados. A escrita do texto intuitivo explora mais recursos já citados ou uso de figuras, que levam o leitor a "insights" intuitivos sobre o conhecimento.

Garnica[125] reitera que ambos os discursos, científico e pedagógico, pautam-se na construção do conhecimento matemático em texto escrito, mas também visam à comunicação e à negociação oral de significados. Considera esse autor que o discurso científico, puro, é o que trata a Matemática em seu estado nascente, radicalmente formalizado; no discurso pedagógico, tem-se a Matemática já reproduzida, na linguagem não radicalmente formalizada, mas quase-formal.

Hariki[126] sintetiza uma explicitação sobre o discurso matemático, concluindo que cada componente desse discurso tem sua própria lógica: regras da lógica formal, como diz, governam a transmissão da informação Matemática; regras da heurística controlam a construção do conhecimento matemático; regras da retórica controlam a negociação de significados. Afirma também que são lógicas conflitantes no texto, pois os autores têm que decidir

---

[123] Ibidem, p. 41.
[124] Ibidem, p. 42.
[125] GARNICA (2001), op. cit. pp. 54, 55.

sobre o uso delas em seu discurso, valendo-se de suas próprias convicções filosóficas. Nesse ponto, diremos que essa explicitação de Hariki explica, por esse modo, por que a escrita que vem dando forma à Matemática produzida por diferentes autores assume formas variadas em diferentes textos que tratam dos mesmos conteúdos. Isso se dá em razão de serem diferentes os conflitos vividos pelos diferentes autores.

O discurso matemático de que falamos até aqui, guiados pelas conceituações em Hariki, refere-se aos textos escritos para o ensino superior. Garnica[127], porém, expõe sobre o trabalho cotidiano do professor da escola fundamental, considerando que ali dificilmente encontraremos formalizações sofisticadas, a não ser aquelas exigidas pela disciplina, o que obviamente tem origem nos livros texto desse nível escolar. O autor afirma, também, que haverá sempre, em qualquer nível de trabalho pedagógico com a Matemática, um certo nível de formalização por exigência específica da disciplina, o que requer uma alfabetização própria, a alfabetização Matemática.

Uma confirmação que brota dos depoimentos desses autores é que a Escrita da Matemática é o meio pelo qual damos cabo de qualquer nível textual de formalização Matemática. Não há, digamos, outra prática usual de registro para o texto matemático e, a atividade oral, como acompanhamos em Granica[128], é referida somente quanto ao meio de negociação de significados.

Porém, estudantes já no início do curso universitário ainda vêm na Matemática uma linguagem sem sentido. M B. Burton[129], educadora Matemática americana, investigou o uso da linguagem escrita da Matemática entre estudantes americanos. A revelação inicial da autora é que, para eles, há a dificuldade comum em confrontar com a linguagem natural os símbolos matemáticos, que dizem ser de uma linguagem desconhecida; usam os símbolos algébricos conscientemente como uma linguagem, mas acusam

---

126 HARIKI, op. cit. p. 75.
127 GARNICA (2001), op. cit. p. 78.
128 Ibidem, p. 54.
129 BURTON, Martha. B. “Attenting Mathematics in Meaningless Language”, in Using Writing to Teach Mathematics, Andrew Sterrett (editor), By MAA/USA, 1992, pp. 53-57.

encontrar ali, frases sem referência real. A referência que têm para frases simbólicas como $1/\sqrt{x}$ é a mais trivial possível, e não significa mais que apenas $\sqrt{x}/x$. A autora obtém dos sujeitos da sua pesquisa que frases algébricas como essa não têm significado para eles, mas são apenas sinônimos. Acreditam eles que somente para algumas pessoas, aquelas que as produzem, essas frases estabelecem alguma comunicação.

No que diz Burton, os estudantes que revelem esses entendimentos têm bom histórico de desempenho na vida escolar, e no início do curso de cálculo na universidade, revelam que a maior parte das dificuldades que enfrentam nessa disciplina são baseadas na "língua" que necessitam empregar. Parecem usar a linguagem algébrica a que são submetidos exclusivamente buscando a organização sintática dos cálculos, e mal podem se remediar quanto ao sentido do problema contido nas sentenças algébricas. Em todas as situações, a autora afirma constatar que os estudantes desejam e são capazes de manipular a sintaxe das sentenças algébricas, porém não encontram o significado das sentenças Matemáticas no texto escrito na linguagem Matemática.

A autora acentua que para estudar as dificuldades dos estudantes e o mau uso que fazem da linguagem algébrica, na leitura e na escrita de textos, devemos considerar não apenas o estudante na sua relação com o texto, mas também as características da própria linguagem. Uma dessas características, que a autora descreve, refere-se ao texto matemático ser composto por símbolos algébricos, caracterizar-se como uma escrita telegráfica, que é um "subconjunto" da nossa linguagem falada; as sentenças escritas em linguagem algébrica, diz Burton, são elaboradas para serem entendidas na nossa linguagem natural.

Essa consideração de Burton[130] que compreendemos como dizer que o expresso pela escrita simbólica da Matemática nos textos, científicos ou pedagógicos, pode ser convertido nas formas de expressão da linguagem natural. Consideramos ser um pensamento aceito pelas posições filosóficas

[130] Burton, op. cit. pp. 57-62.

que compreendemos em Merlau-Ponty[131], para quem o objeto que fixamos ganha o sentido também suscitado pelas palavras. A fala e o pensamento, segundo esse autor, estão envolvidos um no outro, e a fala é a expressão do sentido. Ainda, se a palavra e a fala, como diz Merleau-Ponty, tornam-se a presença do pensamento no mundo sensível, o que quer que seja pensado e impresso nas sentenças Matemáticas simbolicamente escritas dá-se na fala realizada pelas palavras da língua natural. Então, faz sentido que a autora diga que as notações realizadas por meio de letras ou quaisquer marcas gráficas, devam ser entendidas como palavras na língua ordinária. Nos dizeres de Burton, não há nada no texto matemático, qualquer expressão simbólica, que não tenha que ser convertido para a língua ordinária. É nesse sentido que compreendemos a linguagem algébrica como subconjunto da língua natural.

C. Labord[132], educadora Matemática francesa, realiza pesquisa acerca da função do linguajar em Matemática e as relações significativas da linguagem na "formação dos conhecimentos matemáticos". O trabalho da autora explicita que o modelo de discurso presente nos textos didáticos de Matemática, nas instruções oficiais sobre a disciplina, e mesmo nas exposições orais de conteúdos matemáticos, caracterizam-se pelas idéias de clareza, de correção, de rigor, de precisão, que é, segundo ela, o que corresponde ao desenvolvimento das linguagens formais. Mas, o que Labord mais pretende enfatizar ao estudante é que "a língua Matemática" é um híbrido de dois códigos, o natural e o científico. Uma análise sistemática dos textos redigidos nessa língua híbrida, pelo que diz, revela que o caráter dominante dos enunciados na "Língua Matemática", é realizar uma comunicação abreviada do que seria feito na língua ordinária. Labord conclui que a inserção da linguagem simbólica na linguagem natural para fins de tal abreviação, é uma parte importante sobre as funções da escrita simbólica no discurso matemático. Essa autora não declara sua concepção de "discurso

[131] Merleau-Ponty, op. cit. pp. 91-98
[132] Labord, C. Deux Codes en interaction Dans L'Enseignement Mathematuque: langue naturalle et escriture simbolique. In: Recherches en Didatique des Mathematique, vol. 42, 1983, pp. 199-203.

matemático", mas por tudo o que associa a essa idéia, entendemos que fala daquilo que trata Hariki[133], do discurso dos autores de livros-texto de Matemática, que o autor tem como uma fusão do discurso matemático com o discurso pedagógico, que já citamos nesta seção.

Como "texto", aqui no contexto da nossa abordagem, julgamos que é adequado o entendimento de Paul Ricoeur (apud Garnica)[134], que o tem como todo e qualquer discurso fixado pela escrita.

Na prova

Abordando a "prova rigorosa" na formação do professor de Matemática, numa pesquisa qualitativa, Garnica obtém várias unidades de significados nas concepções de professores pesquisadores sobre a "prova" na Matemática. Várias das unidades apontadas por ele trazem implicitamente, na espontaneidade da concepção dos depoentes, o papel imprescindível da escrita, do escrever, da escrita rigorosa, da escrita incompleta, etc.

O autor[135] destaca como unidade de significado e transcreve do seu depoente que "uma proposição Matemática nunca estará colocada – portanto, nunca estará completa – sem sua demonstração". Dados nossos modos culturais, de nenhuma outra forma, se não a escrita, admitimos uma proposição Matemática acompanhada de sua demonstração. Seguindo o trabalho desse autor, o conhecimento matemático aparece em outra unidade reduzido às próprias demonstrações. Em unidades de outro depoimento, o autor obtém que a prova é tida como um conceito sintático, e ganha uma definição nesse sentido: a prova formal é "uma cadeia de sentenças obtidas por critérios ditados pela lógica (...)". Nesse caso, nos importa lembrar que "sintaxe", no próprio léxico, é tida como a parte da gramática que visa a organização gramatical do discurso. Em Auroux[136], que apresenta aspectos da organização gramatical da linguagem, há a afirmação de "tudo indica" não

[133] HARIKI, op. cit. p. 22.
[134] GARNICA, op. cit. p. 121, em nota de rodapé.
[135] GARNICA (1995), op. cit. p. 157.
[136] Auroux, S. Revolução tecnológica da gramatização. Campinas: UNICAMP, 1992, p. 19.

haver verdadeiro saber gramatical oral, o que nos leva a inferir que, como outras elaborações Matemáticas, a prova Matemática deve ganhar, necessariamente, uma constituição escrita.

Sendo assim, então essa constituição escrita da prova ganha cada vez mais importância. Nas unidades significativas[137], presentes no trabalho de Garnica sobre as concepções de prova rigorosa, são apontadas as seguintes afirmações: elas são a essência da Matemática, portanto fundamentais para a formação dos professores; saber Matemática é ter idéias Matemáticas e saber demonstrar proposições; a habilidade para essa tarefa não é necessariamente condicionada a saber o que é uma prova formal, mas a saber realizá-la; o professor de Matemática, diferentemente do professor de Lógica, não necessita tematizar conceitualmente a demonstração, apenas deve desenvolver em seus alunos a habilidade para fazê-la, etc.

Se inferimos que a prova é plasmada num texto escrito, então ela se dá por dois caracteres: o caráter conceitual, como a parte que visa ao conteúdo, e o caráter gráfico, que visa a registrar pelo código escrito o raciocínio formal.

Uma prova formal e completa é definida por Hariki[138] como aquela em que não há pontos importantes ausentes na prova e que o raciocínio é baseado somente na lógica formal. Esse autor expõe sobre a "negociação da verdade" pelos autores dos livros-texto e escalona um rol de níveis de prova que podemos encontrar nos textos de Matemática. Da prova formal e completa, passando pela prova informal e a prova em um caso particular, à ausência da prova ou à ausência completa da proposição, Hariki apresenta vários níveis de prova, em que, de um para outro, diremos que a mudança ocorre nos tratamentos conceituais e no rigor do registro escrito dos aspectos lógico-formais.

Ilustramos aqui o papel da escrita da Matemática na prova Matemática com uma proposição básica da Teoria dos Conjuntos: "*o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto*". Os autores de textos didáticos de nível

[137] Ibidem, pp. 157-165.
[138] HARIKI, op. cit. p. 101.

médio não têm dificuldade para argumentar heuristicamente, ou seja, pela lógica da Matemática Informal, que tal proposição é verdadeira porque, se assim não fosse, então o conjunto vazio teria algum elemento fora de algum conjunto, o que é um raciocínio absurdo, dado que o conjunto vazio não tem nenhum elemento para cumprir esta contradição. Fica então negociada a verdade da proposição. Alternativamente, de modo direto, podemos deduzir tal verdade a partir da união de conjuntos. Da união de dois conjuntos resulta um terceiro conjunto e, evidentemente, este terceiro conjunto contém cada um dos conjuntos da união. Ora, se um daqueles dois primeiros conjuntos é o conjunto vazio, então esse está contido no terceiro, que não é mais que o outro membro da união. Concluímos, assim, que o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto, porque qualquer conjunto pode ser tomado como a união de si próprio com o conjunto vazio. Essa argumentação é uma prova informal, que não conta com a escrita formal característica da Matemática. Não há uma contra-argumentação a esse modo informal de provar aquela proposição, mas nada do que fica garantido aponta a presença "material" do conjunto vazio em algum outro conjunto. São o que Hariki[139] define como argumentos retóricos.

E. L. Lima[140] sugere uma ilustração formal para essa proposição, do conjunto vazio contido a qualquer outro conjunto, construída com a escrita formal da Matemática, a partir da busca de raízes para a equação $x^2+1=0$, para qual sabemos não haver nenhum número real que seja solução. Lima explicita que a solução de uma equação é um dos tratamentos matemáticos em que temos uma seqüência de implicações lógicas, e define que cada uma das letras P, Q, R e S representa a condição sobre o número x expressa na igualdade a seu lado:

(P) $x^2+1=0$, que multiplicado ambos os membro por x^2-1, $x \neq \pm 1$, resulta

(Q) $(x^2+1)(x^2-1)=0$, ou equivalentemente,

[139] Ibidem, 41.

[140] LIMA, E. L. et al, "A Matemática do ensino médio", Ed. SBM, 1997, pp. 8-10.

$(R) \quad x^4 - 1 = 0$. Então,

$(S) \quad x \in \{-1,\ 1\}$.

A condição Q deixa claro que o conjunto solução da equação $(P)\ x^2 + 1 = 0$ está contido no conjunto solução de $(R)\ x^4 - 1 = 0$. Como Lima[141] reafirma, a propriedade transitiva da inclusão é a base do raciocínio dedutivo, sendo o que nos leva a escrever

$$P \Rightarrow Q \Rightarrow R \Rightarrow S \ ,$$

e, portanto,

$$P \Rightarrow S \ ,$$

significando que

$$\Phi \subset \{-1,\ 1\}.$$

A escrita formal dessa seqüência de condições, notadamente a condição Q, constitui uma heurística "epistêmica" para a verdade que o conjunto vazio Φ está contido no conjunto $\{-1,\ 1\}$. Em situações como essa, é evidente a diferença da ação de uma heurística com a escrita formal comparada à argumentação retórica. Esta, nos dizeres de Harki[142], os autores utilizam para negociar a verdade, o que fazem menos em textos para o ensino superior; aquela, ainda nos dizeres do autor, tem o padrão da lógica a ser seguido e se mostra dominante no discurso dos livros didáticos.

No capítulo V, onde realizamos a interpretação das categorias obtidas dos depoimentos dos professores, retomamos na seção 3.1 essa proposição da pertinência do vazio como ilustração da escrita da Matemática como o que lá chamamos "*óculo intelectual*".

---

[141] LIMA, op. cit. p. 5.
[142] HARIKI, op. cit. p. 41.

Na sala aula

A sala de aula, nos dizeres de Von Zuben[143], é um "espaço de ação" onde se desenvolvem, mais intensamente, as articulações e contradições entre o eu, compreendido na personalidade de quem fala, e o outro; entre a fala dialógica e a fala impositora; entre a difusão de idéias por meio das pessoas e a infusão de idéias sobre as pessoas, além de outras antagonias. O autor, como também compreendemos, vê nesse ambiente, entre tantas ocorrências que cercam o indivíduo, o encontro de busca coletiva do saber, que cada um necessita para qualificar a experiência da vida social. Ele considera que esse espaço é uma das primeiras grandes buscas que cada um de nós empreende. Como estrutura institucionalizada, diz ser o espaço onde a primeira ação é dada ao ensino de receitas para que o indivíduo possa sair-se bem na vida. Mas, como "evento existencial", sugere Von Zuben, "a sala de aula poderia ser vista como o espaço revolucionário da fundação da liberdade"[144]. Seu pensamento assenta-se na transcendência às teorias e visões de mundo impostas aos indivíduos nesse espaço, por meio da reflexão, que o autor diz já ser um momento individual da liberdade. O que está presente nessas palavras, como vislumbramos, resulta de ser a sala de aula um espaço onde pessoas se encontram e se afirmam mutuamente; onde há "conversação" no sentido de troca de idéias, de confrontos e de concordância; onde há possibilidade de crescimento pessoal na oportunidade de estar-com o outro; espaço em que pode ocorrer a educação.

Nesse espaço intersubjetivo que buscamos caracterizar, a Matemática é presente, diremos, por exigência curricular. Sem uma definição objetiva, aparece na exposição oral do professor e dos alunos, nos utensílios pedagógicos e, sobretudo, nas elaborações gráficas de um amplo e livre conjunto de práticas notacionais, utilizadas nos enunciados realizados na escrita natural, nos esquemas didáticos esboçados e nas formulações das

[143] Von Zuben, Newton Aquiles. Sala de Aula: da angústia de labirinto à fundação da liberdade. In: Morais, Régis (org). Sala de Aula: que espaço é esse?. São Paulo: Papirus, 1988, pp. 123-129.
[144] Von Zuben, op. cit. p. 128.

notações especiais, das equações e das infindáveis expressões formais escritas na formulação moderna da *"língua matemática"*[145]. Essa "escrituração matemática", diremos ser, se não posta como tarefa específica, um fazer "iniludível" na sala de aula de Matemática.

Estudos sobre os processos de apropriação da escrita, como os trabalhos de Emília Ferreiro[146], dão conta de que "o escrever", desde o seu aprendizado, não é uma atividade alheia à epistemologia dos objetos sociais enquanto objetos de conhecimento. Para produzir a escrita, a autora[147] pressupõe um sujeito que pensa, que associa ao que escreve o objeto que faz representar. Do contrário, diz ser desenho de letras, cópia, não escrita. Essa é uma consideração que nos traz uma compreensão realçada do escrever em Matemática.

O escrever, como atividade da transcrição da língua em caracteres gráficos[148], que realizamos por meio das unidades gráficas chamadas letras alfabéticas, as fonéticas ou as ideográficas, como são as letras com as quais escrevemos os números, está, presente nos dizeres de Tolchinsky[149], no conjunto das práticas notacionais que reúne todo tipo de registro por meio de marcas gráficas.

Desde o nível pré-silábico[150], quando a criança ainda não relaciona a grafia das palavras com o seu som, a sala de aula já aparece como o espaço coletivo, ou um lugar de aprendizagem, em que a forma escrita da expressão é um objeto de atenção e busca permanente. Porém, segundo Danyluk[151], as crianças, ao iniciarem a vida escolar, já chegam à sala de aula distinguindo as letras do alfabeto das letras numéricas, e a escrita numérica

---

145 Expressão de Labord (op. cit) a que, paralelamente, associamos o significado atribuído por Saussure (op. cit. p.22) à lingua natural como objeto da lingüística, não como função do sujeito, mas como o produto que ele registra.

146 FERREIRO, E. Os processos construtivos da apropriação da escrita. In: Ferreiro, E. e Palacio, M. G. (orgs). Os Processos de Leitura e Escrita: novas perspectivas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1990, pp. 102-123.

147 FERREIRO, op. cit. p. 103.

148 Auroux (1992), op. cit. p. 65.

149 TOLCHINSKY, L. Desenhar, escrever, fazer números. In: Teberosky, A; Tolchinsky, L. (orgs). Além da Alfabetização. São Paulo: Ática, 1996, pp. 195-217.

150 DANYLUK, op. cit. pp. 13,29,55.

associada a noções Aritméticas, o que satisfaz o pensamento de Ferreiro. Essa evidência mostra, também, não ser somente a sala de aula o lugar de aprendizagem da língua, da escrita, de noções de Aritmética e da construção de qualquer outro conhecimento. Porém, entendemos que esse ambiente, no seu próprio formato e tradição no modelo histórico de educação escolar, apresenta-se, sobretudo para os níveis iniciais da escolarização, como uma espécie de laboratório para a aquisição dos conhecimentos da escrita e dos conhecimentos letrados.

Nesse espaço de ação, assim considerado por Von Zuben, o empreendimento do ensinar e do aprender a Matemática consiste, em grande parte das atividades, como compreendemos, de esforços intelectivos na busca de conhecimentos sobre conceitos e métodos matemáticos cujas ações desenvolvemos em direção à *formalização*. Esta, por sua vez, consiste, em princípio, como encontramos na filosofia[152], em trocar relações lógicas intuitivas por formas de expressão na linguagem de ação da Matemática. A símbolos construídos no pensamento damos expressões gráficas, de modo que a linguagem lógica que realizamos de outros modos e com outras finalidades, formalizamos graficamente para a Matemática e a dispomos para o uso matemático.

Essa formalização matemática é tão atraente no pensamento matemático que veio a determinar a denominação "formalismo"[153] para a corrente formalista na filosofia da Matemática. Nessa corrente, há a vertente hilbertiana que considera toda a Matemática como o que podemos construir segundo essa formalização, por meio do trabalho dedutivo das conseqüências lógicas de hipóteses ou definições, deixando os referentes ou objetos matemáticos como as funções dos conceitos a serem desenvolvidas segundo regras formais dadas explicitamente. Uma outra vertente, a hursserliana, considera que a

---

151 Ibidem, p. 170.

152 GIACOMO MANNO, op. cit. pp. 179-189.

153 SILVA, J. J. Filosofia da Matemática e Filosofia da Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas, São Paulo: UNESP, 1999, pp. 45-58.

Matemática é o estudo de domínios de objetos, mas apenas com respeito às formas desses objetos e a transferência dessas formas à linguagem, o que faz Husserl denominar a Matemática como uma "ontologia formal". Os domínios particulares, como a Geometria, são ditos ontologias regionais. Essas ontologias, nos dizeres do filósofo, são realizadas sob as leis lógicas da sintaxe[154], que se referem às funções cognitivas que transformam uma significação em outra significação, e sob as leis lógicas da semântica, referentes à objetividade dos conteúdos, ou seja, referentes à compreensão do que deve ser compreendido quanto aos conteúdos referenciais. Ao distinguir essas leis, Husserl consegue distinguir as noções de *forma* e de *conteúdo* para a Matemática, o que na perspectiva de Hilbert, não possui esse relevo.

Nosso entendimento didático acerca dos objetos matemáticos é que nós os compreendemos por meio de construção de conceitos. Essa compreensão se consuma no estabelecimento das formas na linguagem, "conformadas" em enunciados escritos. Portanto, mesmo que não nos pareça ser o meio gráfico da realização da linguagem o aspecto mais ressaltado em teorias do conhecimento da Matemática, mesmo nas considerações do problema epistemológico, esse aspecto mostra-se, se não como o foco, pelo menos como instrumento que ilumina e que guarda significados para o ensino e aprendizagem, onde se centra nossa investigação. Compreendemos, também, a presença do "grafismo" como outra ação, desta vez da chamada "razão gráfica", em prol da realização da "linguagem de ação", de que fala Condillac[155], que mencionamos no primeiro capítulo. As ações que empreendemos na sala de aula em prol do ensino e da aprendizagem da Matemática que, conforme nos veio à experiência, originam-se e culminam no texto escrito.

Porém, há uma consideração teórica quanto ao texto escrito, em que, na noção comum, não seria, por si só, tido como conhecimento. Para

---

[154] HUSSERL, op. cit. pp. 283,284.
[155] CONDILLAC, OP. CIT. PP. 143-145.

explicitar essa idéia recorremos a Lins[156] que, para tanto, caracteriza conhecimento como uma "crença-afirmação" munida de uma justificação, sendo a justificação necessária para que possamos produzir a enunciação do conhecimento. O texto, nessa visão, aparece quando há um autor e um leitor constituídos a partir dos modos de produção de significados que devem ser internalizados, por um e por outro, como legítimos. Nessa conformação, Lins considera o texto como "o resíduo de uma enunciação". Por resíduo de enunciação nessas considerações, da leitura efetuada, entendemos ser os significados efetivamente produzidos pelo leitor o que torna o texto conhecimento. O fecho é que "tanto quanto não há leitor sem texto, não há texto sem leitor". Nesse modelo, o autor pressupõe que somos todos diferentes no funcionamento cognitivo, porém podemos compartilhar "espaços comunicativos" onde construímos as justificações que qualificam o conhecimento como verdadeiro. São o que Lins chama de "campos semânticos" e de onde surgem com a denominação da teoria como "Modelos dos Campos Semânticos". Conhecemos, nessa concepção, apenas na medida em que nos dispusemos a enunciar o texto[157]. Nesse quadro, a Matemática é entendida como um texto e o conhecimento matemático é entendido como o conhecimento que fala de um texto matemático**.**

Segundo essa concepção, como compreendemos, mesmo na sala de aula, onde todos se submetem a uma mesma orientação, conhecimentos diferentes podem ser construídos sobre um mesmo texto, visto que cada sujeito pode estar usufruindo de espaços comunicativos diferentes e produzindo, portanto, diferentes enunciações e exprimindo seus diferentes significados, para o texto. O conhecimento só deve ser assumido como tal, segundo Sad[158], quando é identificado como um texto, quando seus "escritos" são vistos como símbolos

156 LINS. Rômulo Campos. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectiva. São Paulo: UNESP, 1999, pp. 75-94.

157 SAD, Lígia Arantes. Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos. Rio Claro: UNESP: 1998, Tese de Doutorado, p. 123.

158 A Teoria dos Modelos Teóricos dos Campos Semânticos (MTCS), implementada por R. C. Lins, Cf. Sad, L. A. p. 123, reponde que "conhecimento" é algo da enunciação com significado

com algum significado convencionado, e quando são lidos segundo uma transformação do enunciado em enunciação.

Compreendemos, ao se condicionar aos símbolos escritos, que Sad fala do conhecimento matemático advindo de textos escritos, e que nesse caso a autora considera que o conhecimento matemático, enfocado na concepção de Lins, advém de uma escritura que é lida e os símbolos ali reconhecidos no que querem significar.

Teorias epistemológicas da Matemática, como essa dos "Modelos dos Campos Semânticos", não são referidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais[159] (PCNs), que também não tecem uma referência direta à Escrita da Matemática. Mas trazem afirmações no que tangem ao Ensino Fundamental, de que o conhecimento formalizado, ou seja, o conhecimento matemático que construímos e expressamos por meio da escrita, não apenas foneticamente, mas também por ideogramas e esquemas gráficos variados das convenções matemáticas, necessita ser transformado para se tornar possível de ser ensinado/aprendido[160]. A obra e o pensamento do matemático teórico, segundo o exposto naquele documento, não são passíveis de comunicação direta aos alunos. Se atribuirmos aos PCNs a teoria dos "Modelos dos Campos Semânticos" a que nos referimos acima, essa impossibilidade de comunicação direta entre os alunos e os matemáticos, ocorre porque os alunos ainda não chegaram ao espaço comunicativo em que escrevem os matemáticos e não podem, por si mesmos, construir significados e, tampouco, enunciação sobre o que os matemáticos escrevem formalmente. Esse trabalho de facilitação da aprendizagem, que consiste em realizar com os alunos a reescrita e a interpretação da escrita dos autores matemáticos dos livros, conforme o que compreendemos e vivenciamos, é um foco de atividades onde centralizamos, professores e alunos, grande parte do esforço do ensinar e do aprender na sala de aula.

---

social. Nenhum texto, por si só, contém conhecimento.

159 Documento produzido pelo Ministério da Educação, que traz orientações para o ensino escolar quanto aos conteúdos e aos procedimentos didáticos.

160 PCNs - Ensino Fundamental (1998), op. cit. pp. 2, 24, 25, 80.

Ampliando o que sugerem os PCNs, temos que A. V. M. Garnica[161] já estudara a possibilidade do trabalho hermenêutico em situação de ensino sobre os livros de Matemática utilizados na sala de aula, compreendendo que esta modalidade de atividade interpretativa é um viés expectável e produziu uma proposta pedagógica para este efeito, voltada para o fazer do professor na sala de aula. Não almeja objetivos imediatos, mas prevê Garnica[162] que uma situação dialógica em sala de aula, a incorporação de recursos linguageiros do cotidiano do aluno, a exigência da busca dos significados lexicais dos vocábulos do texto, a rescrita do texto transcrevendo-o do aspecto formal para a escrita natural, incluindo seus sentimentos a respeito dessa busca de significação, são elementos do trabalho hermenêutico que o professor pode empreender na sala de aula.

Ainda nos PCNs do Ensino Fundamental, há uma sugestão enfática para o uso da "Didática da Resolução de Problemas", por onde, segundo o documento, o aluno pode conceber o saber matemático, não como um "interminável discurso simbólico" ao modo tradicional, mas como um conjunto de conceitos que lhe permite resolver um conjunto de problemas.

O cálculo escrito é mencionado nos PCNs como procedimento de expressão do cálculo mental no ensino fundamental, e a análise dos registros dos alunos, de seus procedimentos mentais, é apontada como o procedimento com que o professor pode evidenciar o domínio de conhecimentos matemáticos dos alunos, no qual deve basear as técnicas do cálculo escrito a serem ensinadas na escola. Compreendemos que essa orientação sinaliza para a importância de a aprendizagem matemática escolar ser centrada na atividade escrita.

O enfoque sugerido à Álgebra, privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico em lugar dos exercícios mecânicos de cálculo e a orientação para o desenvolvimento do pensamento dedutivo para as

---

[161] GARNICA, Antonio Vicente M. A Interpretação e o Fazer do Professor: a possibilidade do trabalho hermenêutico na Educação Matemática. São Paulo: UNESP-Rio Claro, dissertação de mestrado, 1992.

[162] GARNICA, op. cit. pp. 160-162.

argumentações e demonstrações são pontos em que vemos nos PCNs do Ensino Fundamental o reconhecimento de aspectos como o letramento[163] voltado para o desempenho sobre o uso da escrita própria da Matemática, o que queremos chamar de "letramento matemático".

Nos PCNs do Ensino Médio, além dos conhecidos chavões ditos como objetivos do Ensino da Matemática, como o de "estruturar o pensamento", "desenvolver as capacidades de raciocínio" e "desenvolver habilidades para resolver problemas", há ainda considerações dirigidas a aspectos imediatos do nosso objeto de estudo, como: "o aluno deve perceber a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de idéias e que permite modelar a realidade e interpretá-la"[164], e, ainda, que entre as finalidades do ensino da Matemática no nível médio inclui-se o expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática[165]. Uma das competências a serem desenvolvidas, citadas nos PCNs, é o "exprimir-se com correção e clareza, tanto na linguagem ordinária como na linguagem matemática, usando a terminologia correta"[166], o que queremos denominar "letramento matemático", em paralelo ao "letramento" como o segundo sentido de alfabetização, destacado por Oliveira[167].

A alfabetização que conforma o indivíduo ao letramento, como o letramento matemático, no sentido da interpretação e da composição de textos, o letramento pleno, entendemos ser aquela que nos dizeres de Bicudo[168] já escapa à simples decodificação de uma seqüência de letras, mas envolve também a condição para a compreensão da "leitura" do mundo compartilhado,

---

163 Letramento (cf. OLIVEIRA, 2002, pp. 170,171) refere-se ao segundo sentido de alfabetização, que desde os romanos quer dizer compreender e produzir textos, enquanto alfabetizar, em primeiro sentido, é apenas buscar a saber ler e escrever as palavras.

164 PCNs - Ensino Médio. MEC, 1999, pp. 253.

165 PCNs - Ensino Médio, op. cit. p. 254.

166 Ibidem, p. 259.

167 OLIVEIRA, op. cit. pp. 170, 171.

168 BICUDO, M. A. V. Alfabetização: significados possíveis. In: Micotti, M. C. O. (org). Alfabetização: aspectos teóricos e práticos. Rio Claro: Instituto de Biociência, 1999, pp. 29-41.

envolvendo a percepção, a explicitação do sentido articulado na fala acústica e na fala escrita.

Ao educador alfabetizador, voltado à alfabetização no sentido do letramento pleno, cabe, segundo Bicudo, estudar e buscar os conhecimentos relevantes que cercam a vida dos alfabetizandos, como a psicologia cognitiva, os assuntos da linguagem, a epistemologia, a filosofia, a Matemática, etc.

Porém, evidências em resultados de pesquisas mostram que as considerações trazidas por Bicudo não são em geral atendidas. Transtornos originados no "letramento matemático", que podemos associar também à falta do alfabetizador empreendido naqueles domínios, são detectados por T. W. Rishel[169], em pesquisa realizada na Universidade de Cornell (USA), onde constata e declara, já há 10 anos, que o estado da Matemática é tal que existe um significativo declínio no número de estudantes procurando estudar essa ciência, mesmo entre alunos que se mostram dados à abstração matemática, e um alarmante número de pessoas que estão apenas tentando entender o que julgam minimamente necessário a seus afazeres profissionais. Não se encontram nas salas de aula, salvo tímidas exceções, pessoas que produzem livremente textos matemáticos, o que Rishe credita à rejeição gosto do estudante pelo modelo de codificação escrita da Matemática. Também não se vê, segundo o pesquisador, nenhuma tentativa de atrair grupos populares ao estudo da Matemática, tampouco tentativas de atrair aquele que poderia escolher a Matemática como uma carreira.

O que vem se tornando comum nas escolas americanas, afirma Rishel, no seu artigo de 1992, é a atividade escrita através do currículo, ou seja, usar a escrita como um instrumento de trabalho ou como meio de realização de atividades, como escrever livremente sobre temas matemáticos. O próprio autor[170] expõe sobre suas discussões na sala de aula quanto ao "uso da prosa contra o uso de

[169] RISHEL, Thomas W. Writing the Math Classroon; Math in the Writing Class or, How I Spent My Summer vocation. In: Sterret, Andrew (editor). Using Writing to Teach Mathematics. USA: Mathematical Associations of America, 1992, pp. 30-33.

[170] RISHEL,op. cit. p. 31.

gráficos", e discussões sobre as circunstâncias em que as "figuras" fazem melhor trabalho que a escrita.

No domínio desses trabalhos que consideram Rishel, A. B. Powell[171] e J. A. López, distinguem-se duas categorias de abordagem: a escrita usada como meio de demonstração de conhecimento e a escrita como meio de conhecimento. Na primeira categoria, os educadores matemáticos envolvem os educandos em atividades escritas para fins que incidem mais sobre a Matemática, ou seja, escrevem sobre os conteúdos matemáticos que estão aprendendo, utilizando também os padrões da escrita formal dos conteúdos; na segunda, a escrita é usada para focalizar os educandos[172], ou seja, os alunos escrevem livremente sobre si mesmos e sobre suas rotinas de estudos.

Fugindo do modelo didático tradicional da sala de aula que submete os educandos a um regime de "cópias" e de repetições irrefletidas de uma seqüência de experiências que já estão realizadas e relatadas nos livros, como assim entendemos dizer Powell e López[173], os pesquisadores procuram ministrar a seus alunos atividades reflexivas por meio da escrita e concluem a confirmação de que a escrita é um instrumento poderoso com o qual o aluno pode refletir sobre suas experiências. Ao pensar segundo a ordem que nos impõe o desenvolvimento da escrita, tanto na língua natural e mais ainda na língua formal da Matemática, os resultados para o aprendizado aparecem, no que dizem Powell e López, com efetivos sinais. Ao escrever, concluem, o aluno explora relações, constroem significados e manipula o próprio pensamento. Assim, mesmo que a escrita em foco direto nos trabalhos trilhados por esses autores não seja, especificamente, a escrita da Matemática do nosso objeto, compreendemos que essas pesquisas tocam em um ponto da nossa atenção, que é o da distinção, ao menos pedagógica, das duas entidades: a Escrita da Matemática e a Matemática, aparecendo a escrita em observação, separadamente dos conceitos que ela escreve, assim como os conceitos,

---

171 POWELL, A. B. e LÓPEZ, J. A. A escrita como veículo de aprendizagem em Matemá-tica. In: Boleltim GEPEM, Rio de Janeiro: GEPEM, 1995, pp. 4-41.
172 POWELL e LÓPEZ, op. cit. p. 12.
173 Ibidem, p. 11.

pensados como conteúdos isolados de suas formas gráficas na língua escrita. Isto é, não estamos cogitando que os conteúdos são pensados fora de suas formas na linguagem, o que nos é ininteligível, já que sem linguagem não concebemos o pensamento, mas cogitamos que esses trabalhos podem levar o aluno a pensar os conteúdos fora do grafismo. Ilustrando, sugerimos o exercício de pensar e escrever sobre o conteúdo original da noção de proporção, como a de ser "a relação entre as partes de um todo que provoca um sentimento estético de equilíbrio"[174], comparado com a asserção encontrada nos livros escolares, que diz ser a proporção a igualdade de duas razões.

A escrita tomada como Didática da Matemática, conforme experimentada nos trabalhos examinados por Powel e López, realça a Matemática como mais uma realização cognitiva ligada à nossa *razão gráfica*, assim dita por Auroux[175]; diremos tratar-se da "performance didática", ao lado da "performance da formalização" já nomeada pelo autor, que exercemos no letramento matemático. A adequação dessa didática à Matemática julgamos dar-se porque a *razão gráfica* distingue-se, nos dizeres de Auroux, por meio de possibilidades que são interditadas à fala oral, como é a manipulação dos cálculos e tantas outras expressões formais da Matemática. Julgamos também que a didática da escrita necessariamente vai além da sala de aula; nesse ambiente procedem-se, como entendemos, as ações iniciais e terminais da prática, como os contatos introdutórios dos alunos com os temas curriculares, as verificações e outras eventuais necessidades da aprendizagem a serem atendidas pelo professor. As atividades individuais de redação dão-se nos estudos extraclasse.

O conhecimento conceitual e o conhecimento das regras sintáticas das convenções notacionais próprias do simbolismo matemático, assim ditas pela Educadora Matemática Carmen Gómez-Granell[176], são, segundo ela, as duas

[174] HOUAISS, op. cit. vocábulo "Proporção".
[175] AUROUX (1998), op. cit. p. 74.
[176] GÓMEZ-GRANELL, op. cit. p. 273, 274.

frentes da aprendizagem matemática na sala de aula. Nos dizeres da educadora, o conhecimento da Matemática envolve o domínio dos símbolos formais da língua matemática e a associação a eles dos respectivos significados referenciais. E pelas evidências que encontramos nos trabalhos de Zuffi[177], de Soares[178], de Powell[179], não é mais que a busca desses domínios o que cumpre os afazeres do encontro professor-aluno na sala de aula de Matemática. Referimo-nos aos conteúdos de Matemática que constituem os currículos escolares oficiais e que, como compreendemos, tratam nossas referências. No ensino desses conteúdos, a aprendizagem na sala de aula, como vimos a compreender e expressar, concentra-se na aquisição dos símbolos da linguagem, formalmente escritos, e na associação desses constructos com os referentes a que se referem. Todavia, segundo o que encontramos na pesquisa de Zuffi[180], no ambiente da sala de aula os aspectos semânticos não recebem a mesma ênfase que as questões sintáticas. Essa educadora investigou, pontualmente, o envolvimento de professores com a "Linguagem Matemática" no ensino sobre o tema "Funcões". Abordou, como ressalta, o tema "Funções" e a linguagem matemática de professores no Ensino Médio. Ela usa a expressão "Linguagem Matemática" sem a necessidade de situar seu significado por algum entendimento específico. Seu intuito foi contornar, no ambiente da sala de aula de Matemática, como interpretamos, o "como" os professores realizam e disseminam suas expressões a respeito do tema Funções, amparando-se, a pesquisadora, na assunção vygotskyniana em ter o professor como sujeito mediador do processo de desenvolvimento dos alunos. O que Zuffi constatou foge da distribuição qualitativa que deve haver entre as ênfases dadas nos tratamentos semânticos e sintáticos no ensino sobre temas da Matemática, conforme considera Gómez-Granel[181]. Constatamos que nas escolas onde Zuffi obteve

---

[177] ZUFFI (1999), op. cit.
[178] SOARES (1995), op. cit.
[179] POWELL E LÓPEZ (1995), op. cit.
[180] ZUFFI, op. cit. pp. 192, 193.
[181] Gómez-Granel, op. cit. p. 275.

seus dados, estabelecimentos públicos e privados, por meio do exame que realizamos das fartas transcrições de aulas oferecidas nos anexos[182] do seu trabalho, que as ações didáticas realizadas pelo professor na sala de aula comportam-se entre os limites das técnicas. A breve abordagem semântica de uma noção é, em geral, realizada no estrito propósito de introduzir uma instrução para o manuseio de um algoritmo, de uma fórmula para resolver exercícios didáticos ou para introduzir algum procedimento dedutivo.

Uma professora cujo trabalho Zuffi observou em atividade de ensino na sala de aula, que se graduou no curso de Licenciatura em Matemática de uma conceituada universidade pública de São Paulo, refere-se à ênfase eminentemente sintática de ensinar os conteúdos matemáticos como sendo o modo de trabalhar de seus ex-professores, que "vinham e davam aula . . . e acabou!, e não ficavam viajando com o material didático"[183]. Essa professora, que no conjunto dos sujeitos da pesquisa de Zuffi, tem o currículo de quem bem nos parece poder exercer o ensino integrado entre as tendências semânticas e sintáticas, às quais refere-se Gómez-Granell, informou não fazer uso de livro texto na sala de aula, que só o faz antes, no preparo das aulas. Declara gostar da "nomenclatura matemática", o que afirma ser de pouco uso pelos professores. Essa professora depoente de Zuffi exemplifica suas considerações referindo-se a como apresenta a expressão $y = ax + b$ a seus alunos, enfatizando que se empenha para que eles realmente vejam "o que é o a" e "o que é o b". Porém, seguindo a descrição detalhada realizada por Zuffi, chegamos à compreensão de que a depoente se apresenta com escassez discursiva em torno do referente matemático, e a expressão que ela expõe simbolicamente escrita é o que ela apresenta como o próprio objeto referencial em questão. A busca do conhecimento conceitual, a que nos referimos com Gómez-Granell, não ocorre. Ao invés disso, a preocupação manifesta é com os elementos da formulação escrita.

182 Ibidem, pp, 217-307.
183 ZUFFI, op. cit. 293

Após seu depoimento à pesquisadora Zuffi, a professora ministrou uma aula sobre a mesma função polinomial do primeiro grau numa classe de primeira série do Ensino Médio, sob a observação da pesquisadora, em seqüência ao que já estava iniciado. Conforme Zuffi[184], a professora escreveu na lousa, tal qual transcrevemos abaixo, um problema que extraiu do livro texto para suas notas de aula, dizendo aos alunos que se tratava de "um problema do cotidiano":

Um chefe de Departamento de promoção de uma loja verifica que quanto mais ele anuncia na televisão, mais vende. A relação pode ser expressa por y = 2/3 x + 150, onde y = número de mercadorias vendidas durante a semana e x = número de comerciais de televisão veiculados durante a semana. Nessas condições: (a) quantas mercadorias ele vendeu se o seu comercial apareceu 24 vezes na TV durante a semana?; (b) quantos vezes o comercial deverá aparecer na TV para que a loja venda 225 artigos na semana?

A professora escreveu a solução do problema na lousa. Ao tratar do item (a) ela substituiu o x da expressão por 24, dizendo: "eu tô dando o domínio e procurando a imagem". Realizou as operações indicadas na expressão, passo a passo, escrevendo as sentenças de igualdade com y, até apurar seu valor, como segue:

$$y = \frac{2}{3}x + 150$$
$$y = \frac{2}{3}\frac{24}{1} + 150$$
$$y = \frac{48}{3} + 150$$
$$y = 16 + 150$$
$$y = 166 \quad mercadorias.$$

Seguindo o mesmo modelo de texto, a professora resolveu também o item (b) do problema, substituindo y na expressão por 225 e resolvendo a equação resultante em x. O texto[185] produzido pela professora com o desenvolvimento dos cálculos, como compreendemos, visa tão somente à obtenção dos

[184] Ibidem. p. 229.
[185] Texto como o discurso fixado pela escrita, conforme Ricoeur (apud Garnica, 1995, p. 121).

resultados numéricos que pede o problema; não se desdobra a outros esclarecimentos. Não há, por exemplo, conectivos entre as sentenças.

Se os alunos não utilizam o livro texto, como a professora informou à pesquisadora, e se os textos produzidos na sala de aula são feitos sem a observância de normas sintáticas da gramática ou da lógica, de modo a não serem explícitos ou adequados, entendemos que esse trabalho não oferece ao aluno a possibilidade de desenvolver bom gosto pelos temas e pela codificação escrita da Matemática, podendo estabelecer o quadro de rejeição à Ciência, constatado e descrito por Rishel, conforme mencionamos anteriormente.

A partir da observação que fizemos, entendemos que nesse trabalho de sala de aula a professora se concentrou na elaboração escrita de cálculos, "manipulando" a expressão escrita da regra que define uma função, sem no entanto expor os alunos à construção ou à interpretação da referida expressão. A professora havia dito que buscava fazer os alunos verem "o que é o a" e "o que é o b" em $y = ax + b$, mas, ao tratar do tema na sala de aula, não os conduziu à construção da expressão $y = 2/3\ x + 150$, considerando-a como dada. A expressão poderia ser obtida por cálculos sobre uma simples tabela de valores relacionados de y e de x, o que geraria um texto que poderia deixar explícitos a origem e o papel dos coeficientes que são presentes na escrita da expressão, em acordo com o princípio expresso por Powell e López, que também citamos anteriormente, do uso da escrita como meio de conhecimento. Entendemos, portanto, que a professora abdicou da abordagem semântica, de ganhos quanto à prática matemática na solução de problemas, e limitou-se ao trabalho de ensino da escrita de cálculos.

Na investigação de Zuffi, julgamos também relevante e ilustrativo dessa opção sintática na sala de aula o que obteve com a aplicação de um questionário com vinte itens que submeteu a seus sujeitos professores e que responderam por escrito. No item dezessete, ela pergunta[186]:

[186] ZUFFI, op. cit. p. 85.

Se $a>0$, como é a concavidade do gráfico da função
$$g(x) = ax^2 + bx + c \quad (a,b,c \in \Re)? \quad Por \quad quê?$$

A essa questão, segundo a transcrição de Zuffi[187], a professora a que referimos acima deu a seguinte resposta:

"A concavidade da função é para cima. Porque para sucessivos valores de x, teremos valores crescentes de y, que ao passarmos para o gráfico, estarão com a concavidade para cima. Para (sucessivos e crescentes) valores de x, as imagens diminuem antes do V e depois aumentam".

Essa função polinomial de segundo grau é um dos "pontos" da Matemática que, indubitavelmente, não se deixam de lecionar nos Ensino Fundamental e Ensino Médio. Seu gráfico no plano cartesiano é uma famosa curva, a parábola, bem definida na Geometria, e o cálculo de suas raízes é uma atividade escrita muito solicitada pelos professores e muito repetida pelos alunos, com o uso da chamada *Fórmula de Bhaskara*. A informação de que, sendo positivo o coeficiente do quadrado de x nessa função, o seu gráfico cartesiano é uma parábola com a concavidade voltada para cima, é também muito repetida e utilizada nos exercícios de reconhecimento de gráficos. Porém, essa justificativa da professora, que examinamos acima, denuncia seu distanciamento do conhecimento semântico em questão.

Outra professora do mesmo grupo de sujeitos da pesquisa de Zuffi, conforme transcrição da autora[188], respondeu ao mesmo item com a seguinte resposta:

"Em todos os livros não há explicação do porquê. É para cima e pronto! Não saberia responder".

Mas, um dos sete sujeitos, farmacêutico, professor desde 1950 e licenciado em Matemática em 1970, apesar de afirmar jamais ter justificado a concavidade da parábola para seus alunos, reproduziu os cálculos da determinação genérica do conjunto imagem da função, num texto escrito e relativamente organizado, deixando explícito que se "*a*" é um coeficiente

[187] Ibidem, p. 105.
[188] Ibidem, p. 88.

positivo na expressão da função, a concavidade do gráfico é voltada para cima. Segundo a transcrição de Zuffi[189], o professor escreveu, tal como transcrevemos, o seguinte texto:

Se $y = ax^2 + bx + c$

$$y = a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}).$$

Tornando a expressão $(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a})$ um quadrado perfeito, tem-se:

$$y = a(x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a})$$

$$y = a[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}]$$

Se $a>0$ e $\frac{x+b}{(2a)^2} \geq 0$, tem-se $a(x + \frac{b}{2a})^2 \geq 0$

e portanto,

$$a(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{\Delta}{4a} \geq -\frac{\Delta}{4a}$$

$$y \geq -\frac{\Delta}{4a}.$$

Nesse caso, o conjunto imagam para $a>0$ é $\mathrm{Im}(f) = [-\frac{\Delta}{4a}, \ +\infty[$

$\Rightarrow$ concavidade para cima.

Compreendemos que o texto do professor só pode ser lido com compreensão por um leitor já conhecedor do processo dedutivo ali desenvolvido. Queremos dizer que o conteúdo de que trata o texto está inacessível por si mesmo. Faltam conectivos lógicos ou gramaticais para explicitar a origem de expressões na expressão anterior e faltam advérbios para situar o papel de expressões no desenvolvimento do raciocínio, como exige o texto didático. O professor não usa a palavra "função", mas refere-se ao conjunto imagem dela; esse conjunto aparece como um semi-intervalo de números reais limitado inferiormente, mas também não faz uso da expressão

[189] ZUFFI, op. cit. p. 100.

"limite inferior" que é própria aos dizeres dessas noções, quando é uma oportunidade adequada para inserir esses termos. O próprio "limite inferior" está na essência da conclusão final a que chegou o professor, mas com o desuso das palavras, como julgamos, a conclusão escrita por ele, como de resto toda a dedução, não ficou didaticamente explicitada. Afinal, por que sendo o conjunto $[\ -\frac{\Delta}{4a},\ \ +\infty\ ]$ o conjunto imagem da função $y = ax^2 + bx + c$, seu gráfico tem a concavidade para cima?

O desenvolvimento que o professor apresenta, conforme evidências empíricas em nossas experiências no ensino, tem, caracteristicamente, as falhas apresentadas pelos alunos iniciantes no curso de licenciatura nas suas produções escritas. Isso não pode ser uma conclusão, mas é um dado para nossa atenção.

As respostas dos outros quatro sujeitos do grupo para a pergunta, sobre a concavidade da curva, foram as seguintes: para cima, pois a função é decrescente para $x \leq$ vértice da parábola e crescente para $x >$ vértice da parábola; para cima, tentando dizer algo quanto ao vértice, sem concluir; *a>0*, concavidade para cima $\Rightarrow$ pois sua imagem será $[-\Delta/4a,\ \ +\infty]$; a concavidade da função e voltada para cima.

Apesar de esses professores, como julgamos, tanto já terem escrito sobre a função polinomial do segundo grau, terem tantas vezes produzido a escrita matemática de expressões particulares desse tipo de função, e associar-lhes seus gráficos, calcular suas raízes e discutirem variados aspectos do objeto que as expressões representam, nenhum deles esboçou uma explicação sobre o comportamento do gráfico pelo que poderiam avaliar lendo a expressão geral $g(x) = ax^2 + bx + c$. Nos dizeres de Martha B. Burton[190], como já nos referimos neste capítulo, temos aí uma "frase simbólica", onde, tal qual na língua materna, palavras se juntam em muitos dizeres. O termo "c" diz algo que podemos dissertar a respeito, assim como o termo que tem o

[190] BURTON, op. cit. p. 57.

quadrado diz sobre a concavidade, se esse for nosso objetivo. O significado do que ali está escrito, no sentido da concavidade do gráfico, aparece quando nos fixamos na influência da potência presente na variável "x" combinada com o sinal do coeficiente a. Compreendemos, por ocorrências como essas, que à escrita da matemática cabem leituras que não são comumente exercitadas na sala de aula.

Nas 47 aulas que Zuffi transcreveu dos seus sete sujeitos professores, observados em salas de primeira série do Ensino Médio, consideramos pequena a freqüência de manifestações de alunos com comentários ou dúvidas que podemos associar ao significado da Escrita da Matemática. Porém, o exame que realizamos no conjunto dos dados nos indica que a pouca manifestação não se deve à suficiência de clareza das falas e dos textos escritos produzidos. Há outras questões como o grau de envolvimento com as atividades, a iniciativa do aluno, o reconhecimento da dúvida e a abertura oferecida pelo professor. As intervenções que nos chamaram a atenção apontam para a prontidão cognitiva do aluno, que parece requerer não mais que boas primeiras palavras.

Ao introduzir o tópico "Funções" numa sala de primeira série do Ensino Médio, a professora, conforme descrição de Zuffi[191], escreve na lousa: "a área y de um quadrado é função do lado x. Se o lado medir *5cm*, a área será $y = 25cm^2$ (*cm* x *cm*); se o lado medir x = *10cm*, a área será $y = 100cm^2$". Uma aluna pergunta como foram encontrados esses números e se mostra com dificuldade em calcular a área do quadrado. A professora, em silêncio, desenha um quadrado na lousa com a letra x denotada em dois dos lados; escreve a frase simbólica $y = x^2$, escrevendo ao lado dessa expressão que "a área depende do lado do quadrado".

A professora, em seqüência, reproduziu a definição de função na lousa, no seguinte texto:

[191] Ibide, p. 218.

Função de A em B é uma relação que a cada elemento x de A faz corresponder um único elemento y de B.

Após apresentar a definição de função e de reforçar tal idéia num diagrama de flechas e numa tabela de duas colunas de números relacionados segundo a regra $y = 2x$, seguida das definições de *Domínio* e de *Imagem* de *Função*, sempre denotando a função por "função y", a professora escreve na lousa o seguinte exemplo:

Sendo $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $f : A \rightarrow \Re$ definida por $f(x) = x - 2$, determine seu conjunto imagem.

Imediatamente, uma aluna perguntou: Quem é esse f ?. A professora, conforme a transcrição de Zuffi, respondeu: É f de função. Como se lê isso: função de A em $\Re$. E passou a construir, na lousa, uma "tabelinha" de duas colunas, uma com valores de x e outra com valores de $y = x - 2$. Notamos, portanto, que não houve diálogo entre professor e aluno, abrindo para a interpretação dos termos escritos no texto.

Para esse diálogo, é necessário o professor compreender, como julgamos, que a noção de função, como já se objetiva entre os universitários, não é a que devemos obter, tão logo, entre os alunos iniciantes no Ensino Médio. Entendemos que deva haver uma introdução ao tema por meio, por exemplo, de uma similaridade com a noção de número, já que são números os valores de uma função. Diferentemente das características físicas dos objetos de uma coleção, como a forma, a cor, etc., a quantidade, segundo A. Miguel e M. A. Miorim[192], é uma característica que imprimimos como uma característica às coleções, por meio da razão. "Número" é o "nome" dessa característica. A conservação do número para Piaget, segundo Kamii e Declark[193], é a habilidade racional que temos de deduzir que a quantidade da coleção permanece quando muda a aparência empírica dos objetos de uma

---

[192] MIGUEL, Antonio e MIORIM, M. Ângela. O Ensino de Matemática no primeiro grau. São Paulo: Ed. Atual, 1987, pp. 6, 7.
[193] KAMII e DECLARK, op. cit. pp. 24, 25.

para outra coleção. Essa abstração que operamos para obter os "números" a partir dessa conservação de quantidades, supomos poder ser a mesma com que, de modo mais sofisticado, construímos a noção de "função" e o significado da escrita da expressão algébrica $y = f(x)$. Nesse caso, x seria pensado como uma coleção de objetos, f como aquela abstração que vislumbramos no pensamento de Piaget, que proporciona a conservação da quantidade, mas agora como a relação de x para y. Porém, nas transcrições que Zuffi[194] realiza das aulas observadas dos seus sujeitos professores, não há uma explicitação quanto ao caráter abstrato do objeto "função" em Matemática, que possa auxiliar o aluno nas significações da escrita formal empregada nessa noção, ficando assim constatado o desequilíbrio entre os tratamentos dos aspectos conceituais e sintáticos na sala de aula.

Também na pesquisa de M. T. C. Soares[195], pudemos constatar que é basicamente com sua oralização que professor promove o significado da Escrita Matemática para o aluno, conquanto não haja em mãos um texto com as explicitações necessárias. A autora, por meio das aulas que observou de seus sujeitos de pesquisa, e que nos transcreve, traz de uma sala de oitava série do Ensino Fundamental o problema proposto pelo professor:

Numa turma de 40 atletas, 25 jogam futebol e 20 jogam vôlei.
Pergunta-se, quantos jogam ambos os esportes.

Ao realizar a correção do problema na lousa, já com algum treinamento de problemas anteriores, o professor desenha duas circunferências concorrentes; na interseção escreve a letra x; fora da interseção, mas no interior das figuras, de um lado escreve $25 - x$ e do outro lado escreve $20 - x$. Dali retira que $40 = 25 - x + x + 20 - x$, obtendo $x = 5$. Um aluno pergunta: "por que o senhor pôs o x ali no meio?". O professor responde: "esse é o raciocínio do problema. Aqui está a jogada, a partir daqui é só mecanismo. Isso é uma equação". E o professor orienta os alunos a investigarem o que é uma

[194] ZUFFI, op. cit. pp. 217-307.
[195] SOARES, op. cit. p. 176 - anexos pp. 155-411.

equação. "Se x é igual a cinco", indaga o professor, "quantos jogam?". Um aluno diz: "cinco". A aula é encerrada.

Soares transcreve, também, aulas que observou nas salas de sétimas séries sobre o tópico "Polinômios"[196]. Pudemos observar que, em geral, os alunos efetuam operações com esses objetos ou fazem reconhecimentos, apenas por operações sensoriais. Não atingem nos significados a distinção entre polinômios de uma e de mais variáveis. A aluna[197] olha para um polinômio em x e pergunta: "Professor, então não tem nada a ver se colocar um y aí?". O Professor responde: "Não, aqui é de uma letra só".

Flagrantemente, numa aula de Geometria de uma sala de oitava série, também observada e transcrita por Soares[198], ao ensinar o Teorema de Pitágoras, o professor não pronunciou, como também não encontramos nos textos que consultamos, que ali se escreve a igualdade entre um monômio e um binômio em duas variáveis. Também, naquelas aulas, numa sala de primeira série do Ensino Médio, em que Zuffi observou aulas sobre "Funções", não foi incluída a existência das funções com mais de uma variável e, que a propósito, a hipotenusa do triângulo retângulo poderia ser citada como uma função dos dois catetos, cuja fórmula algébrica da relação seria obtida da expressão do Teorema.

Julgamos haver infindáveis eventos da Escrita da Matemática que ocorrem na sala de aula, nos quais podemos estudar a significado da forma gráfica, para o sujeito que ensina e para aquele que aprende sobre os objetos tratados. A busca de significados que entendemos ser algo além da busca de receitas para o indivíduo se sair bem na vida, como citamos de Von Zuben, na introdução à essa seção, compreendemos dar à sala de aula o caráter de "evento existencial" e de "espaço revolucionário da fundação da liberdade", como sugere o autor.

No terceiro capítulo, a seguir, apresentamos as transcrições de depoimentos de professores que expõem sobre o significado da Escrita da Matemática nas suas

196 Ibidem, pp. 229-238.
197 Ibidem, p. 230.
198 Ibidem, p. 189.

práticas de ensinar Matemática e nos processos de aprendizagem dos seus alunos. Nos depoimentos, destacamos as unidades de significados que no quarto capítulo agrupamos segundo as afinidades significativas, dando origem aos conjuntos de unidades invariantes. Esses conjuntos ainda os articulamos e obtivemos as grandes categorias de significados, que interpretamos no quinto capítulo. Esse estudo, em autores da Educação Matemática sobre aspectos relativos à *escrita* da *Matemática*, que realizamos e aqui apresentamos, compreendemos que nos constitui como sujeito atento à *interrogação* que nos norteia e nos ajuda a discernir nas atividades de análise de dados e de interpretação de resultados.

Capítulo III

Do significado da escrita da Matemática ao interpretar as significações que convergem entre os discursos

Nas transcrições dos depoimentos que apresentamos como anexo, deixamos destacadas as unidades de significados, identificadas quanto ao depoente e à ordinalidade. Conforme Bicudo[199], são unidades da descrição ou do texto que fazem sentido para o pesquisador a partir da interrogação formulada e, conforme Martins[200], são aqueles aspectos da experiência que nos impressionam e que destacamos no campo perceptual. Neste capítulo apresentamos os agrupamentos que realizamos das unidades que distinguimos como invariantes na significação, chegando a significados intersubjetivos do interrogado, já na parte que nos trabalhos tradicionais em fenomenologia chamamos análise nomotética. Esse passo da análise em que reunimos significações individuais, buscando significados gerais é um processo interpretativo porque buscamos a convergência das idéias invariantes. De seus lócus nos discursos para os conjuntos de unidades invariantes alteramos a escrita de unidades em favor da expressividade, de acordo com o que permite os preceitos da abordagem ao pesquisador interpretante. De cada conjunto de unidades invariantes seguimos um texto que buscamos construir ainda articulando as diferenças de sentidos entre as unidades, buscando confirmar o sentido da invariância, do que suscita uma asserção sobre a idéia invariante que nos representa o conjunto. Assim fizemos com nossas duzentos e três unidades de significados e chegamos a treze convergências.

[199] Bicudo (2000), op. cit. p. 81.
[200] Martins, (1990), op. cit. p. 42.

CONVERGÊNCIA 1

1.12 O aluno lida com o texto escrito, com atividades propostas pelo professor ou com aquelas propostas no próprio livro texto.

1.21 O aluno vai ter que organizar seu pensamento pela escrita.

2.1 A escrita da Matemática é uma etapa necessária.

2.21 Penso que a escrita não está desvinculada da linguagem. As duas coisas caminham juntas

2.22 A escrita e a linguagem são formas de expressar do aluno

2.26 Vejo o significado da escrita como que fazendo parte da expressão do aluno e do professor também; faz parte da linguagem na prática de ensinar Matemática.

3.21 O sujeito não será completo em Matemática se não utiliza a sua escrita.

4.1 A escrita exerce um papel fundamental na Matemática, para resolver problemas, para comunicarmos ou para compreender situações na Matemática.

4.9 Para resolver problemas, para comunicar, para compreender situações, o aluno deve proceder passo a passo e a escrita é que permite o seqüenciamento de idéias na Matemática.

4.27 Para nós, que trabalhamos com Matemática, é fundamental agente dominar a escrita e a leitura matemática.

4.33 Quem está no processo de formação, do alicerce, tem que pegar no barro para construir sua base. Não pode começar no andar de cima.

4.34 Grande parte dos fracassos de estudantes em atividades matemáticas, é por falta de prática com a realização de atividades escritas. Ali no papel, fazer conta, rabiscar, errar. Se não treinar, vai fracassar.

4.36 Com a escrita o aluno pode registrar aquele conceito, aquele assunto que está sendo passado. É preciso ter algum tipo de escrita, algum tipo de registro para isso.

6.15 A forma do conhecimento universal em Matemática é fixada pela escrita.

7.4	A escrita é uma coisa que agente tem que ir produzindo para o aluno, não é tão natural como é o conceito.
7.5	À medida que os conceitos vão sendo trabalhados, vamos colocando a necessidade do registro e a escrita vai aparecendo.
7.8	Tem problema que requer cálculo, que requer a escrita.

O aluno (e o professor) lida rotineiramente com o texto escrito de Matemática (consumindo ou produzindo) e seu pensamento matemático (que se dá além das simples operações mentais) é organizado pela escrita. A escrita da Matemática é uma etapa necessária que vem após a construção mental dos conceitos básicos. Torna-se a forma de expressar do aluno e faz parte da atividade do aluno (também do professor) e faz parta da linguagem (realiza a linguagem) na prática de ensinar Matemática. É fundamental na Matemática para resolver problemas (Eratóstenes calculou o raio da terra a cerca de 200aC manipulando traçados geométricos e notações numéricas com letras do alfabeto grego). A escrita permite o seqüenciamento de idéias, que tem que ser começado por baixo. Há fracassos em Matemática devidos ao mau uso da escrita, à falta de prática. Rabiscar, errar, treinar, fazem parte. A forma do conhecimento universal é fixado pela escrita, mas seu emprego não é tão natural como pode ser o próprio conceito (temos que aprender a escrever). À medida que os conceitos vão sendo trabalhados, a necessidade da escrita vai aparecendo. Há problemas que requerem o cálculo escrito. (A escrita está presente na formação da entidade pedagógica da Matemática e permanece como forma necessária do sujeito estabelecer-se nessa ciência).

Lidar com texto, organizar pensamento, vincular à linguagem, expressão do aluno, complemento das idéias; papel na resolução, na comunicação e na compreensão; seqüenciamento, desuso e fracasso, rabiscar, errar, treinar, registrar, fixar, necessidade que aparece, cálculo escrito, são idéias que formam esse invariante.

A escrita está presente na entidade Matemática e na atividade matemática

CONVERGÊNCIA 2

1.1	escrita da Matemática serve como maneira de organizar o pensamento.
1.2	escrita lineariza o encadeamento seqüencial de idéias.
1.4	a produção matemática, a introdução de certas escritas simbólicas facilitaram o descobrimento de certos resultados.
1.23	elo tipo de ciência que agente faz e pelo tipo de lógica que tomamos subjacentemente, a escrita, assim como a fala, é altamente organizadora das idéias
2.2	escrita está mais para o aspecto lógico do conhecimento.
2.3	A escrita da Matemática não precisa se dar apenas no estilo formal.
2.4	Em Matemática temos que trabalhar também com a escrita informal.
2.10	A escrita formalizada desempenha um papel de estar estruturando alguma coisa.
2.11	A escrita formal é a estrutura de uma coisa informal.
2.12	A escrita informal está no lado intuitivo do conhecimento.
4.1	A escrita concretiza o seqüenciamento de idéias, de resultados, de elementos, para se ter a expressão do que se objetiva.
4.4	Há conceitos que necessitam de uma escrita bem elaborada para poderem ser abordados
4.9	Para resolver problemas, para se comunicar, para compreender situações, o aluno deve proceder passo a passo e a escrita é que permite o seqüenciamento de idéias na Matemática.
4.21	Outro significado da escrita é que ela registra a história da coisa.
5.10	escrita serve para o aluno penetrar nos significados dos conceitos matemáticos.
5.19	Muitas vezes é na sua escrita que o aluno acaba apresentando uma idéia original, que o professor até poderia considerar como errada. No escrito se pode ler com tempo a prova do aluno.

6.29 A linguagem gráfica no plano cartesiano muitas vezes traduz mais que uma lei aritmética.

7.1 Agente está trabalhando com duas coisas separadamente, os conceitos ou as idéias da Matemática, e a escrita com que escrevemos e expressamos essas idéias.

7.6 A escrita da Matemática é bem concisa e nos ajuda a registrar, a rever e a trabalhar.

7.16 A escrita da Matemática serve como meio de recordar e de abstrair sem necessidade de recorrer a materiais concretos.

A escrita da Matemática serve para organizar o pensamento (porque ela) lineariza a cadeia de idéias numa seqüência lógica dedutiva (como é o pensamento matemático). Com essa característica, a introdução de escritas simbólicas na Matemática facilita o descobrimento de certos resultados. Para a lógica com que pensamos e pelo que é a ciência que produzimos, a escrita (tornou uma condição do funcionamento do nosso intelecto). A escrita está mais para o aspecto lógico do conhecimento (ela fixa a lógica em que dá nosso pensamento). A escrita formalizada desempenha um papel de estar estruturando alguma coisa (o que poderia não se manter sem um registro, a escrita mantém a estrutura lógica do pensamento). A escrita formal (como é a escrita da Matemática), e a estrutura de uma coisa informal (uma idéia nascente, resultante de uma intuição). A escrita informal está do lado intuitivo do conhecimento. O seqüenciamento de idéias é concretizado (proveitosamente) na escrita, de modo útil para resolver problemas, para comunicar, para compreender situações e toda a "história da coisa" fica registrada para o uso. Com isso, o aluno pode penetrar nos significados dos conceitos matemáticos e também pode registrar a sua criatividade para o acompanhamento do professor. A escrita da Matemática é concisa e ajuda a registrar (num meio material, fora da memória) para ser revista e usada em cálculos abstratos evitando a recorrência a objetos concretos.
Organizar (trazer ao pensamento), seqüenciar, facilitar descobrimento, formalizar, estruturar o raciocínio lógico, concretizar, elaborar, compreender, linearizar, penetrar, sintetizar, registrar, abstrair, são idéias que formam esse invariante.

A escrita auxilia o intelecto

CONVERGÊNCIA 3

1.3 A produção da Ciência pressupõe a escrita como meio de comunicação do conhecimento à comunidade.

1.23 Pelo tipo de Ciência que agente faz e pelo tipo de lógica que tomamos subjacentemente, a escrita, assim como a fala, é altamente organizadora das idéias.

2.55 Há temas em Matemática em que como o assunto se apresenta na sua forma escrita (somente) não fornece meio para obtenção de nenhum significado.

3.2 A escrita da Matemática é uma escrita simbólica que causa um certo problema na decodificação a algumas pessoas.

3.5 Não compreendendo os textos, a linguagem matemática fica muito prejudicada, porque temos que primeiro ter esse processo de entender o texto da língua portuguesa. Os professores, em geral, reconhecem essa dificuldade.

3.14 Não tenho certeza, mas acho que se a simbologia não fosse tão rigorosa, eu acho que seria menos complicado para os alunos.

3.15 A escrita da Matemática fica a uma certa distância da vida comum dos alunos, que parecem necessitar que nós professores usemos palavras comuns para explicitá-las.

3.21 Mesmo quem é dado ao raciocínio matemático, jamais será completo se não se dar à realização cuidadosa da escrita da Matemática.

4.4 Há conceitos que necessitam de uma escrita bem elaborada para poderem ser abordados.

4.9 Para resolver problemas, para se comunicar matematicamente ou para compreender situações na matemática, o aluno deve se portar como na vida prática, e a escrita é que permite o seqüenciamento de idéias.

4.12 Para resolver uma equação, temos uma escrita própria para ele; com um erro num pequeno sinal, perde-se todo trabalho.

4.17 Se o professor não se preocupar com a correção da escrita, então vai ensinar errado, o aluno não saberá o procedimento correto.

5.3 Uma demonstração em Matemática pode ser totalmente oral, mas ela precisa ser escrita, com rigor, quando deve ser comunicada oficialmente.

6.15 A forma do conhecimento universal (da matemática escolar) é fixada pela escrita.

6.23 O aluno não tem a linguagem matemática no primeiro momento, mas ele consegue observar o fenômeno e tirar uma lei de generalização. Porém, ele não transcreve a lei numa linguagem matemática.

7.1 Agente está trabalhando com duas coisas separadamente, os conceitos ou as idéias da Matemática, e a escrita com que escrevemos e expressamos essas idéias.

7.3 O professor salienta (ao aluno) que a escrita da Matemática é universal: o "x" é o "x", o "mais" é o "mais", o "pertence", etc.

O conhecimento científico (da Matemática) pressupõe a formalização, que é induzida pela lógica subjacente, e a materialização dessa forma se dá na escrita. A escrita da Matemática é sintética, simbólica e distante das formas naturais de expressão do estudante, o que a faz difícil. Porém, há conceitos que necessitam dessa escrita, rigorosamente elaborada, para serem explicitados. Há a escrita própria das equações que permitem suas soluções, e as demonstrações, apesar de poderem ser conduzidas oralmente, necessitam estar escritas para serem consideradas realizadas. A forma universal do conhecimento matemático é fixada por meio da escrita convencionada. Mas, mesmo leis matemáticas que podem ser facilmente intuídas, podem ser difíceis de serem formuladas na escrita. O professor deve ter uma preocupação especial com o aprendizado da escrita do aluno, se não ele não saberá avançar.
As idéias de que a escrita da Matemática é pressuposta por uma lógica subjacente, que guarda os significados matemáticos, que é expressão do simbólico, que é compreendida por meio da língua comum, que é sintética, que completa o raciocínio, que permite o tratamento matemático, que consuma as demonstrações, estão presentes na formação desse invariante.

A escrita da Matemática é um conhecimento paralelo ao conhecimento escolar da Matemática

CONVERGÊNCIA 4

1.1	A escrita serve como maneira de organizar o pensamento.
1.2	A escrita tem um sentido linear de encadeamento seqüencial de idéias.
1.4	Na produção matemática, a introdução de certas escritas simbólicas facilitaram o descobrimento de certos resultados.
2.10	A escrita formalizada desempenha um papel de estar estruturando alguma coisa.
2.35	A escrita é importante para a linguagem formal, à qual o entendimento é mais difícil. A pergunta (a pergunta colocada na entrevista) é uma coisa formalizada (...).
4.4	Há conceitos que necessitam de uma escrita bem elaborada para poderem ser abordados.
4.21	Outro significado da escrita é que ela registra a história da coisa.
4.23	Como registro da coisa, a escrita serve para todos os fins, tanto para o processo de aprendizagem como para ensinar.
5.19	Muitas vezes é na sua escrita que o aluno acaba apresentando uma idéia original, diferente daquela apresentada pelo professor e que o professor até poderia considerar como errada, apesar da criatividade. No escrito pode se ler com tempo a prova do aluno.
6.22	O aluno pode perceber que uma lei matemática pode estar expressa numa lei gráfica.
6.29	A linguagem gráfica no plano cartesiano muitas vezes traduz mais que uma lei aritmética.
7.6	A escrita da Matemática é bem concisa e nos ajuda a registrar, a rever e a trabalhar.
7.8	Tem problemas que requerem cálculo e temos que usar a escrita para isso, por exemplo, quando envolve polinômios.
7.16	O aluno deve entender que a escrita também vai ajudar, pois com ela não é necessário estar sempre recorrendo a materiais concretos.

Os resultados alcançados na teoria matemática são descobertos segundo uma elaboração escrita que produz a abordagem das idéias matemáticas. Essa abordagem se dá numa cadeia de idéias em seqüência, registrada por meio da escrita, que mostra o histórico do trabalho realizado, que fica ali disponível para uso na continuidade da abordagem. Esse tratamento escrito é o que ensinamos e a aprendizagem busca obter idéias, organizar e encadear essas idéias na escrita para alcançar outros resultados.
Maneira de organizar, encadeamento seqüencial, descobrimento de resultados, estruturar algo, formalização de linguagem, elaborar para a abordagem, registrar a história, processar o ensino e a aprendizagem, apresentação de idéia, expressão de lei geral, concisão e trabalho, evitar o concreto (abstração), realizar cálculo, são idéias que formam esse invariante.

A escrita da Matemática é para realizar a abordagem formal das idéias e as operações na Matemática

CONVERGÊNCIA 5

1.5 A escrita funciona como um certo elo de comunicação.

1.6 A escrita pode facilitar a comunicação, mas é também impeditiva. O professor atua como agente no processo de aprendizagem (agindo no elo de comunicação escrita-matemática)

1.22 O aluno não está se preparando para se comunicar só com o professor, mas com a comunidade (por isso deve aprender a escrever segundo as convenções).

2.20 O professor deve agir a partir do que o aluno já pode escrever, da escrita que já tem significado para ele (para facilitar o funcionamento da comunicação por meio da escrita).

2.35 A escrita é importante para a linguagem formal, à qual o entendimento é mais difícil. Por exemplo, a pergunta apresentada é uma coisa formalizada, escrita, e a comunicação foi importante para que a coisa se incorporasse.

3.15 A escrita da Matemática é um pouco longe da vida comum dos alunos. Depois que usamos palavras comuns para explicitar é que eles parecem entender.

3.17 Primeiro trabalhamos com o concreto, que é número, depois é que entramos com a simbologia, quando os alunos entenderem melhor.

4.4 Há conceitos (ou objetos) que necessitam de uma escrita bem elaborada para poderem ser passados (comunicados).

4.19 A escrita (da Matemática) é fundamental para conduzir a aprendizagem do aluno. Se o professor escreve corretamente, ele pode aprender com correção; se o professor escreve errado, ele (o aluno) não vai entender nunca.

4.30 Tenho notado que ultimamente os alunos pouco anotam na aula, pouco escrevem. Eu particularmente sempre escrevia o que o professor colocava na lousa. Penso que quando estou escrevendo, estou refletindo sobre o que estou deixando escrito.

5.3 Uma demonstração pode ser totalmente oral; mas ela precisa ser escrita com rigor para ser comunicada oficialmente.

6.4 O aluno é avaliado por aquilo que apresenta (comunica) na escrita.

7.15 A escrita (da Matemática) vai se tornar importante (para o aluno) na medida em que ela é uma tradução (comunicação) de uma idéia.

A escrita da Matemática é utilizada como o elo de comunicação pelo sujeito. Porém, ao mesmo tempo que ele pode facilitar a comunicação, também é impeditiva para o aluno. Aí o professor atua como um agente no processo de aprendizagem. O aluno não está se preparando para comunicar somente com o professor, mas também com a comunidade. O professor deve ensinar a partir daquilo que o aluno pode escrever, mostrando que a escrita é importante para a linguagem formal da Matemática. Há conceitos matemáticos que necessitam dessa escrita para serem abordados. Essa escrita diferente é distante do aluno e necessita ser preenchida de significados por meio da língua comum, movendo-se das noções concretas para as noções abstratas. A escrita conduz o aluno na sua aprendizagem e o professor tem que apresenta-la com correção. O aluno precisa perceber que se não escreve a aula, se não exercita a escrita, depois não vai conseguir realizar as atividades. Uma demonstração pode ser feita oralmente, mas é na escrita que ela é oficializada. O aluno é avaliado pelo que apresenta por escrito e é importante que ele veja que na escrita está a tradução de uma idéia.

A escrita expõe a Matemática para o sujeito e por meio dela ele se expõe à comunidade.

CONVERGÊNCIA 6

1.7	Na aprendizagem (matemática) do aluno, o professor tem a possibilidade de mediar o processo, com a escrita ou com a oralidade.
1.11	Para o sujeito aprender, ele tem que falar.
1.13	Eu trabalho também a questão da leitura do texto escrito, a leitura de um texto matemático, mas na dinâmica da sala de aula, em geral, no primeiro momento, centra na fala. A escrita é uma etapa seguinte porque a escrita já é um passo seguinte, pois ela pressupõe uma síntese que a linguagem falada necessariamente não pressupõe
2.5	Antes de apresentar a escrita formal (ao aluno), o professor precisa ter um diálogo com o aluno sobre o que está ensinando.
2.6	Apenas a escrita formalizada, ela não atinge o aluno.
2.7	A escrita formal, simbólica, da Matemática, não é muito significante para o aluno, não atinge o aluno no sentido que deve ter.
2.14	Para atingir o aluno acho que temos que partir da escrita que representa a fala.
2.20	Temos que ter uma comunicação com o aluno a partir da forma dele se expressar, dele escrever, para conhecer onde ele se encontra.
3.10	Se o aluno já tem dificuldade para se expressar na língua comum, na linguagem matemática fica quase impossível deles se expressarem. Eles não conseguem se expressarem de uma forma simbólica.
3.43	A escrita da Matemática é um pouco longe da vida comum dos alunos. Parecem entender depois que usamos palavras comuns.
3.18	(O professor supõe que) o grande problema é a "simbologia", que é a escrita. Para entender a escrita (da Matemática) o aluno teria que primeiro compreender a operação mental.
4.11	Para escrever corretamente o problema, a pessoa necessita conhecer esse problema. Escrevendo correto, ele tem a modelagem, as ferramentas, as coordenadas para resolver o problema.
5.14	Escrever Matemática está num contexto de escrever em geral, sendo que a escrita da Matemática tem suas especificidades. Mas ela está numa articulação da escrita em geral.

6.5 Para chegar ao ponto de escrever em Matemática, há um longo cominho de construção de conceitos, de um campo conceitual.

6.6 Esse processo (o processo da construção da escrita da Matemática) passa por diálogos que antecedem à construção do escrito, da formalização.

7.5 À medida que os conceitos vão sendo trabalhados (com exposição oral), vamos colocando a necessidade do registro e a escrita vai aparecendo.

O trabalho do professor com o aluno fica entre o escrito e o oral. Ele deve levar o aluno a ler e a falar, antes do escrever. O entendimento do que diz a escrita formal é estabelecido pelo diálogo, sem o que aquela escrita não será significante e não atingirá o aluno (não é significante quando não toma o significado). A primeira escrita tem que ser aquela que representa a fala, a partir da expressão do aluno. Se o aluno é deficiente na expressão comum, mais ainda na escrita da Matemática, que é longe da sua vida comum . O aluno só virá entender a escrita da Matemática se entender a operação mental, o que quer dizer que para escrever um problema, tem que conhecer antes o problema e a escrita dele. O escrever em Matemática está no contexto do escrever em geral, onde o sujeito só vai chegar após um longo caminho de construção conceitual, por meio do diálogo que antecede a formalização. À medida que os conceitos vão sendo trabalhados, a necessidade da escrita vai aparecendo.

Aprender lendo e falando, a escrita formal posterior, partir da expressão do aluno, desenvolver antes a escrita ordinária e as operações mentais, contextualizar a escrita matemática na escrita geral, a construção conceitual como etapa anterior para ir mostrando a necessidade da escrita, são idéias que formam esse invariante.

A escrita da Matemática é necessária a partir da construção conceitual por meio das formas comuns de comunicação

CONVERGÊNCIA 7

2.17 O professor deve iniciar por coisas que faz sentido para o aluno. A partir disso, ele (o aluno) pode partir para atingir o aspecto lógico.

2.29 O professor deve fazer com que o aluno escreva sobre seu mundo empírico.

2.34 A escrita formal seria a escrita dos livros e aquela que o professor apresenta como uma coisa mais sistematizada. Por exemplo, a pergunta que é colocada (a pergunta do entrevistador) está numa escrita formal, que pode não ter um significado explícito, mas agente conversando, podemos entender.

2.39 O aluno cria a escrita que faz sentido para ele e o professor tem o papel de estar trabalhando com isso.

2.40 O aluno domina a escrita até um certo grau e o professor deve reconhecer isto e faze-lo avançar.

4.13 Se o professor induz o aluno a um erro na produção da escrita, ele vai dizer que o professor faz tudo errado.

5.2 Ao realizar uma demonstração (na sala de aula), além da escrita realizada na lousa, há uma atividade oral do professor.

5.8 A lousa tem muita força. Os alunos têm cadernos de apontamentos e se pudessem copiariam até o professor da lousa.

5.9 Aquilo que o professor escreve na lousa, ainda que imperfeito do ponto de vista matemático, o aluno anota e o tem como um contato humano com o professor.

6.12 O professor é o mediador entre o livro e o aluno.

6.13 O professor auxilia o aluno a utilizar diferentes formas de linguagem, não só a simbólica, mas também a retórica.

6.14 O professor deve deixar o aluno falar sobre o objeto, sobre o conceito, para levá-lo a um âmbito maior de compreensão.

7.5 À medida que os conceitos vão sendo trabalhados, vamos (nós, professores) vamos colocando a necessidade do registro e a escrita vai aparecendo.

7.12 Na Quinta série é mais concreto, então menos escrita. Na sexta e sétima já há um certo equilíbrio entre a Matemática e a linguagem. Da oitava em diante agente já passa mais assim uns setenta, oitenta por cento a linguagem.

O professor deve partir do pré-reflexivo do aluno, fazendo com que ele escreva sobre seu mundo empírico. A partir daí insttruir a escrita formal do livro texto, explicitando-a com os recursos que o aluno já domina. Assim ele vai avançando seu grau de domínio. As falhas cometidas pelo professor surtem grandes efeitos negativos na aprendizagem do aluno. A demonstração de um resultado é escrita formalmente, mas conta com a explicitação pela atividade oral do professor. Os alunos apreciam as transcrições da aula produzidas na lousa pelo professor e copiam em seus cadernos de anotações e as tem como o contato humano com o professor, que trazem diferentes formas de linguagem, simbólica, gráfica, retórica. O professor deve possibilitar a manifestação do aluno para ampliar seus âmbitos de compreensão. À medida que os conceitos vão sendo construídos o professor deve ir realçando a necessidade da escrita. Nas séries iniciais o trabalho deve privilegiar a Matemática dos objetos concretos, mas ao avançar no currículo o professor deve buscar as situações abstratas.
Iniciar no nível do aluno, orientar atividades escritas sobre a vida, fazer avançar a partir do que já faz sentido, utilizar a exposição oral para esclarecer, ministrar leituras e atividades do livro texto, auxiliar o aluno sobre o uso das diferentes formas de linguagem, incentivar a manifestação do aluno sobre os conceitos, atentar para a necessidade da escrita formal, são idéias que formam esse invariante.

O professor ministra a aprendizagem da escrita da Matemática

CONVERGÊNCIA 8

1.9	De certa forma, o aluno passa por dois passos: estar entendendo uma certa escrita, uma certa linguagem matemática, e fazer uso dessa escrita no sentido de produzir também.
2.38	Vejo a escrita no sentido lógico, já estruturado e formalizado, e também no sentido intuitivo, como o aluno traz da escrita informal.
2.52	Falta o ensino que trabalhe com a escrita contextualizada.
2.53	Agente tem dificuldade de se expressar, de estar escrevendo as idéias, mesmo as idéias comuns no português.
3.6	Quando formulamos regrinhas, os alunos, de modo geral, entendem as regrinhas, mas quando precisamos de uma interpretação, de um raciocínio por traz daquela situação, os alunos têm muita dificuldade em conseguir esse raciocínio e realizar essa aprendizagem.
3.9	A interpretação de um texto matemático é muito complicado para o aluno. No processo de aprendizagem a escrita da Matemática é mais complicada que outra escrita qualquer.
3.18	Para entender a escrita, o aluno teria que primeiro compreender a operação mental para depois a simbologia entrar.
4.3	É fundamental que o aluno tenha o domínio da escrita para poder justificar com coerência sua fala.
4.14	A escrita, como vemos, é muito mais ampla que o próprio ato de escrever. O ato de escrever faz parte da escrita. (A escrita da Matemática é mais que reconhecer e desenhar letras; é realizada pelo sujeito letrado).
4.15	Penso que, a respeito da escrita, na prática de ensinar e no processo de aprendizagem, é necessário um domínio considerável da escrita.
4.16	Há alunos iniciantes na graduação que não dominam o curso da escrita natural combinada com a escrita da Matemática na construção do discurso matemático.
4.24	Ler e escrever são habilidades necessárias para o homem realizar linguagens e ampliar sua participação na melhoria do mundo.
4.25	Uma razão para a falta de gosto pela Matemática é a falta de habito à sua linguagem e o não saber a ler e escrever em Matemática.

4.26 Muita gente diz não gostar de Matemática e uma razão é que o indivíduo não esteve habituado àquela linguagem matemática desde o começo, e então ele não aprendeu a ler e escrever em Matemática.

4.27 Para nós, que trabalhamos com Matemática, é fundamental agente dominar a escrita e a leitura Matemática.

4.29 Muitos alunos do ensino médio se apresentam à Universidade sabendo bem escrever redação, mas com domínio da escrita em Matemática muito abaixo do desejado.

5.13 Há alunos que estudam muita coisa de gramática. Muita coisa de ciências humanas, muitos escrevem muito obem e isso se transfere para a escrita da Matemática.

5.15 Quem exercita interpretação de textos literários e outros tipos de textos levam vantagem para escrever Matemática.

5.17 Escrever Matemática de modo apropriado, próximo ao termo Matemática, não é todos que fazem, conforme constatamos nas correções de provas dos alunos.

5.21 Infelizmente, é quase que exclusivamente nos momentos de prova é que o professor pode estar observando a escrita do aluno

6.24 Enquanto o aluno não vivenciar suficientemente o que é uma variável, ele não terá o significado das letras na escrita de uma lei de generalização.

6.30 Dominando as linguagens matemáticas (das notações, das tabelas, dos gráficos cartesianos) o aluno está pronto para produzir a escrita da Matemática que está estudando.

7.5 À medida que os conceitos vão sendo trabalhados, o professor vai colocando a necessidade do registro e a escrita vai aparecendo.

O professor deve partir do pré-reflexivo do aluno, levando-o a escrever sobre seu mundo empírico. A partir daí introduzir a escrita formal do livro texto explicitando-a com recursos que o aluno já domina para que ele vá avançando seu grau de domínio. As falhas cometidas pelo professor poderá afetar a aprendizagem do aluno. A demonstração de um resultado é escrita formalmente, mas conta com a explicitação pela atividade oral do professor. Os alunos apreciam as transcrições da aula que o professor produz na lousa e as copiam em seus cadernos de anotações e as tem como o contato humano com o mestre e com elas buscam a compreensão da linguagem formal do livro que tras diferentes formas de linguagens, as simbólicas e até a retórica. O professor deve possibilitar a manifestação do aluno para ele ampliar os âmbitos de compreensão. À medida que os conceitos vão sendo abordados, o professor deve ir realçando a necessidade da escrita. Nas séries iniciais o trabalho deve privilegiar a matemática dos objetos concretos, mas ao avançar no currículo, o professor deve buscar as situações abstratas.

Iniciar no nível do aluno, orientar atividades escritas. Fazer avançar a partir do que faz sentido, utilizar a exposição oral para esclarecer, ministrar leituras e atividades do livro texto, auxiliar o aluno sobre o uso das diferentes formas de linguagem, incentivar a manifestação do aluno sobre os conceitos e sobre seu mundo empírico, atentar para a necessidade da escrita formal, são idéias que formam esse invariante

Portanto, não devemos esperar a escrita da Matemática como uma simples habilidade; ela é referida por sujeitos que a vivencia como que uma experiência possível, mas ligada a variados condicionantes, como o entender, o ler, o estudar, o interpretar, o dominar linguagens. Diremos que a escrita da Matemática pertence ao que vamos chamar de Letramento Matemático, o que entendemos como (como é entendido na lingüística o uso da língua natural além da alfabetização) não apenas reproduzir a escrita da Matemática, mas produzi-la em associação a variados aspectos do conhecimento e da construção do conhecimento matemático.

A escrita da Matemática requer o letramento matemático

CONVERGÊNCIA 9

1.10 A escrita é um passo mais final no processo de aprendizagem. 1.13 A escrita é uma etapa seguinte, pois ela pressupõe uma síntese que a fala acústica necessariamente não pressupõe. 2.15 A escrita formal não deve ser o início da atividade. 2.16 A escrita formal teria que estar na etapa final de todo o processo. 3.16 O professor não entra com a simbologia num primeiro contato ao assunto. Primeiro coloca os conceitos necessários para abordar o assunto. 3.18 Para entender a escrita, o aluno teria que primeiro compreender a operação mental para depois a simbologia entrar. 4.14 A escrita, como vemos, é muito mais ampla que o próprio ato de escrever. O ato de escrever faz parte da escrita. 5.12 O escrever (em Matemática) é um estágio que mostra ser mais avançado e apenas alguns alunos o atinge satisfatoriamente. 6.5 Para atingir o escrever em Matemática, há um longo caminho de construção de conceitos 6.16 A forma escrita é um processo final. 6.7 Há um tempo de maturação para a escrita, um período em que o sujeito desenvolve uma relação com o objeto de uso da escrita. 6.9 Esse processo de maturação e ampliação de conceitos ocorre por meio da interação ou do conceito do objeto que está sendo estruturado, em um campo que vai se ampliando... se ampliando, onde essas relações vão sendo percebidas. São as relações que o aluno estabelece com seu sistema e com outros sistemas. Penso que só depois disso o aluno é capaz de escrever mais tranqüilamente a respeito do objeto matemático. 7.4 A escrita é uma coisa que agente tem que ir produzindo para o aluno, não é tão natural como é o conceito. 7.5 À medida que os conceitos vão sendo trabalhados, vamos colocando a necessidade do registro e a escrita vai aparecendo.

A escrita própria da Matemática não é a primeira coisa a se ensinar da Matemática. Primeiro o professor deve apresentar os conceitos e outros elementos necessários à construção da escrita; antes deve colocar o aluno em relação com o objeto da escrita para perceber a relação entre os conceitos. A escrita é mais que apenas escrever

Passo final, etapa seguinte, antecipação dos conceitos necessários, estágio mais avançado, construção de conceitos, tempo de maturação, percepção de relações, são idéias que formam esse invariante.

A escrita da Matemática é uma etapa posterior à construção dos conceitos.

CONVERGÊNCIA 10

1.12	O aluno lida com o texto escrito, com as atividades que eu proponho ou com as atividades que estão no próprio livro texto.
2.31	Ao trabalharmos a linguagem do livro, excluímos alunos em que o livro não faz parte da vida deles.
2.32	A escrita do livro é uma escrita formal.
2.43	O livro não fazia parte na minha vida.
2.44	Na escola me passavam o conhecimento através da lousa ou daquilo que o professor pedia.
2.45	Aquela escrita do professor é a que eu estudava.
2.46	Naquela escrita que a escola me apresentava, eu me pegava.
2.50	Em cima do que o professor colocava na lousa, encima do meu próprio caderno, eu estudava.
2.51	Aprenderia mais se estivesse utilizando um livro, mas me prendia só naquilo que o professor solicitava.
2.54	Talvez eu não tenha valorizado o livro porque a escola não tenha me mostrado esse lado de você valorizar o livro.
6.10	A escrita que vem do livro didático era muito mais formal, mais difícil para o aluno compreender e incorporar conceitos por meio dela.
6.11	Atualmente há mais diálogo entre o autor e o aluno. O autor agora coloca situações em que o aluno vai se sentido dentro delas.
6.12	O professor é o mediador entre o livro e o aluno.

O aluno deve lidar com o livro texto. Há uma parte da comunidade que não utiliza livros, que não lêem a escrita formal do livro. Estudam Matemática apenas pelo caderno de anotações, na escrita copiada da lousa, que é a escrita do professor. Essa escola não ensina valorizar o livro. A escrita do livro é mais difícil do aluno compreender. O aluno que não estuda pelo livro não vai conseguir compreender; e incorporar os conceitos por meio da escrita do livro. Atualmente os autores dos livros já falam mais com os alunos, já colocam situações onde o aluno se encontra dentro delas.

Alunos que o livro não faz parte, o livro tem a escrita formal, apenas a lousa e caderno de anotações, escola não incentiva o uso do livro, não valoriza o livro, apenas a escrita do professor, estudar só pelo caderno, aprenderia mais pelo livro, é mais difícil compreender e incorporar os conceitos por meio do livro, atualmente os livros tem mais diálogo com o aluno, são idéias e constatações que formam esse invariante

A escrita da Matemática produzida na lousa não basta. É necessário o livro.

CONVERGÊNCIA 11

1.14	Na aula (...) a tentativa é dividir a turma em grupos, que realizam as atividades e dão o retorno de forma escrita, que eu examino e emito observações também por escrito.
1.15	A produção escrita do aluno orienta a atividade do professor e mostra ao professor se o aluno se conduz na sua orientação de rigor.
1.20	A relação ensino-aprendizagem não é uma relação de confiança. O aluno deve mostrar de alguma forma que aprendeu. A escrita é uma forma que utilizamos para isso.
2.42	A escrita do aluno é um dado muito importante para o professor (é nela que o aluno organiza seu pensamento).
4.31	Há o aluno que não escreve a aula, não tem o hábito de escrever a matemática. Quando é cobrado a resolver um exercício, ele não é capaz.
5.5	No retorno que os alunos dão com o trabalho escrito, mostram a maturidade atingida quanto à compreensão do assunto e à compreensão da própria escrita.
5.17	Pegar uma caneta vermelha e acompanhar o desenvolvimento matemático do aluno, para entender o que ele fez, é uma tarefa que penso ter grande valor educativo.
5.18	Muitas vezes o aluno apresenta na sua escrita, uma idéia completamente original, diferente daquela desenvolvida pelo professor na aula, que o professor até pode dar como errada, sendo que no entanto aquilo tem uma criatividade. Gasto muito tempo lendo as provas escritas dos alunos, onde tenho esse elemento da pergunta (a pergunta que o entrevistador apresentou).
5.20	Infelizmente, é quase que exclusivamente nos momentos de prova é que o professor pode estar observando a escrita do aluno.
6.3	A prova é um momento constituído pela escrita.
6.4	O aluno é avaliado por aquilo que apresenta na escrita.
6.25	O aluno tem que escrever e rescrever para para saber o que escreve.

7.14 Depois de alguns anos ensinando, passei a cobrar do aluno não só o conceito, mas também o domínio da escrita da simbologia e da linguagem.

Uma turma pode trabalhar em grupos, com atividades escritas e receber as correções também por escrito. A escrita do aluno orienta o professor e deve haver avaliação por escrito porque o ensino-aprendizagem não é uma relação de confiança. Se o aluno foge de estar escrevendo, não será capaz porque é na escrita que o aluno se mostra. Acompanhar a escrita do aluno com uma caneta vermelha e educativo e isto precisa ser feito mais vezes além das provas. A escrita do aluno deve ser lida com rigor, pois em vez de errada pode estar criativa.

Atividades escritas, a escrita do aluno orienta o professor, avaliação escrita, o aluno se mostra na escrita, acompanhar a escrita do aluno com uma caneta vermelha, a prova é escrita, o aluno pode estar mostrando criatividade na sua escrita em vez de erro, são idéias e constatações que formam esse invariante.

O aluno é acompanhado por meio da sua escrita

1.17 O rigor com que o aluno deve imprimir a seus escritos depende do que exige o professor e do que adota a comunidade.

1.18 Ao longo do curso eu aumento o rigor de escrita exigido do aluno. Mas isso deve ser negociado. Não temos um parâmetro fixado para a cobrança de rigor na sala de aula. Não posso dizer: seja claro, porque o nível de clareza é nível de detalhe que apresentamos na escrita.

1.19 O nível de rigor aparece nas correções de prova ou nos retornos dos trabalhos escritos.

2.15 Aos poucos o aluno tem que descobrir a onde ele tem que chegar (quanto ao desempenho no uso da escrita da Matemática).

4.8 A escrita deve ser realizada com a mesma correção que o sujeito deve se portar no dia-a-dia.

4.17 Se o professor não se preocupa com a correção da escrita, então vai ensinar errado e o aluno não saberá o procedimento correto.

4.19 A escrita é fundamental para você fazer com que o aluno aprenda. Se você escreve correto, ele tem chance de aprender correto; se você escreve errado ele não vai entender nunca.

5.10 Uma lousa bem feita também é um elemento interessante no processo de aprendizagem do aluno, no processo dele penetrar nos significados dos conceitos matemáticos.

6.30 Dominando as linguagens matemáticas (das tabelas, dos gráficos, das notações), o aluno está pronto para produzir a escrita da Matemática que está estudando.

7.10 Há objetos em que, como nos polinômios, o aluno mais aceita do que entende a escrita utilizada. Ele aceita porque ele conceituou bem o monômio. Tem aluno que vem fazendo direitinho (dentro do rigor exigido), ele abstraiu e foi capaz de se desvincular do concreto e já está trabalhando só com a escrita que é na maioria das vezes abstrata.

A correção na escrita da Matemática é necessária porque é a correção das idéias, como a correção na vida no dia-a-dia. O rigor que o aluno empreende é aquele que o professor orienta, o rigor da comunidade, que é progressivo e negociado na aprendizagem, que é nível de clareza, que é nível de detalhe. O

nível de rigor exigido aparece nas correçòes de provas. O aluno vai descobrindo onde tem que chegar. Se o professor não se preocupa com a correção da escrita, o aluno não saberá. Uma lousa bem elaborada é citada como elemento interessante na aprendizagem do aluno. Dominando as linguagens das notações, dos gráficos, das tabelas, o aluno estará pronto para a escrita. Há ocorrências da escrita da Matemática, vinculadas puramente a objetos abstratos, como nos polinômios, onde o aluno mais aceita do que entende a escrita presente (sem, portanto, a noção de rigor).
O rigor da escrita, o rigor ensinado, o rigor negociado, parâmetros de rigor, nível de rigor, rigor visto nas avaliações, descoberta do rigor pelo aluno, rigor na escrita da Matemática e o dia-a-dia, o interesse do professor pelo origor, escrever errado e escrever correto, escrita compreendida e escrita aceita, são idéias que formam esse invariante.

A correção matemática cobrada do aluno
é aquela que aparece na sua escrita

CONVERGÊNCIA 13

1.7 Na aprendizagem do aluno o professor tem a possibilidade de mediar o processo de atribuição de significados para as coisas, seja com a linguagem escrita ou com a falada.

2.7 A escrita formal, simbólica, da Matemática, não é muito significante para o aluno, não atinge o aluno sobre o sentido que deve ter.

2.8 Se o aluno não associar um significado à escrita, então ele não consegue pensar no referente por meio dela.

2.9 Se o aluno não consegue pensar sobre o referente, ele reproduz a escrita que não tem significado para ele.

2.17 O professor deve iniciar por coisas que faz sentido para o aluno, para que ele consiga produzir significado.

2.25 Seja um significado lógico, um significado empírico, seja um significado da vida, tem que haver na escrita que o aluno realiza.

2.37 Erramos quando impomos ao aluno uma escrita formal que não faz parte da sua vida, ainda mais se não fazemos uma ponte. Agindo assim, estamos restringindo o conhecimento para um grupo de pessoas às quais essa escrita faz parte.

2.41 Vejo a escrita não por si só, mas vinculada à linguagem, como forma de se expressar. (A escrita realiza a língua e daí a linguagem).

3.11 Ultimamente tenho lido com os alunos as situações propostas nas questões; interpretamos juntos, aos poucos, até cheguemos a uma visão geral da escrita da Matemática.

3.13 Percebo que a escrita mesmo, a linguagem, não é o que mais os alunos querem compreender. Eles querem compreender o fato mental; a escrita para eles não é coisa tão importante.

3.15 Vejo que a escrita da Matemática é um pouco longe da vida comum dos alunos. Depois que usamos palavras comuns para explicitar é que eles parecem entender.

3.18 Suponho que o grande problema é a simbologia, que é a escrita. Então, eu acho que para entender a escrita, o aluno teria que primeiro compreender a operação mental para depois a simbologia entrar.

4.3 É fundamental que o aluno tenha o domínio da escrita para poder justificar com coerência a sua fala.

4.4 Há conceitos que necessitam de uma escrita bem elaborada para poderem ser abordados.

4.6 Há casos em que o sujeito domina o conceito mas não consegue expressar adequadamente na escrita.

4.7 Há quem não vê importância na elaboração rigorosa da escrita, porque pensam que o importante é pensar corretamente. (Mas o pensamento é subjetivo e não existe mais no momento seguinte).

4.14 A escrita, como vemos, é muito mais ampla que o próprio ato de escrever. O ato de escrever faz parte da escrita. (A escrita da Matemática é mais que reconhecer e desenhar letras; é realizada pelo sujeito letrado).

4.22 A escrita, no sentido de simbologia, transforma a referência numa coisa universal.

6.5 Para chegar ao ponto de escrever em Matemática, há um longo caminho de construção de conceitos, de um campo conceitual.

6.6 Esse processo de construção (do conhecimento da escrita da Matemática) passa por diálogos que antecedem à construção do escrito, da formalização.

6.17 Percebo dificuldade do aluno com a linguagem algébrica porque não há uma relação desta com a linguagem do dia-a-dia.

6.19 (A maturação conceitual para a escrita) pode acontecer por meio de situações apresentadas, como jogos.

6.26 (Para escrever em Matemática) o aluno deve vivenciar a linguagem comum do dia-a-dia.

7.7 Muitas vezes o aluno fica só no nível da idéia, ele tem dificuldade na escrita; ele forma o conceito mas não consegue entender aquele conceito.

7.13 O concreto agente está sempre lançando mão dele. Quem tem uma formação defeituosa do conceito, necessita do concreto, pois não compreende o conceito pelo que diz a escrita.

Na aprendizagem do aluno o professor, com sua fala e sua escrita, é mediador na construção de significados pois a escrita formal da Matemática, sem explicitação, não é significante. Sem significado para a escrita o aluno não pensa nos referentes e, sem pensar neles, ele só reproduz a escrita sem significado. O professor deve explicitar a escrita a partir daquilo que faz sentido para o aluno e algum significado, lógico, empírico ou da vida, o aluno tem que obter na escrita. Não pode impor o formalismo com pena de excluir aqueles que essa escrita não faz parte. A escrita é vinculada à linguagem. Temos que ler e interpretar até chegar a uma visão geral da escrita da Matemática. Os alunos querem logo compreender o fato mental; a escrita não é o que mais querem pois parece longe da vida deles e precisam palavras comuns para entender. Mas de fato, é necessário antes o fato mental para compreender a escrita. Depois, o aluno vai necessitar da escrita para justificar sua fala. Perceberá que certos conceitos necessitam de uma escrita bem elaborada para serem abordados. Há quem não elaboram bem a escrita pensando que o importante é pensar corretamente. Mas a escrita é mais ampla que o escrever. O ato de escrever faz parte da escrita. A escrita transforma a referência numa coisa universal. Para escrever em Matemática há um longo caminho de construção de conceitos em Álgebra, como vemos a dificuldade com a linguagem deve-se à falta de relação dessa língua com o dia-a-dia. Muitas vezes o aluno fica só no nível das idéias, com dificuldade com a escrita. Para alunos com deficiência escolar temos que lançar mão do concreto para auxiliá-lo na compreensão do conceito depositado na escrita.
Professor mediador, escrita significante, escrita e referente, significante e significado, pensamento e referente, escrita com sentido, significado na escrita, escrita formal longe da vida do aluno, escrita e linguagem, leitura e interpretação para conhecer a escrita, preferência por compreender o fato mental deixando a escrita de lado, escrita para justificar a fala, conceitos que necessitam da elaboração escrita para se manifestar, a escrita está além do escrever, escrita e referência universal, construir conceitos para compreender a escrita, conhecer a escrita por meio do diálogo, vivenciar as formas de realização de linguagens do dia-a-dia, dificuldade de sair da idéia para a escrita, uso retardado do concreto, são idéias que formam esse invariante.

A escrita da Matemática é associação de sinais gráficos a conceitos.

Capítulo V

Do significado da escrita da Matemática na interpretação das grandes convergências ou categorias

Realizados os agrupamentos das unidades de significados, em número de treze, como já expomos no capítulo introdutório, e obtidas as convergências para os respectivos invariantes, com respeito ao objeto de nossa investigação, vimos neste capítulo apresentar as articulações entre nossas convergências, que ainda nos parecem próprias no fluxo da pesquisa, onde aparecem as chamadas *categorias abertas* ou grandes categorias de significados, que encerram, no âmbito desse trabalho, uma estrutura do fenômeno interrogado.

Como apresentamos no capítulo precedente, sintetizamos, numa curta asserção, a mensagem contida em cada um dos grupos invariantes de unidades significativas. As asserções surgiram do esforço interpretativo que realizamos nas leituras exaustivas de cada grupo, e elas representam nossas compreensões sobre os depoimentos dos sujeitos, tendo em vista nossa interrogação.

No *primeiro grupo*, ou primeira convergência, analisamos a presença percebida da escrita na "Entidade Matemática", mais propriamente no que viemos chamar "Entidade Pedagógica da Matemática", por ser a Matemática referida como disciplina de estudo no ambiente escolar, presença essa que se estende à "atividade matemática", na medida em que, como compreendemos, os depoentes condicionam a relação sujeito-Matemática à prática da linguagem pela escrita. No *segundo grupo*, reunimos as unidades de significados que, como interpretamos, se referem à escrita da Matemática como prática auxiliar da atividade intelectual, ou que viabiliza a linguagem para o processo intelectivo. O *grupo três*, como o compreendemos, cerca a escrita da Matemática de condições existenciais que a tornam um conhecimento a ser buscado e utilizado na construção do conhecimento matemático e para a respectiva expressão letrada. No *grupo quatro*, as unidades de significados dizem da escrita da Matemática como a prática da formalização e da realização de operações. No *grupo cinco*, as unidades centram-se na idéia da comunicação do sujeito com a ciência e na comunicação dos sujeitos entre si, e a escrita aparece como possibilidade de prática da linguagem na ciência para a ciência aparecer. O *sexto grupo* nos induz à interpretação de que a escrita da Matemática é algo que se torna necessário a partir da sofisticação intelectual dos conceitos matemáticos, quando se torna difícil a prática da linguagem pelo uso ordinário da língua. No *grupo sete*, reunimos as unidades onde vemos o professor assumindo que há para si uma tarefa no ensino da escrita. No *grupo oito*, reunimos as unidades que nos revelam a necessidade do "letramento matemático", algo que reúne todo e qualquer aprendizado e habilidades em torno da representação gráfica, por meio de letras e esquemas gráficos. O *grupo nove* revela que a produção da escrita segue a construção dos conceitos, numa temporalidade lógica considerada por educadores da língua, de que primeiro se sabe o "o que" e "o como" escrever, para posteriormente escrever. No *décimo grupo*, estão unidades que nos falam de dois objetos coadjuvantes na vida escolar do sujeito, e por meio dos quais a "Matemática" se mostra no fazer pedagógico, em geral, a lousa e o livro. Embora o livro nem sempre esteja presente na pedagogia matemática, ele é reclamado pelo professor, ao se colocar também no lugar de onde jamais saiu, o do aluno. No *grupo onze*, que se articula com o décimo, as unidades revelam que a compreensão do aluno se mostra por meio da sua escrita e, também, é a partir dela que o professor o acompanha e o avalia. No *grupo doze*, vemos o conjunto de unidades em torno da idéia de clareza, do rigor, da correção da escrita, em que a Matemática aparece com seu caráter gráfico. No *grupo treze*, reunimos as unidades que associam a escrita da Matemática com os significados ou os conceitos na Matemática, e compreendemos que esse grupo se articula com os demais grupos, ora no que lembra a prática da linguagem na Matemática, ora no que lembra a Matemática como conhecimento letrado, ou quando nos solicita olhar a escrita como um meio de a ciência se estabelecer para o sujeito.

As grandes convergências

Nos procedimentos que estamos perseguindo, as categorias expõem possíveis articulações entre os grupos invariantes de unidades de significados. Elas revelam idéias sintetizadas nos diferentes grupos em torno de significados gerais concebidos como a estrutura significativa do fenômeno em estudo. Das reeleituras que se seguiram e das explicitações sobre as convergências que efetuamos, chegamos a compreender três convergências, que denominamos: "Realização da linguagem na Matemática", "Letramento matemático" e "Aparecimento da Matemática para o aluno", elegendo-as como as expressões dos significados gerais que extraímos das primeiras convergências e que vêm constituir as categorias temáticas do nosso trabalho.

Essas categorias, ou grandes invariantes, nos dizeres de Bicudo[201], são constructos resultantes de convergências abrangentes de unidades de significados já analisadas e interpretadas, e que indicam os aspectos estruturantes do fenômeno em estudo, pois abrem à compreensão o percebido, o analisado e a intersubjetividade entre pesquisador, sujeitos da pesquisa e autores significativos estudados. O caráter "estruturante" é referido com o sentido de que é na interpretação de tais categorias que construímos o conhecimento das características do fenômeno interrogado.

O quadro abaixo mostra as categorias mencionadas como sendo as convergências mais abrangentes que expressamos e que estão relacionadas com as idéias expostas nas convergências intermediárias. Há outras possíveis ligações que ainda poderíamos realizar nesse quadro, como o caso do terceiro invariante com a primeira categoria, mas foram conscientemente evitadas quando consideramos que, com mais clareza, já estão apontados os temas estruturais do fenômeno interrogado.

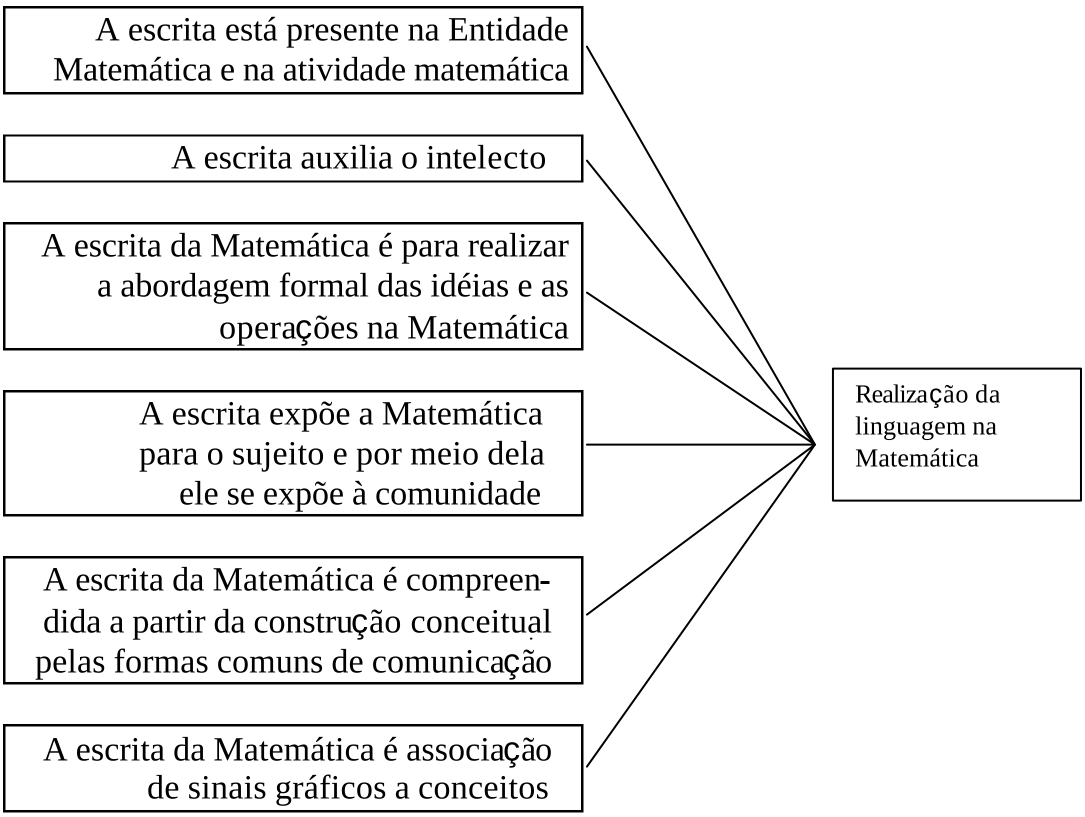
[201] Bicudo, M. A. V. Fenomenologia - confrontos e avanços. São Paulo: Cortez, 2000, p. 82.

Interpretação das categorias

Doravante, neste capítulo, como requer a trajetória que perseguimos, estaremos a desenvolver a temática trazida pelas categorias que encontramos, expressões dos significados que nossos sujeitos atribuem às suas experiências quanto à escrita da Matemática.

Os três temas que decorrem da articulação dos primeiros invariantes, conforme Joel Martins[202], já constituem uma estrutura do fenômeno segundo nossa investigação. Porém, o sentido e o significado dessa estrutura surgem nas interpretações efetuadas na intersubjetividade do pesquisador, sujeitos da pesquisa e autores estudados que abordam o tema. Esses autores, afirmando uma vez mais, trabalham no campo da filosofia da linguagem, da lingüística, da Matemática e com obras situadas nas interfaces desses campos.

Realização da linguagem na Matemática



[202] Martins, J., Boemer, M. R e Ferraz C. A. A Fenomenologia como Alternativa Metodológica para Pesquisa - Algumas Considerações. In: Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos, caderno 1, 1990, pp. 33-47.

Essa categoria surge da articulação de seis invariantes que nos levam a pensar na "realização da linguagem na Matemática".

A linguagem, termo central da idéia que aí firmamos, é considerada por Heidegger[203] um fenômeno que se radica na constituição existencial da abertura para a experiência. Para esse autor, essa abertura é vivida na efetivação das "*existenciálias*"[204] equiprimordiais e básicas do ser humano: *afetividade*, *compreensão* e *expressão*. Tomadas como princípio, essas existenciálias constituem um fundo sobre o qual podemos compreender essa categoria.

Para sintetizar a significação que nos vem por essa primeira grande convergência, elegemos a expressão "realização da linguagem", tomando-a com o sentido que compreendemos em Merleau-Ponty[205], ao referir-se às línguas empíricas como agentes dessa atividade. São filosóficas as considerações desse autor, mas são pensamentos também presentes na lingüística de Saussure[206], que deixa em seus dizeres que a linguagem repousa numa faculdade que nos é dada pela natureza, enquanto a língua com que a exercitamos, por nosso aparelho vocal ou, como diremos, por outros sistemas de signos, como a escrita, é algo adquirido e convencional subordinado ao instinto natural da linguagem. Com sua visão funcional, o lingüista considera que a língua é uma parte essencial da linguagem. Deixa explícito[207] seu entendimento de que a língua é, ao mesmo tempo, um produto social, da faculdade de linguagem, e um conjunto de convenções necessárias, adotadas pelo corpo social para permitir o exercício dessa faculdade nos indivíduos. Porém, para o exercício lingüístico da linguagem não basta a língua como conjunto de convenções. A língua necessita também ser exercitada por um sistema externo, que é a produção acústica ou o sistema de escrita. Saussure[208]

---

[203] Heidegger, M. "Ser e Tempo". Rio de Janeiro: Vozes, 2000, p. 219.
[204] Martins, Joel. A Ontologia em Heideger. In: Martins, J. & Bicudo, M. A. V. Estudos Existencialismo, Fenomenologia e Educação. São Paulo: Moraes, 1983, pp. 33-44(35).
[205] Merleau-Ponty, M. "Signos". São Paulo: Martins fontes, 1991, p. 81.
[206] Saussure, F. "Curso de lingüística geral". São Paulo: Cultrix, 1987, pp. 16-22.
[207] Saussure, op. cit. p. 17.
[208] Ibidem, p. 34.

explicita também que a língua e a escrita são dois sistemas distintos de signos, e que a única razão de ser do segundo é representar o primeiro.

São dois os sistemas vigentes de escrita para o exercício ordinário das línguas[209]: o sistema "ideográfico", em que a palavra é representada por um signo (sinal) único e estranho aos sons de que ela se compõe, e que se relaciona com o conjunto da palavra diretamente com a idéia que exprime, como é o caso clássico da escrita chinesa, e o sistema "fonético", que reproduz a série de sons que se sucedem na palavra, baseado nos fonemas, que são os elementos sonoros irredutíveis da palavra, como são as línguas ocidentais.

A escrita da Matemática, referida neste trabalho, é a que se compõe de produções fonéticas e demais produções de sinais gráficos convencionais, que funcionam como ideogramas nas representações formais de idéias matemáticas. Em todo o seu conjunto, compreendemos que "a escrita da Matemática" é um esforço empreendido na realização da linguagem num campo onde apenas a produção fonética pela língua usual não é suficiente para falarmos das estruturas ontológicas dos objetos. Compreendemos, então, que não tratamos na Matemática de realizar uma linguagem mais exigente ou menos exigente, mas de oferecer recursos à língua para expressarmos estruturas, e não somente falarmos delas.

Em "Ser e Tempo", obra da filosofia fenomenológica-existencial, Heidegger diz da linguagem como a articulação do compreendido, o que já é a própria efetivação do pensamento. Afirma o filósofo[210] que o modo de ser do homem é essencialmente determinado pela possibilidade da linguagem, por meio da qual expressamos nossa compreensão das estruturas ontológicas dos entes.

Para Heidegger[211], o fundamento ontológico-existencial da linguagem é o discurso, e a linguagem propriamente é o pronunciamento do discurso, este que para o autor é a articulação da compreensibilidade, cuja totalidade

---

209 Ibidem, p. 36.
210 Heidegger, M. "Ser e Tempo". Rio de Janeiro: Vozes, 2000, p. 54.
211 Heidegger, op. cit. p. 219.

significativa, segundo o que interpretamos, expressa a atividade realizadora da linguagem. E, para Ricouer[212], a escrita, esta de que vimos falando, é a plena manifestação do discurso.

1.1 A escrita está presente na Entidade Matemática e na atividade matemática

A presença da escrita na Entidade Matemática das atividades pedagógicas, como explicitado na convergência (1.1), relacionamos à realização da linguagem na Matemática porque todas as unidades de significados que reunimos naquele grupo refere -se à escrita por menção a alguma de suas funções ou aplicações, de modo a nos lembrar a prática da linguagem na Matemática. "No texto", "na organização mental", "na expressão", "no registro", "no sequenciamento", "na fixação", "no cálculo", são formas referenciais utilizadas pelos nossos depoentes que, como compreendemos, cumprem com uma formação de discurso cujo pronunciamento é, para Heidegger, linguagem. Ao longo da análise das unidades significativas no primeiro grupo convergente, ficou suficientemente explicito, na nossa interpretação que, na Matemática do currículo escolar, da qual fala os depoentes, a escrita é um procedimento afeto ao aluno, à sua compreensão, à sua expressão. Merleau-Ponty[213], sobre uma idéia de Husserl de propor uma eidética da linguagem, diz que nesse projeto as línguas empíricas são realizações da linguagem. Entendendo que a escrita, inclusive na Matemática, ocorre por via da língua, completamos a compreensão da escrita na Matemática, naquela expressão merleau-pontyana, como realização da linguagem na Matemática.

Um aspecto que importa explicitar cada vez mais pela distinção que provoca é que, então, a linguagem é uma possibilidade humana e os meios

[212] Ricoueur, P. Teoria da interpretação. Rio de Janeiro: Edições 70, 1976, p. 37.
[213] Merleau-Ponty (1991), op. cit. p. 89.

para sua realização são vinculados aos contextos onde se vivem as experiências e as formas de atribuir-se significados e de buscar o sentido.

Segundo Vergani[214], nas tendências atuais da lingüística, há uma corrente que recruta os adeptos da "lingüística da língua" e outra corrente dos adeptos da "lingüística da linguagem". Diz a autora que por ser a língua um objeto mais estruturado, o recorrente uso do termo *linguagem*, em vez de *língua*, é por ela se adaptar melhor à *expressividade matemática*[215]. A *língua*, que compreendemos com Saussure como um conjunto de normas pelas quais exercitamos a linguagem na Matemática e em todos os campos, é a que também exercitamos usualmente por meio da produção acústica e da produção escrita.

A escrita pode ser entendida no contexto de sua história. Segundo Vergani, a própria Matemática é a ciência à qual devemos o nascimento da escrita. Entendemos que isso torna ainda mais legítima nossa afirmativa, "A escrita está presente na entidade Matemática e na atividade matemática", porque ganha maior sustentação. A autora conta que Sumérios e Acadianos, na antiga região mesopotâmica, e também na china, entre 6000 e 1000 da Antigüidade, apresentam os primórdios da escrita, em decorrência de necessidades aritméticas, quando a contagem suscita procedimentos de controle mais elaborado. Diz Vergani[216] que a escrita se inscreve num processo de racionalização, como é a abstração matemática, ao operar por sinais gráficos, e que a prática do escrever, também é uma forma primordial de linguagem humana. Para exemplificar, para a tendência formalista[217] do pensamento estrutural da Matemática, forte nos tempos atuais, as entidades matemáticas não são mais do que os seus próprios "sinais simbólicos", enquadrados por um conjunto inicial de axiomas e manipulados por meio da

[214] Vergani, T. Matemática & Linguagem(s) - olhares interativos e transculturais. Lisboa: Pandora, 2002, pp. 11, 14, 19, 20, 79, 80, 97, 98.
[215] Ibidem, p. 79.
[216] Vergani, op. cit p. 19.
[217] Ibidem, p. 98.

sinalização escrita segundo normas bem definidas. Essa autora é mais uma entre outros que associa à escrita os fundamentos gramaticais.

1.2 A escrita auxilia o intelecto

Como auxiliar do intelecto, uma compreensão nossa é de que a escrita da Matemática promove as "técnicas calculatórias", assim pronunciado por Auroux[218], ao revelar sua constatação de que, em geral, as línguas unicamente orais, sem influências de civilizações "grafematizadas", dispõem somente de um sistema de numeração muito restrito. O autor nos cobra atenção para o cálculo mais sofisticado, aquele que está além das simples operações mentais, tornadas possíveis pelo uso de recursos externos à mente, como é a técnica da escrita. Segundo ele, um algoritmo de cálculo é uma fórmula escrita; sem os algoritmos não poderíamos, por exemplo, manipular o infinito e vir a saber que uma soma de infinitos termos positivos pode ser finita. Para o desenvolvimento intelectual da humanidade, Auroux vê o aparecimento da escrita como uma etapa tão importante quanto o sugirmento da fala acústica. E, de maneira geral, enfatiza o autor, a escrita é a condição de desenvolvimento da mecanização atual, incluindo as codificações utilizadas em procedimentos eletrônicos que, como interpretamos, os trazemos para o serviço da prática da linguagem.

Essa escrita, por nós produzida na bidimensionalidade do espaço plano, a fazemos para os efeitos que vêm a cumprir, segundo Auroux, pela presença em nós de uma forma de racionalidade, denominada em suas referências de *raison graphique*, "razão gráfica", que é para ele uma entidade abstrata com o estatus de razão, cujo traço marcante, como diz, é a bidimensionalidade, a utilização do espaço plano. Nessa noção, a escrita pode ser entendida como um "suporte transposto" da fala, que, entre outros suportes, seria o único a ter natureza espacial e que realizamos fixamente na

[218] Auroux, S. "Filosofia da linguagem". São Paulo: 2000, pp. 73, 74.

superfície plana. Essa razão gráfica que nos dá a condição para o escrever, considera Auroux, distingue-se pelas possibilidades de práticas da linguagem em situações interditadas à realização oral. A técnica intelectual da escrita nos permite realizar a linguagem nessas possibilidades e, afirma o autor, também nos permite novas performances cognitivas, ligadas à razão gráfica. Uma delas, segundo o filósofo, trata-se da *formalização*, que é central na atividade matemática. E, consoante a essas noções, encontramos um conjunto de unidades de significados expressas pelos nossos sujeitos: (2.11) "A escrita formal é a estrutura de uma coisa informal"; (2.2) "A escrita está mais para o aspecto lógico do conhecimento; (4.1) "A escrita concretiza o seqüenciamento de idéias, de resultados, de elementos, para se ter a expressão do que se objetiva"; (7.6) "A escrita da Matemática é bem concisa e nos ajuda a registrar, a rever e a trabalhar".

Nessa mesma compreensão da escrita, a lingüista Ana Teberosky[219] apresenta, de suas referências, autores que a definem como "a tecnologia do intelecto" e como "a maior invenção manual-intelectual criada pelo homem".

Nesse mesmo aspecto da escrita intelectiva e no mesmo campo da nossa compreensão sobre a razão gráfica, que nos põe a escrever em prol da atividade intelectual, também compreendemos um papel para os "*estilos*" na Matemática. Granger[220] conceitualiza a noção de estética na produção simbólica nas Ciências em termos de "estilo", termo trazido do estudo da estética nas artes, e busca um conceito para essa noção nas Ciências com base no *uso* do simbolismo. Numa parte da sua obra, Granger analisa alguns fatos de estilo na Matemática, nomeando esta ciência como o mais abstrato domínio da criação intelectual[221]. Sua questão de estética, ou de estilo, aparece na edificação matemática na passagem do amorfo ao estruturado da produção abstrata. De um lado, o estilo aparece, como diz, como maneira de introduzir os conceitos de uma teoria, de encadeá-los, de unificá-los (noção idêntica à

[219] Teberosky, A. Aprendendo a escrever. São Paulo: Ática, 2000. P. 55.
[220] Granger, G. G. "Filosofia do estilo". São Paulo: Perspectiva, 1974, pp. 19, 26, 30, 33, 157, 158, 159.
[221] Granger, op. cit. p. 26.

noção que demonstram ter nossos depoentes em várias unidades de significados sobre a escrita da Matemática); de outro lado, como uma certa maneira de delimitar a carga intuitiva na determinação desses conceitos[222], noção também encontrada nas falas dos nossos depoentes, como vemos na unidade (5.10): "A escrita serve para o aluno penetrar nos significados dos conceitos matemáticos".

Assim dizendo, a noção de estilo de Granger diz antes respeito à prática da linguagem e à apresentação do que à construção dos conceitos. Parece haver aí uma separação de atividades, mas unifica-as ao admitir que "a Ciência só pode se constituir num universo simbólico". Esse autor enfatiza que para a Matemática a linguagem é, mais diretamente, parte integrante da atividade científica e que "a Matemática poderia ser qualificada de ciência 'por construção de linguagem'", mesmo sem radicalizar na questão nominalista, que reduz o objeto matemático à própria língua que o matemático institui, e também sem aderir à concepção em que o objeto matemático seria, ao contrário, um ato intuitivo apenas revestido de uma vestimenta lingüística contingente.

Granger vê a criação de uma "língua" matemática como um acontecimento exterior ao desenvolvimento da Ciência a que está ligada, e, ao mesmo tempo, ao conteúdo do conhecimento matemático e às condições que constituem sua estrutura intelectual.

Invenções lingüísticas nesse domínio, como é o caso da escrita, estão de certo modo, como diz o autor, situadas no encontro do universo formal, que é a Matemática que realizamos, com os atos concretos (como é a escrita) que constituem as relações dos homens entre si e com o mundo. Para Granger, esse é o estatuto de toda a linguagem. Granger frisa que na Matemática a inserção do formal num conjunto de atos lingüísticos é particularmente delicada, devido ao caráter abstrato dos objetos. Essa inserção, como considera o autor, se singulariza no caso da Matemática por só poder

[222] Ibidem, p. 30.

desenvolver-se plenamente pela escrita. Afirma: "o espaço informacional oferecido pela cadeia falada, tal como é percebida, não se presta bem à recepção e à transmissão de mensagens que devem veicular essencialmente *combinações de informações referentes à sua própria estrutura*". A realização natural da língua, no pensamento do autor, pode no máximo, descrever objetos e propriedades de objetos estruturais, mas não mostra a sua própria estrutura. A igualdade da soma dos quadrados das medidas dos lados de um triângulo retângulo com o quadrado da medida da hipotenusa fica assim dito e compreendido apenas como uma descrição. "A estrutura figurada do simbolismo", como diz Granger[223], que nas palavras de Auroux obtemos na *formalização* possibilitada pela nossa *razão gráfica*, é $a^2 + b^2 = c^2$, escrita no "sistema notacional matemático"[224]. O que Granger afirma com a expressão "estrutura figurada" entendemos ser o objeto gráfico, ou seja, aquilo que estabelecemos da relação entre as medidas do triângulo retângulo, na expressão escrita, no sistema notacional matemático.

Se as propriedades estruturais do objeto ultrapassam um certo grau de complexidade, reconhece o autor, sua descrição natural, toda manipulação, toda análise, toda demonstração, pode tornar-se incompreensível e até mesmo paralisada. Granger, no entanto, admite que a escrita multidimensional da Matemática não é uma condição "transcendental" da objetivação das estruturas matemáticas, é um fato de *estilo*. Bastaria, como pensa, propiciar um léxico suficientemente volumoso para que toda propriedade figurada pudesse corresponder a alguma combinação das sucessivas marcas escritas na língua comum. Mas, novamente reconhece que uma Matemática assim transcrita se tornaria inexplorável para o intelecto de um receptor humano.

[223] Ibidem, p. 33.
[224] Acalá, M. La construción del lenguaje matemático. Barcelona: Graó, 2002, p. 26.

1.3 A escrita da Matemática é para realizar a abordagem formal das idéias e as operações na Matemática

A proposição "a escrita da Matemática é para realizar a abordagem formal das idéias e as operações na Matemática" explicita os dizeres dos sujeitos nas unidades significativas acerca do interrogado, quando aprofundam um sentido que separa as duas entidades, "a Matemática" e "a escrita da Matemática", nas suas experiências. Unidades como (1.1) "A escrita serve como maneira de organizar o pensamento"; (1.2) "A escrita tem um sentido linear de encadeamento sequencial de idéias"; (1.4) "Na produção matemática, a introdução de certas escritas simbólicas facilitaram o descobrimento de certos resultados"; (2.10) "A escrita formalizada desempenha um papel de estar estruturando alguma coisa"; (2.35) "A escrita é importante para a linguagem formal, na qual o entendimento é mais difícil (...)"; (7.6) "A escrita da Matemática é bem concisa e nos ajuda a registrar, a rever e a trabalhar"; (7.16) "O aluno deve entender que a escrita também vai ajudar, pois com ela não é necessário estar sempre recorrendo a materiais concretos" são unidades que destacam a escrita na experiência pedagógica da Matemática e a carregam de funções que não parecem vir a ser implementadas a não ser passando por mãos e mente de quem as aprende num contexto mais abrangente que o de reproduzir regras sintáticas.

Uma noção sobre o que seja a linguagem como propriedade do sujeito, ou melhor, como possibilidade humana, tal como estamos trazendo das leituras realizadas, com características do pensar em Matemática pelas descrições na língua usual e pela estruturação ôntica dos objetos na língua formal, como também vimos em nossos autores estudados, também faz parte do pensar aprofundado que construímos e que expressamos naquele dizer.

Além do já exposto, se à própria Matemática devemos o nascimento da escrita, como já nos afirmou Vergani, a compreensão que nossos sujeitos expressam valida nossa proposição no sentido de que a escrita para a

Matemática não foi no início um aproveitamento de tecnologia gráfica já disponível, mas uma invenção ajustada às necessidades do pensar. Granger[225] põe de um lado o universo formal da Matemática produzida, e de outro coloca a invenção lingüística exteriormente, no conjunto de atos concretos que relaciona o homem ao mundo. É uma separação que não nos parece afetar o ponto de vista ontológico das estruturas, aquelas que atingimos com a escrita multidimensional da Matemática, porque trata-se de colocar de um lado atos concretos para o exercício de uma língua para a prática da linguagem, sem nada *a priori* relacionado com o universo formal já construído.

Numa obra de filosofia cultural, no campo de compreensão que estamos construindo, que foca o homem lidando com os problemas do universo por meio da criação e uso de recursos concretos para o exercício da vida simbólica, Cassirer[226], ao conceber o homem como ser simbólico, afirma que primeiramente a linguagem não exprime pensamento ou idéias, mas sentimentos e afetos, que é a linguagem emocional, que também estaria presente nos animais. Para ele, propriamente humana é a linguagem proposicional[227], que exprime o pensamento simbólico. Esse pensamento é entendido pelo autor como o significado de algo. Esse autor[228] afirma que "um símbolo é parte do mundo humano do significado". O sinal, que é outro conceito, faz parte do mundo físico do ser; é um operador designado pelo símbolo ou pelo ser simbólico.

Nesse entendimento, vemos a escrita da Matemática como conjunto de sinais organizados sintaticamente pela nossa capacidade simbólica, surtindo a abordagem formal das idéias ou sendo manipulados nas operações, cujo desfecho é a realização da linguagem proposicional na Matemática, no universo de discurso da Matemática.

[225] Granger, op. cit, p. 33.
[226] Cassire, E. "Ensaios sobre o Homem". São Paulo: Martins Fontes, 2001, p. 49.
[227] Cassire, op. cit. p. 55.
[228] Ibidem, 58.

1.4 A escrita expõe a Matemática para o sujeito e, por meio dela, ele se expõe à comunidade.

Com a proposição "A escrita expõe a Matemática para o sujeito e, por meio dela, ele se expõe à comunidade", queremos expressar nosso entendimento de que as unidades que apontam para esse invariante falam da escrita da Matemática como "um certo elo de comunicação", como algo que "pode facilitar a comunicação", que é "importante para a linguagem formal", que é "fundamental para conduzir a aprendizagem do aluno", que "ela é a tradução de uma idéia", entre outros significados nesse campo de compreensão. As experiências reveladas são experiências pedagógicas, mas novamente nos levam aos sinais como "operadores" e ao símbolo, ao seu valor funcional e humano no significado.

Nesse entendimento, a referência à escrita da Matemática como importante para a linguagem formal não reflete apenas o que vemos gravado numa superfície, mas é um dizer que liga a escrita à prática da linguagem. Essa prática não mostra ser uma ação inteiramente controlada pelo sujeito da experiência porque não é nítido que haja alguma seqüência de atividades no pensar, o que conforma com a simultaneidade da afetividade, da compreensão e da expressão, como foi expressa por Heidegger. Entendemos que a importância da escrita para a linguagem formal, que nosso sujeito revela ter na unidade (2.35), vem de uma possibilidade tornada indispensável para a manifestação do conteúdo eidético no pensar, quando a escrita expõe a estrutura para o próprio sujeito que pensa, sendo também o meio pelo qual ele experiencia a troca intersubjetiva, na relação ensino-aprendizagem, ou no processo histórico da construção de idealidades objetivas segundo o pensar da fenomenologia husserliana[229].

A Matemática, segundo Bicudo, é uma ciência de essência pura, um exemplo central entre as ciências eidéticas. A autora expõe o pensamento de

[229] Bicudo, M. A. V. Sobre a "Origem da Geometria". In: Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos" - caderno 1. São Paulo: SE&PQ, 1990, pp. 49-72.

Husserl, que busca o pensamento original, sendo que a origem da entidade Matemática reúne a subjetividade, a linguagem, a intersubjetividade, a civilização, a História. A existência das idealidades, de acordo com o pensamento de Husserl, é garantida não somente pela objetividade conquistada pela "comunicação intersubjetiva", mas também pela documentação lingüística. É na *escrita* que a estrutura do objeto ideal se sedimenta, e que também, com isso, conforme os dizeres de Bicudo[230], há uma transformação do modo original de ser da estrutura-significado, nocão que surge na voz de um dos nossos sujeitos, na unidade (7.15), ao dizer que a escrita da Matemática é uma tradução de uma idéia.

A produção dessa escrita, que vem ser a o meio da experiência e da aculturação matemática, é objeto de investigação de muitos autores.

David Pimm[231] escreve sobre a linguagem na Matemática, passando pelo âmbito notacional e explicita aspectos básicos da escrita matemática. Descreve quatro conjuntos de sinais: os *logogramas*, os *pictogramas*, os *sinais de pontuação* e os *sinais alfabéticos*. Os logogramas, constituídos das letras numéricas e sinais operatórios e relacionais: (*1*, *2*, *3*, ..., *9*), (+, -, x, : , $\sqrt{\ }$, <, >, =, etc.); os pictogramas, como os sinais de ângulo, de triângulo, etc.; os chamados sinais de pontuação: "*( )*", "*[ ]*", ";", ",", "/", etc. e os sinais alfabéticos romanos e gregos: (*a*, *b*, *c*, *x*, *y*, *A*, *B*, *C*, *p*, *a*, etc.) utilizados com finalidades diferentes daquela do uso comum. Alcalá usa o termo símbolo no lugar em que usamos sinal, por uma questão de expressividade.

Alcalá[232] explora o intento de David Pimm de explicitar uma sintaxe da escrita matemática em termos gramaticais num paralelo com a língua escrita ordinária, que faz sob o enfoque chomskyano e analisa a escrita apoiando-se em duas noções: a de *estrutura* e a de *transformação*, ou seja, a constituição das expressões, que são transformações estruturais. Uma expressão aritmética em si, nessa análise, é uma cadeia finita, gramatical, de

[230] Bicudo, op. cit. p. 60.
[231] Pimm. D. El lenguage matemático en la aula. Madrid: Morato, 1990, pp. 203-236.
[232] Ibidem, p. 26.

letras numéricas e sinais operacionais - essa é a estrutura; nos trabalhos de uso das expressões, o que fazemos são transformações. Esse autor ressalta a importância do trabalho de Pimm, mas enfatiza que a Matemática não consiste somente de manipulação de sinais escritos. Alcalá entende que a língua comum é a que suporta, que explica e que dá sentido aos sinais, mas não vê necessidade em analisar a estrutura do sistema notacional matemático segundo os termos gramaticais da língua falada. Distingue que a escritura matemática persegue a expressão do fato, com procedimentos concisos, claros e não redundantes. As normas de uso da notação matemática, segundo diz, são induzidas pelas propriedades dos fatos e pelos conceitos. O sistema de codificação matemática, ao seu ver[233], é direcionado para resolver problemas e situações específicas, especialmente os de índole quantitativa, no que procura sustentar seus argumentos. Considera que, enquanto o domínio da língua materna é genérico, o domínio da codificação matemática, como também o domínio musical, é específico. São aspectos que consideramos pertencer aos conhecimentos sobre a escrita da Matemática como técnica que desenvolvemos para nos movermos intelectualmente na construção matemática. Técnica que expõe a Matemática para o sujeito e com a qual ele se expõe. Isso também compreendemos como realização da linguagem na Matemática.

1.5 **A escrita da Matemática é necessária a partir da construção conceitual pelas formas comuns de comunicação**.

Um conjunto numeroso de unidades de significados permitiu interpretarmos nossa sexta convergência, a quinta nessa categoria, como: "A escrita da Matemática é compreendida a partir da construção conceitual pelas formas comuns de comunicação". Nessa associação com a "Realização da linguagem na Matemática", a forma verbal "compreendida", tomamos com o sentido de "fazer parte", ou de "ser necessária". Algumas das unidades desse

[233] Ibidem, p. 27.

conjunto que nos levam a essa interpretação são: (1.7) "Na aprendizagem (matemática) do aluno, o professor tem a possibilidade de mediar o processo, com a escrita ou com a oralidade". Pelo contexto dessa fala, compreendemos que o depoente se refere a dificuldades na codificação específica da Matemática e espera que o professor intervenha por meio da língua comum. (2.6) "Apenas a escrita formal, ela não atinge o aluno"; (6.5) "Para chegar ao ponto de escrever em Matemática, há um longo caminho de construção de conceitos, de um campo conceitual". São todas unidades que assumem a presença da parte notacional específica, que chamam "escrita formal", mas contam com a busca da significação da parte formal pelos meios ordinários.

Apesar da sintaxe formal da Matemática ser um aspecto ressaltado em muitos pontos, vemos que nossos sujeitos também se voltam para os aspectos conceituais, no domínio da referência da escrita alfabética. Esse domínio é considerado por Tolchinsky[234] como "o nível fonêmico da linguagem", por onde, como interpretamos, sugerem nossos depoentes que os conceitos sejam explicitados na forma ordinária do exercício lingüístico da linguagem, para que a partir disso construamos, com compreensão, as formas operacionais na Matemática. O sistema notacional, segundo Tolchinsky, desempenha um papel fundamental tanto no conteúdo como na forma do pensamento. A autora[235] relaciona vários autores europeus que estudam o desenvolvimento notacional na Aritmética e que vieram a reconhecer que uma aprendizagem adequada do sistema notacional pode contribuir para a compreensão dos conceitos matemáticos.

Em defesa do equilíbrio entre as abordagens sintáticas e semânticas na Matemática, Gómez-Granell[236] concorda que o entendimento formalista da Matemática baseia-se mais na manipulação sintática de símbolos e regras que

[234] Tolchinsky, L. "Aprendizagem da linguagem escrita". São Paulo: Ática, 1998, pp. 121, 122.
[235] Tolchinsky, op. cit. p. 208.
[236] Gómez-Granell, Carmem. "A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado". In: Teberosky, A e Tolchinsky, L. "Além da Albabetização". Tradução: Stela Oliveira. São Paulo: Ática, 1996, pp. 257-295.

nos significados. A autora[237] exemplifica afirmando que quando ensinamos às crianças, no ensino fundamental, calcularem um tanto por cento de uma quantidade pela lei dos "produtos cruzados", como 20% de 34 mil, dizemos que 20 está para 100 assim como 34000 está para "x", e instruímos os alunos a multiplicarem as duas quantidades "dos extremos" e a dividirem o resultado por 100. Segundo a autora, a lógica de tal algoritmo é comprovada, mas em muitas ocasiões não é compreendida por nenhum aluno e nem pela maioria dos professores. Entre outras afirmações, diz que vários trabalhos demonstram que boa parte dos erros que os alunos cometem deve-se ao fato de terem aprendido a manipular símbolos de acordo com determinadas regras, sem se deterem nos seus significados. Essas ocorrências estamos associando à idéia da prática inadequada da linguagem na Matemática.

Conforme Alcalá[238], os estudos psicológicos do processo de desenvolvimento da criança oferecem dados para a prática do ensinar e de praticar a linguagem na Matemática. Consta que, até por volta dos 24 meses, a aprendizagem da criança ocorre no caráter puramente físico e direto, por meio de objetos físicos e palavras, fase chamada simbolismo de primeira ordem[239]. Daí aos seis anos, ainda no período sensoriomotor, aparece a função simbólica, e o sujeito demonstra estar desenvolvendo a noção de número e condições de reconhecimento e produção de códigos escritos, que é a fase chamada simbolismo de segunda ordem. Com isso, segundo as referências de Alcalá, podemos compreender por que, de modo universal, a escolarização formal tem início entre os cinco e sete anos.

A tendência observada pelos psicólogos é que o uso de sistemas notacionais seja naturalmente induzido pela cultura. Porém, é também observado que as notações matemáticas, já a partir da escrita aritmética inicial, não são aprendidas se não graças a um processo intencionado do aprendiz, que

237 Gómez-Granell, op. cit. p. 265.
238 Alcalá, op. cit. p. 51.
239 Idem, ibidem.

a escola vem a provocar[240] nele a partir das primeiras construções conceituais no registro oral.

Os dados apresentados por Alcalá[241] são dispostos em quatro níveis. O primeiro nível é o da introdução do simbolismo, da passagem dos objetos físicos e palavras para o simbolismo notacional, com os ditos símbolos de primeira e de segunda ordem. O segundo nível é o da aquisição das operações aditivas com números naturais, passando do cálculo verbal ao cálculo notacional. O terceiro nível é o das operações multiplicativas e aquisição de outros campos numéricos. O quarto nível caracteriza-se pelo simbolismo de terceira ordem, que são os sinais operatórios e a entrada na linguagem algébrica, com o uso de sinais cada vez mais distantes da realidade física, cujo referente são as próprias notações e suas propriedades. A conquista das operações multiplicativas é aí considerada um grande avanço devido à construção formal[242].

No que expõe nosso autor, compreendemos que já nas primeiras noções operatórias usuais, como a de somar e de multiplicar, estão presentes estratégias mentais ou algoritmos escritos que necessitam ser desenvolvidos a partir das idéias que precedem à formalização, no sentido do que diz nosso depoente na unidade (2.11), que "*a escrita formal é a estrutura de uma coisa informal*". O autor ilustra, por meio de um exemplo, a necessidade da formalização na prática da linguagem nos diferentes níveis de desenvolvimento, que nos mostra, em particular, como a realização formal da linguagem na Matemática necessita preceder da compreensão conceitual. Trata-se de um problema nos quatro níveis transcritos pelo autor, que sintetizamos abaixo:

No nível 1, é dado que alguém tem 4 caramelos em um bolso e 3 caramelos no outro bolso. Pergunta-se quantos caramelos tem a pessoa. A solução é verbal, sem necessidade de atividade escrita. No nível 2, é dado que

---

240 Idem, pp. 50, 52.
241 Ibidem, pp. 49-61
242 Ibidem, p. 152.

o sujeito tem 54 caramelos em um bolso e 39 no outro. A menos que se utilize de uma estratégia importante, o problema requer solução escrita, por meio da codificação aritmética aditiva, com conhecimento formal do sistema de numeração. No nível 3, é dado que a pessoa tem 5 moedas de 50 centavos em um bolso e no outro tem 15 centavos. Pergunta-se quanto dinheiro tem. A solução envolve os níveis anteriores, ampliando-se pelas necessidades multiplicativas. No nível 4, afirma-se que o sujeito tem 5 moedas de igual valor em um cofrinho e que sua mãe lhe presenteou com 15 centavos, totalizando seu dinheiro em 265 centavos de euro. Quer-se saber a classe das 5 moedas. A solução requer uma expressão algébrica e a resolução em equação devidamente escrita. Porém, como obter essa expressão, é um trabalho, que nas palavras de um dos nossos depoentes, na unidade (6.5), requer "um longo caminho de construção de conceitos, de um campo conceitual".

Com essa argumentação, pretendemos explicitar a idéia convergente de que "a escrita da Matemática é necessária a partir da construção conceitual pelas formas comuns de comunicação" e que como técnica intelectual vem como "realização da linguagem na Matemática".

1.6 A escrita da Matemática é associação de sinais gráficos a conceitos

O último invariante a compor essa primeira categoria reúne o maior agrupamento de unidades trabalhadas. Na afirmativa "*A escrita da Matemática é associação de sinais gráficos a conceitos*", percebemos sentido em cada uma das vinte e cinco unidades do grupo. Queremos destacar duas delas, as que nos oferecem os próprios termos da sentença: (4.4) "Há conceitos que necessitam de uma escrita bem elaborada para poderem ser abordados"; (7.7) "Muitas vezes o aluno fica só no nível da idéia, ele tem dificuldade na escrita; ele forma o conceito, mas não consegue entender aquele conceito". Essas unidades, como as demais unidades do grupo, carregam o sentido de um pensar de que a escrita da Matemática é a forma que assumimos para a prática da linguagem proposicional na Matemática, mais que uma simples opção. O "conteúdo abstrato" da Matemática encontra na escrita uma possibilidade de mostrar-se materialmente.

O conteúdo abstrato a que nos referimos é o mesmo que Husserl[243] contrapõe ao conteúdo concreto. Este último autor diz ser o conteúdo independente, com natureza própria. A isso compreendemos ser o conteúdo contido no objeto concreto que o contém. O "conteúdo abstrato" é considerado por Husserl como não-independente, porque, para ele, esse ente abstrato se oferece *em* e *com* o conteúdo concreto do qual é abstraído; é mencionado especialmente na intuição e não somente na representação "indireta" meramente simbólica.

O ato abstrativo pelo qual um conteúdo abstrato é distinguido como objeto próprio de uma representação intuitiva é o que Husserl[244] entende como *abstração*.

A forma como Husserl caracteriza o conteúdo abstrato é como compreendemos que concebe o "conteúdo matemático" que vem da elaboração humana. Pelas palavras de Bicudo[245], essa elaboração vem pelo entendimento daquilo que é essencial ao conteúdo, ou seja, daquilo que lhe é estruturalmente característico.

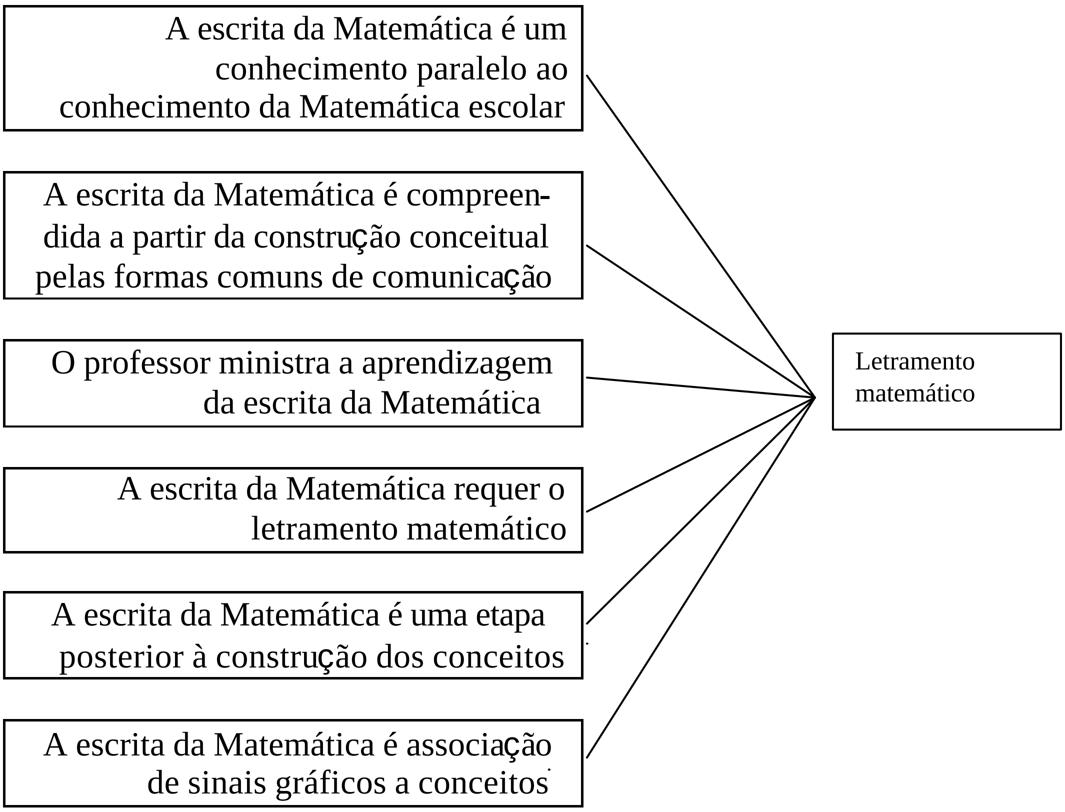
A unidade (4.22) diz que "A escrita, no sentido de simbologia, transforma a (referência) numa coisa universal". Aí compreendemos o caráter "universal" como proveniente daquele "entendimento daquilo que é essencial", expressa por Bicudo, quanto à elaboração do conteúdo matemático. E, no exercício de interpretação da nossa categoria, chegamos aqui a um ponto cujo sentido é também expresso por Bicudo[246], que o conteúdo matemático abstrato não se mantém em um nível de abstração separado das experiências vividas. Tal conteúdo torna-se uma "idealidade" histórica, intersubjetiva, corporificada

[243] Husserl. E. Investigações lógicas (1). Madrid: Alianza Editorial, 1982, p. 378.
[244] Idem, ibidem.
[245] Bicudo (1990), op. cit. p. 51.
[246] Bicudo. M. A. V. A contribuição da fenomenologia à educação. In: Bicudo. M. A. V e Cappellettti, I. F. (orgs). Fenomenologia, uma visão abrangente da Educação. São Paulo:

na linguagem. E a escrita, que traz em si, conforme a autora, uma transformação do modo de ser da estrutura e do significado dos objetos ideais, possibilita a sedimentação dos conceitos matemáticos na linguagem e o caráter de ciência à Matemática, construída e posta na tradição.

Essa presença da escrita na sedimentação de conceitos na linguagem e na tradição preenche de sentido, até aqui, a nossa proposição "A escrita da Matemática e associação de sinais gráficos a conceitos" e a respectiva associação que realizamos com a "Realização da linguagem na Matemática".

2. Letramento matemático



Essa categoria também surge da articulação de seis invariantes, apresentados no quadro acima, que reunimos por estarem evocando uma

---

Olho Dágua, 1999, pp. 11-51 (pp. 41,43).

mesma noção, desta feita aquela concernente à instrução para a atividade do escrever em Matemática. Uma leitura atenta do conjunto de idéias suscitou o nome "*Letramento matemático*" para expressar as idéias articuladas. Essa expressão emana dos dizeres daqueles invariantes que interpretamos retrospectivamente, enfocando as falas dos sujeitos em seus depoimentos, e de leituras nos domínios da escrita.

Letramento é um termo utilizado na lingüística([247])[248] como referência a um conjunto multidimensional de condições associadas ao uso da escrita como sistema simbólico e como tecnologia, tomadas dos contextos específicos para objetivos específicos da prática individual, como diz Kleiman[249], às atividades sociais mais abrangentes, como considera Soares[250], em que os conceitos envolvidos variam de habilidades e conhecimentos individuais a competências funcionais e práticas sociais, contendo ainda valores ideológicos e até metas políticas. Oliveira[251] também distingue *letramento*, e diz fazê-lo no segundo sentido de "alfabetização", o de "ser educado". Considera o autor que ler e escrever constituem o processo com que se dá a alfabetização, enquanto a "compreensão" é atingida com o "*letramento*", compreendendo-o como objetivo da alfabetização.

Nosso apego ao termo deve-se à sua significação como conjunto de elementos condicionantes para o exercício letrado da linguagem, trazida pelos autores, e ao considerado por Kleiman quanto à dimensão dos contextos específicos para objetivos específicos que os significados do *letramento* (escolar) abarcam e que, então, estendemos à *escrita da Matemática*.

---

247 Kleiman, A. B. Modelos de letramento e as práticas de alfabetização na escola. In: Kleiman, A. B. (org). Os significados do letramento. Campinas: Mercado das Letras, 2001, pp. 15-64.
248 Soares, Magda. Letramento - um tema em três gêneros. B.Horizonte: Autêntica, 2002, pp. 65-125.
249 Kleiman, op. cit. p. 19.
250 Soares, op. cit. pp. 80, 81.
251 Oliveira, J. B. A. Construtivismo e alfabetização: um casamento que não deu certo. In: Ensaio - Avaliação e Políticas Públicas em Educação. Vol. 35. Rio de Janeiro: Fundação CESGRANRIO. 2002. pp. 161-200.

Ainda caracterizando o *letramento* na lingüística, Ana Teberosky[252] explicita que, além de reconhecer e reproduzir a escrita, a prática efetiva da linguagem por meio da escrita requer do sujeito saber que essa prática é um conhecimento técnico, ligado a uma prática dirigida pelo ensino formal institucionalizado, que implica operações diferentes do mero reconhecimento ou reprodução memorizada de um texto. Ampliando essa caracterização, Stephan Sting[253] explicita que a praxis escritural subjetiva não é considerada como escrita pela lingüística, porque "não é senão produção de diferenças e mal-entendidos". Esse autor salienta que cabe às instituições, como escolas e academias, "aportarem obrigações dentro da massa do escrito", zelando pela "harmonização" dos saberes dentro das diferentes comunidades de conhecimentos. Diz Sting que a "educação escritural" é dependente da "modernidade" nos diferentes círculos científicos e literários. Na Matemática, nos domínios já estabelecidos, a produção notacional, como percebemos, é também orientada pelos códigos ali vigentes. Para esse efeito, David Pimm[254] descreve o conjunto de sinais: os *logogramas*, os *pictogramas*, os *sinais de pontuação* e os *sinais alfabéticos*, incluindo as letras do alfabeto grego, tais como já citamos na seção 1.4 deste capítulo. Já há, portanto, um conjunto de regras notacionais, às vezes implícitas, e um conjunto de recursos gráficos a serem dominados pelo sujeito vindo às atividades da "literacia"[255] matemática.

Os próprios "*estilos matemáticos*" descritos na História da Matemática[256], que são diferentes formas de conduzir o pensamento e que refletem nas produções notacionais, mostrando as características próprias do autor que escreve e as características do tema desenvolvido, constituem um aspecto que compreendemos ser observável no *letramento matemático*. Para

---

252 Teberosky (2000), p. 63.

253 Sting, S. Escritura y Educación - una interación no determinista en el horizonte de la cultura conteporánea de la escritura. In: EDUCACÓN, vol 59, Tubingem/Alemania, 1999, pp. 55-66.

254 Pimm, op. cit. pp. 230-236.

255 Dambrósio, U. Etnomatemática. B. Horizonte: Autêntica, 2002, referindo-se às práticas culturais do ler e escrever. Soares, op. cit. p. 44, refere-se a um emprego do termo em Portugal como "a utilização social da competencia alfabética".

ilustrar essa compreensão, destacamos o chamado "*estilo axiomático*"[257], que é a designação do pensamento geométrico, também identificado no século XIX, como fundamentação da Matemática dedutiva. Ali o grafismo utilizado na exposição do pensamento é constituído essencialmente por meio de *sinais signicos letrados*, na prática chamada *escrita*, diferentemente do "*estilo geométrico*" euclidiano, distinguido pelo emprego de sinais figurais geométricos, em que o próprio "número" ainda é compreendido num segmento ou em pontos numa figura. Entre esses dois *estilos*, classificam-se outros, como o "*estilo algébrico-cartesiano*", tipicamente notacional, que mostra Descartes[258] buscando seu modo de raciocinar e dando o primeiro passo para a Álgebra Moderna. Segundo Lorenzo[259], Descartes indica, na sua obra "*Reglas*", normas que ainda utilizamos para *escrever* as chamadas equações algébricas.

Nesse domínio geral do *letramento*, em que estamos procurando destacar o *letramento matemático*, o americano J. Kilpatrick[260] publica um artigo relatando o movimento "math wars", que transcorre em seu país, em meio do qual há uma abrangente pesquisa em andamento, que pretende trazer compreensão ao que o autor chama "*Mathematical literacy*". A pesquisa visa, entre outros intuitos, a sintetizar a literatura à disposição para o ensino da Matemática nos primeiros níveis do ensino, para produzir, como diz o autor, um amplo conhecimento sobre a *Matemathical literacy* para o público. Dos resultados já obtidos, é conhecido que a comunidade de matemáticos e professores é dividida quanto à opção por reformas, e muitos dão toda ênfase apenas às definições, regras e provas.

Mathematical literacy, *numeracy*, *mastery of mathematics* e *mathematical competence* são termos considerados na investigação, cada qual

---

256 Cf. Lorenzo, op. cit. pp. 48-195.
257 Lorenzo, op. cit. pp. 49-51.
258 Ibidem, p. 81.
259 Ibidem, pp. 85, 86.
260 Kilpatrick, Jeremy. Understanding Mathematical Literacy: the contribution of research. In: Educational Etudies in Mathematics, vol. 47. Dordrecht/Boston/London, Kluwer Academic Publishers, 2002, pp. 101-116.

referindo-se à medida de um aspecto na consecução do ensino da Matemática. A noção de unidade, sobre todos os aspectos que busca a pesquisa, insurgiu na investigação com o nome "*mathematical proficiency*" (proficiência em Matemática), ao que a National Academy of Cience busca explicitar por meio de cinco características[261]: 1. compreensão conceitual, que se refere à compreenssão dos estudantes de conceitos matemáticos, de operações e de relações; 2. fluência procedural ou habilidade para alcançar soluções para procedimentos matemáticos flexíveis, corretamente, eficientemente e apropriadamente; 3. competência estratégica para realizar formulações, para representar e para resolver problemas; 4. raciocínio adaptativo, capacidade para o pensamento lógico e para a reflexão sobre a lógica, para a explanação e justificação de argumentos matemáticos; 5. disposição produtiva, incluindo inclinação habitual para ver ou perceber a Matemática como uma sensibilidade e como assunto proveitoso para ser ensinado, articulado com convicção, em trabalho atento com eficiência própria, como é a eficácia da própria Matemática.

Uma sexta característica para a *proficiência matemática* nos ocorre a partir da leitura de S. Sting, no que concerne à subsunção da escrita individual àquela da praxis socialmente aceita, ou seja, que o sujeito se expresse com competência perante a comunidade a que pertence.

Ainda no campo da Educação Matemática, Danyluk refere-se à "*alfabetização matemática*" como "atos de aprender a ler e escrever a linguagem matemática usada nas primeiras séries da escolarização". Ser alfabetizado em Matemática, segundo a autora, "é entender o que se lê e escrever o que se entende a respeito das primeiras noções de aritméticas, de geometria e de lógica". Mas, nesses termos, *alfabetização matemática* seria mais um exemplo de "*alfabetização funcional*", no conjunto de tantas outras mencionadas por Oliveira, como são a *alfabetização informática*, *musical*, *alfabetização numérica* (numeracy), etc, que o autor critica. Diz Oliveira que

[261] Kilpatrick, op. cit. p. 107.

o uso desses adjetivos mais confunde o sentido e objetivo da alfabetização, o de saber ler e escrever com vistas ao efetivo *letramento*, do que contribui para iluminar a discussão.

Integrando as noções de *alfabetização* e *letramento* que construímos com o que expõem Kleiman (2001), Soares (2002), Oliveira (2002), Teberosky (2000), Danyluk (1998), Sting (1999), Lorenzo (1989) e Kilpatrick (2001), podemos explicitar nosso entendimento para "*Letramento matemático*" como expressão da categoria que estamos a interpretar, como: um processo do sujeito que chega ao estudo da Matemática, visando aos conhecimentos e habilidades acerca dos sistemas notacionais da sua língua natural e da Matemática, aos conhecimentos conceituais e das operações, a adaptar-se ao raciocínio lógico-abstrativo e dedutivo, com o auxílio e por meio das práticas notacionais, como de perceber a Matemática na escrita convencionada com notabilidade para ser estudada, compreendida e construída com a aptidão desenvolvida para a sua leitura e para a sua escrita.

2.1 A escrita da Matemática é um conhecimento paralelo ao conhecimento da Matemática escolar

O primeiro conjunto ideográfico, e invariante com que iniciamos a interpretação dessa categoria, unifica uma idéia de que a escrita da Matemática é um conhecimento que avança à medida que o sujeito também avança com o próprio conhecimento matemático. Mas queremos frisar que não queremos contestar qualquer compreensão de que o conhecimento da escrita da Matemática e o conhecimento da Matemática sejam simultâneos e indissociáveis. Certo é que as experiências dos nossos sujeitos expressas nas suas falas revelaram à nossa compreensão as duas entidades no fazer pedagógico, a Matemática e a escrita da Matemática, como domínios paralelos, que podemos perceber em algumas unidades que destacamos no terceiro grupo de convergências: (1.23) "*Pelo tipo de Ciência que a gente faz e pelo tipo de lógica que tomamos subjacentemente, a escrita, assim como a fala, é altamente organizadora das idéias*". Nessa unidade, o depoente revela compreender na escrita da Matemática "a função organizadora das idéias", o que nos remete ao exposto por Lorenzo[262] sobre que, na escrita que se dá o *estilo algébrico-cartesiano*, Descartes produz a expressão do seu modo de raciocinar. Nossa compreensão dessa função da escrita é que, por meio dela, tornamos "o pensar" em "método", e que nesse exato aspecto podemos dizer que "a Matemática é um método", pois que temos o "organizar das idéias" na mesma compreensão que temos do que seja o "pensamento lógico". Segundo Irving M. Copi[263], "o estudo da lógica é o estudo dos métodos e princípios que distinguem o raciocínio correto do incorreto", o que está, em nossa compreensão, consoante com a "organização das idéias" pronunciada pelo depoente, já que é para essa distinção entre o correto do incorreto que entendemos ser necessária a "ordem" das idéias. Ou, ainda, como diz em W. Kneale & M. Kneale[264], nas primeiras linhas de sua obra, que "a lógica trata dos princípios da inferência válida, por argumentos válidos, (...) e também uma reflexão sobre os princípios da validade", inferência tal que entendemos vir da mesma organização de idéias a que refere o depoente; (2.55) "Há temas em Matemática em que, como o assunto se apresenta na sua forma escrita, não fornece meios para obtenção do significado". O que revela o depoente nos induz a pensar que há para essa prática um domínio de conhecimento a ser buscado por quem vivencia a aprendizagem matemática, o domínio notacional, em que Taberosky[265] inclui o alfabeto e o sistema de numeração, e que vem a ser parte essencial no processo de letramento, que jamais cessa na Matemática; (4.4) "Há conceitos que necessitam de uma escrita bem elaborada para poderem ser abordados". Nessa unidade, o sujeito revela a compreensão de que há o domínio dos conceitos matemáticos, que podem ser tangidos por algum meio, que há conceitos que apresentam maior dificuldade de abordagem e, já tendo a escrita como meio de abordagem, desta feita é

[262] Lorenzo, op. cit. p. 81.
[263] Copi, I. M. Introdução à lógica. São Paulo: Mestre Jou, 1878, p. 19.
[264] Kneale, W & Kneale, M. "O Desenvolvimento da Lógica". Lisboa (Portugal): F. Calouste Gulbenkian, 3ª edição, sendo a 1ª de 1962, p. 3.
[265] Teberosky (1996), op. cit. p. 9.

necessário uma escrita bem elaborada. Isso nos diz de um conhecimento sobre a produção escrita para a Matemática, que progride à medida das necessidades conceituais; (4.12) "Para resolver uma equação, temos uma escrita própria para ela". Essa unidade fala de algo que pertence a um núcleo de atividades na Matemática, o de resolução de equações, em que a manipulação de sinais e o controle sintático das expressões são determinantes na correção dos resultados. A ciência lingüística associa essa prática ao "conhecimento notacional", o qual, segundo Teberosky[266], é o conhecimento gerado ao se fazer ou interpretar notações; (4.17) "Se o profesor não se preocupar com a correção da escrita, então vai ensinar tudo errado, o aluno não saberá o procedimento correto". É uma unidade que atribui ao professor, o sujeito que participa na coordenação das atividades didáticas, cuidados no tratamento dos aspectos sintáticos. Compreendemos que o depoente, tal como a Lingüística, vê a escrita notacional da Matemática como um conhecimento, e que apresenta as especificidades de cada procedimento matemático; (6.15) "A forma do conhecimento universal (da Matemática) é fixado pela escrita". Também compreendemos nessa unidade uma distinção de campos, notacional e conceitual, na expressão do sujeito, no sentido de serem domínios de conhecimentos específicos e conjugados, segundo nossa interpretação da unidade (4.17) que apresentamos anteriormente.

Em prol do letramento e não apenas da alfabetização, no seu sentido inicial de reconhecer e produzir, Teberosky[267] (2000) obtém, de suas pesquisas na América Latina, conclusões que afetam a todos que vivenciam o ensino formal ao conhecimento letrado. Primeiro, que o conhecimento da escrita tem origem extra curricular. Depois, que esse conhecimento evolui com a idade, mas sem que ainda haja uma relação estudada em torno desse evolução. Em outra obra, a autora[268] mostra pontos de conhecimentos pertinentes ao letramento. Ela chama de *notação* às formas gráficas usadas para registrar e

---

266 Teberosky, A. Além da alfabetização. In: Teberosky, A. e Tolchinsky, L. Além da alfabetização, São Paulo: Ática, 1996, pp. 7-18 (p. 9).
267 Teberosky (2000), op. cit. pp. 65, 66.

transmitir informação. Notação musical, notação química, etc. *Notacional* é a denominação do conhecimento sobre as notações de qualquer domínio letrado. Os sistemas notacionais mais utilizados na nossa cultura, segundo Teberosky[269], são a escrita alfabética e o sistema de numeração. Afirma também que todos os sistemas de escritas que existiram e que existem, alfabéticas ou não, são todos chamados de *sistemas de notação*.

Teberosky ressalta o aspecto instrumental das notações que servem para registrar, calcular, etc., e a possibilidade da separação entre produto e respectivo produtor, o que conduz a uma "objetivação" da marca em si, possibilidade essa que gera o "domínio notacional" como domínio de conhecimento. O conhecimento notacional, segundo a lingüística, consiste na capacidade de reconhecer, interpretar e produzir distintas formas notacionais. E o que os textos escritos da literatura matemática nos revela é que na Matemática jamais cessa de aparecer novas formas notacionais, enquanto na língua materna, fora de qualquer necessidade específica, não há nada mais que o alfabeto romano e os demais sinais utilizados no funcionamento da língua escrita.

2.2 A escrita da Matemática é compreendida a partir da construção conceitual por meio das formas comuns de comunicação

A necessidade de fixação dos conceitos e de toda a significação dos conteúdos, prática comum na escrita, não é diretamente questionada pelos nossos sujeitos, mas seus dizeres levantam a dificuldade que há na vivência da aprendizagem matemática no que concerne à escrita específica da disciplina. Obtivemos um conjunto de unidades de significados que ressaltam essa dificuldade, que nomeamos com a asserção: "*A escrita da Matemática é compreendida a partir da construção conceitual pelas formas comuns de comunicação*". Na relação que percebemos entre esse invariante e o tema "Letramento matemático", o sentido da forma "compreendida" é o de ser

[268] Teberosky (1996), op. cit. pp. 8, 9.
[269] Idem, Ibidem.

"decodificada", "lida", como também poder ser "produzida" com conhecimento, o que procuramos explicitar evocando algumas unidades: (1.11) "*Para o sujeito aprender, ele tem que falar*". É uma unidade que extraímos do centro de uma referência ao trabalho oral do professor na sua função didática, quando cobra também a fala do aluno na tentativa de conduzi-lo no processo da aprendizagem. Além da construção conceitual do conteúdo, a fala do aluno estará desdobrando a codificação notacional; (2.5) "*Antes de apresentar a escrita formal (ao aluno), o professor precisa ter um diálogo com o aluno sobre o que está ensinando*". Consoantemente à unidade anterior, este sujeito refere-se ao "diálogo com o aluno", visando à compreensão do conteúdo que está sendo ensinado e também da forma escrita apresentada; (2.6) "*Apenas a escrita formalizada, ela não atinge o aluno*". Nesta unidade, compreendemos o dizer do depoente sobre a necessidade do emprego ordinário da língua, e de quaisquer outras experiências, para tornar as notações matemáticas afetivas ao aluno; (2.20) "*Temos que ter uma comunicação com o aluno a partir da forma dele se expressar, dele escrever, para conhecer onde ele se encontra*". O depoente fala do significado da escrita da Matemática na sua experiência pedagógica, e interpretamos esta fala como estar dizendo que o professor necessita conhecer o estágio do aluno no conhecimento notacional, para daí conduzi-lo à compreensão de conteúdos e novas formas notacionais na seqüência do currículo escolar; (3.43) "*A escrita da Matemática, é um pouco longe da vida comum dos alunos. Parecem entender depois que usamos palavras comuns*". Este sujeito também evoca a ação da língua ordinária para "dar nomes e verbos" ao conteúdo codificado da Matemática, para daí se compreender a codificação; (6.5) "*Para chegar ao ponto de escrever em Matemática, há um longo caminho de construção de conceitos, de um campo conceitual*". Compreendemos a fala deste sexto depoente dizendo que a notação específica da Matemática não é imediatamente compreendida pelo sujeito da aprendizagem; que "o escrever", com conhecimento, se torna possível após a obtenção de outros conhecimentos, de conteúdos e do sistema notacional utilizado.

Esses conhecimentos notacionais a que estamos nos referindo, incluindo o alfabeto com os demais sinais empregados para o funcionamento da língua escrita, e quaisquer instruções para "o escrever" e o "ler" em Matemática, pertencem ao que estamos chamando de "*Letramento matemático*", que pensamos como a atividade de *circunscrição* da entidade Matemática nas *elaborações gráficas*.

No sentido que nos ocorre e que procuramos expressar no parágrafo acima, entendemos que, na sua função, o *letramento matemático* é o nosso trabalho de dar forma e fixação ao discurso matemático, que tomamos, nos dizeres de Bicudo (in Bernardo)[270], como a articulação da inteligibilidade na manifestação da linguagem. Distinguimos aí a linguagem que realizamos na Matemática, por meio da escrita, dentro da compreensão do dito por Ricoeur[271], que a escrita é a plena manifestação do discurso.

Hoje, compreendemos que o discurso que contém a noção de igualdade expressa pelo seu ideograma é, por essa parte, plenamente inteligível. Porém, a noção de igualdade, que na Matemática vem parecer uma relação simples e clara, já foi mais abstrata. O ideograma da "*igualdade*", segundo Ifrah[272], só passou a ser utilizado como sendo as duas barrinhas idênticas, ou os dois segmentos de mesma medida, ao estilo da Aritmética Grega, que usa a notação de números por segmentos de reta, a partir de meados do século XVI, para representar o que se propõe a representar, a igualdade.

Só a invenção e uso do sinal "=" já veio contribuir para uma melhor inteligibilidade da manifestação da linguagem em muitas situações por toda a Matemática. Antes da escrita desse sinal, a noção de igualdade não era tão clara, mesmo em problemas que hoje são simples, como na clássica 35ª

---

[270] Bernardo, M. V. C. (org). Formação do professor: atualizando o debate. São Paulo: Educ, 1989.

[271] Ricoeur, P. Teoria das interpretações. Rio de Janeiro: Edições 70, 1987, p. 37.

proposição do livro I dos *Elementos*. A sentença que traz o problema, como está na versão de Thomas L. Heath[273], afirma que "*paralelogramos que têm mesma base, e estão compreendidos entre as mesmas paralelas, são iguais entre si*".

Euclides efetua a demonstração da proposição por meio de relações de congruências sobre um esquema propositadamente diverso, em que os dois paralelogramos figurados não são suscetíveis de se sobreporem, ou seja, não são figuras congruentes. Portanto, a igualdade em questão é insuspeita e só pode ser conhecida por um processo dedutivo, cujo discurso expresso não contava com a forma notacional de hoje.

Segundo Granger[274], é com essa igualdade que Euclides introduz nos *Elementos* a idéia de grandeza de um ser, como entidade suscetível de ser medida, independentemente de sua morfologia. Nessa álgebra geométrica, a igualdade de duas áreas implica uma relação entre comprimentos de segmentos, o que fazia ser uma noção diferente da que temos hoje.

Na escrita moderna, com o sinal "=" separando dois membros que são medidas de áreas já efetuadas em números aritméticos, a proposição euclidiana ganha demonstração em expressão mais particular à expressividade Matemática, com a abstração mais formalizada, mais clara e "palpável".

A demonstração de teorema na Matemática Euclidiana, não só nos *Elementos*, afirma Granger[275], consiste em explorar um objeto formal, sendo que o discurso que expõe esse objeto fecha sobre si mesmo. Posteriormente, a instituição da "linguagem simbólica", mantendo a lógica do pensamento euclidiano, conserva essa propriedade de modo mais profundo, sintetizando a demonstração, ou outra atividade calculadora, em um conjunto bem definido de signos. Trata-se de uma mudança entre *estilos*, que Gómez-Granel chama de "formalização da linguagem matemática", e entende que esta vem

---

[272] Ifrah, G. Os Números: a história de uma grande invenção. São Paulo: Blobo, 1998, pp. 338,339.
[273] Euclid. The thirteen books of the Elements. Translated with introduction and comentary by Sir Thomas L. Heath. New York: Dover Publications, ing. pp. 326, 327.
[274] Granger, op. cit. pp. 41,42.
[275] Ibidem, p. 36.

possibilitar à Matemática sua função principal, a de converter os conceitos matemáticos em objetos mais facilmente manipuláveis e calculáveis.

Por toda a abordagem do significado da escrita da Matemática que realizamos neste trabalho, somos muito atraídos por essa parte da instituição da "linguagem simbólica", que a rigor já a compreendemos como a "realização escrita da linguagem", por meio da sinalização gráfica, via conhecimento letrado, a partir do próprio alfabeto. Por essa via, no "estilo formal" relatado por Lorenzo[276], a demonstração da proposição euclidiana é feita pelo uso do axioma da regularidade da igualdade em relação à adição e à subtração, mesma noção que Euclides utilizara ao agregar e retirar mesmas figuras a, ou de, duas figuras congruentes. Mas, no estilo formal, com a sinalização notacional da sua praxe, escrevemos que se $a = b$, $a' = b'$ e $a'' = b''$ são medidas de áreas de figuras convergentes; então, $a + a' - a'' = b + b' - b''$, sendo que esses membros são medidas de áreas de figuras possivelmente não congruentes, pois que, na agregação de mesmas figuras a figuras congruentes, essa agregação pode não preservar a congruência.

Assim, procuramos a asserção: "*A escrita da Matemática é compreendida a partir da construção conceitual por meio das formas comuns de comunicação*", que também mostra que é necessário o conhecimento notacional, ou o que chamamos de "Letramento matemático", como a noção abrangente que já buscamos caracterizar.

2.3 O professor ministra a aprendizagem da escrita da Matemática

Distinguimos um conjunto de unidades de significações sustentadas na experiência vivida por nossos sujeitos sobre a escrita da Matemática, que contam com a ação do professor para o empreendimento de busca da aprendizagem do aluno. Não há nada que nos pareça produto de uma relação estímulo-ação. Os depoentes evocam o professor para a apresentação,

[276] Lorenzo, J. Introdución al estlo matemático. Madrid: Tecnos, 1989, p. 184.

para a mediação, para fazer e deixar falar, para realçar a necessidade do registro e fazer a escrita aparecer. Os depoentes se mostram compreensívos do sentido do aprender como aquisição de aptidão, compatível com o sentido de aprendizagem, explicitado por M. A. de Castro Rocha[277], ao descrever o "*Aprender*" como "*aquisição de aptidão*", segundo Merleau-Ponty, que se dá na relação homem-mundo. Não é a aprendizagem como aquisição de uma série de ações frente a estímulos programados, como se faz com animais, mas a aprendizagem que acontece por meio do desenvolvimento daquela aptidão que busca as propriedades estruturais internas do estímulo, pela significação imanente que se completa pela relação simbólica entre estímulo e resposta.

Nessa relação é que viemos a compreender o conhecimento científico considerado por Granger[278] como processo de conceitualização, consistindo, primeiramente, em reduzir o que é experimentado na percepção como individual. A esse processo, o autor[279] chama "*estilo*", a vir se dar na medida em que essa redundância não apareça de modo totalmente aleatório, mas sobre um fundo cultural. Portanto, o *estilo* na ciência, como na Matemática, se apresenta como mais que uma modalidade de expressão. Surge como uma implicação de categorias do pensamento formal puro sobre a atividade da razão gráfica, revelando-se na escrita do sujeito que escreve a obra científica.

Em outra obra, segundo relato de Lorenzo[280], Granger afirma que "a dosagem da língua comum e língua formal" nos domínio da ciência, como nas obras dos cientistas, determina o *estilo* do pensamento científico em certa analogia com os estilos da expressão literária. Na Matemática, Lorenzo vê que o progresso acompanha um constante retrocesso do emprego da língua usual, como é o *estilo formalista* na Matemática.

---

277 Rocha, M. A. C. Aprender: como "Aquisição de Aptidão" segundo Merleau-Ponty. In: Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos. São Paulo: SE&PQ, caderno 2, 1991, pp. 113-121.
278 Granger, op. cit. p. 16.
279 Ibidem, p. 17.
280 Lorenzo, op. cit. p. 36.

Nossa própria experiência didática na Matemática aponta que os iniciados na aprendizagem matemática se apressam para a língua não usual. E nossos sujeitos professores também revelam pensar a Matemática pela língua formal, como interpretamos em algumas das unidades significativas: (2.17) "O professor deve iniciar por coisas que fazem sentido para o aluno". Nessa unidade, interpretamos a fala do sujeito, no contexto da escrita da Matemática, em como e em que se dá a compreensão no que toca à iniciação do aluno na escrita matemática: parte da compreensão conceitual do conteúdo no seu campo de compreensão, ao que associa uma grafia mesmo fora das regras da escrita social, ou, nos dizeres de Luria[281], a escrita puramente externa e imitativa, sem a forma exterior empregada corretamente. O depoente prossegue em outra unidade: (2.29) "O professor deve fazer com que o aluno escreva sobre seu mundo empírico". Compreendemos esse apelo no sentido de o professor conduzir o aluno ao desenvolvimento de conceitos a partir do seu próprio campo (o que está contido na unidade anterior), procurando fazer com que inicialmente o aluno elabore os conceitos na sua língua comum. A partir daí, conforme compreendemos na fala do nosso sujeito, é que o aluno poderá estar buscando a síntese lógica do apreendido na notação sintética da Matemática, no *estilo* vigente na tradição, trazido pelos livros e instruído pelo professor. O sentido de nossa compreensão, por meio dos autores estudados, é que na seqüência de realizações do aluno, as etapas de aprendizagem que ele cumpre consistem de um fluxo de elaborações iniciadas na sua individualidade e que vão sendo adaptadas a um *estilo* vigente. Segundo Granger[282], mesmo uma escrita considerada como transcrição de uma língua, como diremos ser a escrita que o aluno realiza desde as suas primeiras elaborações, é uma *estilização*; (2.34) "A escrita formal seria a escrita dos livros e aquela que o professor apresenta como coisa mais sistematizada". A expressão "*escrita formal*" ou mesmo "*linguagem formal*" é recorrente entre sujeitos e sempre

[281] Luria, A. R. O Desenvolvimento da Escrita na Criança. In: Vygotsky, Luria e Liontiev. Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem, São Paulo: Icone, 1992, p. 150.
[282] Granger, op. cit. p. 14.

expressa não mais que uma noção. Este sujeito tenta caracterizar sua noção a partir do que vê nos livros e em outras situações em que essa escrita aparece. Entendemos que se refere à sinalização notacional que expressa sintaticamente as idéias por via de notações convencionadas ou definidas localmente no texto.

Mas o termo "*formal*" na Matemática nos remete ao chamado "*estilo formal*", que é a repercussão do formalismo como corrente, que de Hilbet[283] para cá insiste num sistema formal, ou numa forma pura de pensamento estruturado como única fonte de fundamentos para a Matemática, baseado em alguns princípios essenciais rígidos, como utilizar apenas *signos* próprios da Matemática, como definir sem ambigüidades as regras de combinações dos *signos* e das regras de formação de fórmulas. O *signo*, aquilo que designa o referente, é o único instrumento a ser utilizado. Abandona-se a linguagem usual e o rigor é total. Os *signos* não são vinculados à semântica de conteúdos referenciais, mesmo que possam ser interpretados em modelos ou em realizações. No *estilo formal*, o aspecto exterior da Matemática é um mero jogo de sinais; (2.39) "O aluno cria a escrita que faz sentido para ele e o professor tem o papel de estar trabalhando com isso". Nessa unidade, compreendemos a fala do sujeito no contexto da escrita da Matemática, dando sua compreensão no que toca à iniciação do aluno na escrita matemática: parte da compreensão conceitual do conteúdo no seu campo de compreensão, ao que associa uma grafia às vezes sem as regras da escrita social. Então, o aluno deve desenvolver os conceitos partindo do seu próprio campo (como no entendimento da unidade anterior) e elaborá-los na língua comum, para daí buscar a síntese lógica na notação sintética da Matemática que lhe é apresentada pelo professor.

O que diz esse depoente acentua a noção sobre a existência de diferentes *estilos* na Matemática, porque afirma que "o aluno cria a escrita que faz sentido para ele", e a isto compreendemos como a produção gráfica para

[283] Lorenzo, op. cit. pp. 185, 186, 187.

representar uma idéia, não possuindo um modelo vinculado à idéia. Então, as formas gráficas convencionadas necessitam ser ensinadas visto que não "brotam" juntamente com aquilo que representam. Em termos da estrutura lingüística, diremos que os referentes, aquilo que os signos designam, podem ser referidos por diferentes formas de referências. Segundo Lorenzo[284], a variedade de *estilos* corresponde à variedade de características próprias dos temas desenvolvidos, e, em particular, às do autor que escreve: (7.12) "*Na quinta série é mais concreto, então há menos escrita. Na sexta e na sétima, já há um certo equilíbrio entre a Matemática e a linguagem. Da oitava em diante, a gente já passa mais assim uns setenta, oitenta por cento a linguagem*". Esse depoente faz uma progressão sistemática da Matemática no ensino infantil, obtida no mundo concreto da criança, com conceitos retóricos, passando para o que ele chama de linguagem, referindo-se aos conceitos "formais" expressos por notações em sinais não alfabéticos, até se concentrar no "*formalismo*", expresso pelos sinais artificiais que necessitam do *letramento* conduzido pelo professor.

2.4 A escrita da Matemática requer o letramento matemático

Já buscamos caracterizar o que compreendemos na expressão "*Letramento matemático*", que estamos utilizando neste trabalho, o que, em poucas palavras resumimos aqui, que consiste em o sujeito obter um conjunto de aptidões que o venham beneficiar na sua prática escrita da Matemática.

Afeto à nossa interrogação, há um fundo de debates sobre a natureza existencial, ou ontológica, da entidade Matemática, que não é tema de nossa presente investigação. Mas queremos mencionar o pensamento de Edmund Husserl trazido por Bicudo[285], que expressa a Geometria entendida como uma "região de significados", e que aí inclui todas as disciplinas que existem

---

[284] Ibidem, p. 49.
[285] Bicudo, M. A. V. Sobre a "Origem da Geometria". In: Sociedade de Estudos e Pesquisa Qialitativos, caderno 1. São Paulo: SE&PQ, 1990, pp. 49-72 (pp. 50,51).

matematicamente na forma pura do espaço-tempo, que é a forma ideal oriunda da elaboração humana por abstração do espaço-tempo concreto. Outra questão contígua a essa concerne a "o que é o conhecimento matemático", na qual procuramos construir uma posição nesse mesmo campo de compreensão, buscando aproximação ao "ser" da escrita da Matemática, visto os significados pronunciados por nossos sujeitos darem sentido a ambas as entidades.

Na postura fenomenológica, devemos efetuar análises eidéticas para compreender não a essência pura dos atos de pensamento, mas a essência vivida, não infalível[286]. Nessa postura, assumimos que toda consciência é intencional, ou seja, toda consciência está voltada para o objeto visado por ela, como diria o próprio Husserl, e que viemos compreender em Bicudo[287], ao explicitar que a intencionalidade, antecedida pelo seu *pro-jeto*[288], é a essência da consciência. Nessa postura, segundo J. -P. Sartre[289], *conhecer* é "*manifestar-se para*", o que viemos a compreender como manifestar-se para o objeto intencional visado no *pro-jeto* humano, assim expresso por Bicudo[290], e que compreendemos como o algo originário da intenção.

Nos dizeres de Vergani[291], há algo que compreendemos ser uma forma de "manifestar-se para", quando interpretamos que *conhecimento matemático*, como algo já operante, é um *construtucto* de *linguagem*, ou seja, o que em nós se manifesta é a *Matemática* como um *constructo* de *linguagem*[292]. O pensamento abstrato nos vem, segundo Vergani, por ser mais qualitativo que quantitativo e, por meio da linguagem nas formas que a

[286] Gaté, op. cit. p. 161.
[287] Bicudo (1999), op. cit. p. 18.
[288] Ibidem, p. 11.
[289] Sartre, J. -P. "Une idée fundamentale de la phenoménologie de Husserl: L'intencionalité". In: Situations I, Paris: Gallimard, 1947, pp. 31-35, citado por Gaté, op. cit. pp. 161, 162, 163.
[290] Bicudo (1999), op. cit. p. 11.
[291] Vergani, op. cit. p. 13.
[292] Segundo Piaget (no prefácio da obra "Equilibração das estruturas cognitivas", Rio de Janeiro: Zahar, 1976), fundado na sua teoria da epistemologia genética, "O conhecimento não procede nem da experiência única dos objetos nem de uma programação inata pré-formada no sujeito, mas de construções sucessivas com elaborações constantes de estruturas novas". Compreendemos que a noção de construção do conhecimento por meio da linguagem, exposto por Vergani, não contradiz e apenas completa o expomos de Piaget.

realizamos, como fazemos na *escrita*, integramos noções cada vez mais abstratas ao nosso pensar, como o número, a forma e suas múltiplas relações.

Nessa compreensão de conhecimento matemático, o problema da *escrita* na disciplina se destaca. Para o iniciante na ciência, como percebemos na nossa experiência vivida e nos significados expressos por nossos sujeitos, a escrita da Matemática é um problema presente e não comumente abordado por professores de Matemática, apesar de se revelar importante.

Nós, humanos, somos seres simbólicos, como já o mencionamos no início do capítulo, nas considerações sobre o pensamento simbólico, ao referirmo-nos a Cassirer. Temos a possibilidade de criar e de nos expressarmos por sinais em variadas formas[293]. Por meio da língua, transformamos esses sinais externos, como são qualquer forma de escrita, em símbolos internos, e desse modo construímos a Matemática na parte que concerne às produções notacionais. A necessidade de melhor conhecer meios para a realização gramatical e sintática da língua, para efeito da construção matemática a que estamos nos referindo, ou meios para manifestarmos para a Matemática, é que desperta o tema "*Letramento matemático*".

Uma síntese local que entendemos ser oportuno expressar é a compreensão da Matemática como uma região de significados no espaço-tempo puro, acompanhando o pensar de E. Husserl; a obtenção do conhecimento matemático como uma integração de significados abstratos na linguagem, conforme dizeres de T.Vergani, e a aprendizagem matemática como o desenvolvimento de aptidões para integrar significados da Matemática na linguagem, segundo a noção de aprendizagem, trazida por Castro Rocha, do pensamento de Merleau-Ponty.

Assim, podemos destacar a *prática de ensinar Matemática* e o *processo de aprendizagem matemática* como esforços sobre a integração de significados da Matemática na linguagem. Para esse fim, realizamos a

[293] Castro Rocha, M. A. Aprender: Como "Aquisição de Aptidão" Segundo Merleau-Ponty. In: Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos (SE&PQ), caderno 2. São Paulo, 1991, pp. 113-120.

linguagem por meio da *escrita* e, então, voltamos a mencionar o "*Letramento matemático*", desta feita em termos de *aquisição de aptidões para o uso de sistemas notacionais escritos para a prática da integração de significados da Matemática na linguagem.*

Na parte da investigação com nossos sujeitos da pesquisa, distinguimos um extenso conjunto de unidades de significados na oitava convergência, que suscitam o *letramento matemático* e que podemos articular com as considerações conceituais que acabamos de sintetizar. Recordamos aqui algumas das unidades: (1.9) "De certa forma, o aluno passa por dois passos: entender uma certa escrita, uma certa linguagem matemática, e fazer uso dessa escrita no sentido de produzir também". Essa unidade fala da escrita que antes necessita ser aprendida para depois ser utilizada. Sabemos que o aprendizado da escrita não tem que se dar cada vez que é necessária sua utilização. Compreendemos assim, que " aprender" a escrita é o desenvolvimento de uma aptidão. O sujeito letrado pode realizar uma representação escrita para qualquer regra, conceito, etc. que lhe sejam claros no entendimento. O termo "aptidão", que está no léxico comum como habilidade ou capacidade resultante de conhecimentos adquiridos, entendemos estar adequadamente utilizado; (2.52) "Falta o ensino que trabalhe com a escrita contextualizada". Esta fala, como podemos observar lá no depoimento integral, é contornada por dizeres sobre as falhas na formação para o uso da língua. Sabemos que a escrita da Matemática, como qualquer objeto do nosso mundo-vida, é descrita por meio da nossa língua comum, e o depoente está reconhecendo que as falhas de aprendizagem para o uso da língua comprometem a realização da linguagem na Matemática por meio da escrita. Compreendemos que o depoente se mostra preocupado com desenvolvimentos insuficientes de aptidões para o exercício da língua escrita, o que vem em prejuízo ao *letramento matemático*; (3.9) "A interpretação de um texto matemático é muito complicado para o aluno. No processo de aprendizagem, a escrita da Matemática é mais complicada que outra escrita qualquer". É evidente que a escrita produzida no texto de Matemática, esta de que o depoente fala, não está lá cumprindo o mesmo papel da escrita fonética. Portanto, é compreensível que a complicação do texto matemático, a que se refere o depoente, se deva principalmente porque a escrita da Matemática não está lá para cumprir nenhuma das funções comuns da escrita fonética, as quais o aluno experimenta sem maiores transtornos. Os lingüistas declaram para a escrita fonética as funções[294]: mnemônica, comunicação, distanciamento, regulação e controle social do comportamento, estética. Não apontam funções relativas à Matemática, até porque em muitas situações essa escrita não é fonética, são notações ideográficas com funções calculatórias, funções nas construções algébricas, etc. Se o aluno encontra no livro a notação $\Sigma(n \in \mathrm{N})$, ele pode perceber que não se trata de uma palavra no seu sistema de escrita porque tem letra que não é do seu alfabeto. Entendemos que a leitura desse ideograma é efetuada segundo o denominado "método global", que os lingüistas[295] explicitam como sendo o mecanismo de leitura "ideovisual" e não "grafo-fonêmico", em que a atribuição do sentido é feita a partir da percepção global das palavras. Compreendemos que as instruções educativas destinadas ao aluno envolvido na utilização dessas formas na "língua matemática" devam incluir o domínio do *letramento* abrangendo os sistemas de escritas e os métodos de leituras; (4.14) "A escrita, como vemos, é muito mais ampla que o próprio ato de escrever. O ato de escrever faz parte da escrita". O depoente se refere à escrita da Matemática e, como julgamos, comunga sua preocupação com aquela unidade a que acabamos de nos referir, ao tomar a escrita da Matemática, em nossas palavras, como intelectualmente mais exigente que a escrita alfabética. Compreendemos que o depoente pronuncia "o ato de escrever" como o trabalho motor de produzir a grafia, sem maiores exigências para o sujeito que já possui esta aptidão desenvolvida, porém a escrita é "mais ampla" do que esse ato de escrever porque a atividade inclui a associação do

[294] Teberosky (2000), op. cit. pp. 56, 57.
[295] Gaté, op. cit. pp. 128, 129, 130.

grafema a algum significado, enquanto as palavras, escritas no sistema fonético, já se apresentam, em geral, trazendo seus significados.

Nossa compreensão é de que a parte da escrita da Matemática que corresponde a atividades como manipulação de sinais para produzir um cálculo ou para escrever expressões sincopadas da álgebra é que requer um "projeto"[296] intencional distinto do sujeito escritor ou leitor relativo à escrita fonética. Se assumirmos que "ler é adaptar sua busca a seu *projeto*", perante a escrita da Matemática o *projeto* do sujeito não poderá visar a mesma intenção de quando o faz para a escrita fonética, já pela finalidade. Compreender um cálculo abstrato ou uma estrutura algébrica foge das relações físicas do leitor com seu mundo.

Queremos ilustrar a diferença intencional da escrita puramente fonética para a escrita da Matemática por meio do vigésimo sexto problema do papiro de Ahmes, trazido por Gheverghese Joseph[297], que foi um problema aritmético dos egípcios da antigüidade: *A soma de uma quantidade com sua quarta parte é 15. Determinar a quantidade.*

O método moderno da álgebra simbólica para resolver esse problema dá-se por meio de um texto escrito, que consiste em encontrar o valor de x, a quantidade incógnita, a partir da equação $x + (1/4)x = 15$, cuja resolução passa por um desenvolvimento sintático que opera com a distributividade da multiplicação sobre a adição no conjunto dos números racionais, produzindo o resultado $x = 12$. A escrita que realizamos nessa solução não cruza com nenhuma das funções propostas à escrita pelos lingüistas. Diremos que aqui temos a *função calculatória*. Mas antes desse procedimento algébrico ser experimentado, a solução do problema já havia sido encontrada pelos egípcios. O escriba teria raciocinado do seguinte modo: se a resposta pudesse ser *4*, então teríamos $4 + 4/4 = 15$. Mas isto é falso porque $4 + 4/4 = 5$. Porém, há uma quantidade, *3*, que multiplicada por *5* produz *15*. Então, *(4*

[296] Ibidem, p. 159. Temos por "*projeto*" em Gaté - uma forma prévia de intencionalidade ou lançar-se a ela -como a mesma compreensão que já manifestamos ter por "*pro-jeto*" em Bicudo (1999), p.11.
[297] Gheverghese Joseph, G. La Cresta Del Pavo Real - las matemáticas y sus raíces no europeas. Madrid: Edições Pirámides, S. A, 1996. pp. 118-122.

+ 4/4)3 = 5x3, de onde, por meio de uma álgebra retórica produzida oralmente, como diz Gheverghese Joseph[298], deduziu-se e daí registrou-se a idéia de *12 + 12/4 = 15*, aparecendo a quantidade procurada *12*. Assim sendo, compreendemos aqui um significado, que mostra que, tal qual a escrita fonética, aquela escrita algébrica veio a ser produzida para já representar uma prática da retórica oral.

Segundo nossa referência[299], desde os primeiros estágios do desenvolvimento da Matemática, algumas regras já eram conhecidas, mas utilizadas oralmente. Essas regras passaram a ser escritas, antes no sistema fonético e depois no sistema da Matemática com as vantagens que experimentamos. Na expressão *x + (1/4)x = 15*, que Martha Burton[300] chama de "frase simbólica", sinais como "*x*" e "=" são depositários de idéias nocionais que demandaram extensas retóricas para serem explicitadas e operadas. As frases simbólicas, porém, compreendemos que demandam ser produzidas pelo aprendiz num contexto de escritas, de leituras e de significação, pertinente ao que chamamos *letramento matemático*.

2.5 A escrita da Matemática é uma etapa posterior à construção dos conceitos

A ordem expressa por nossos depoentes, ante a escrita e a construção conceitual na Matemática, mesmo que versando sobre aspectos pedagógicos, é a que também encontramos em episódios fundamentais da história do conhecimento. Um deles foi o esforço entre as designações dos números e seus sinais gráficos. Apenas a questão do zero já é de cortar a respiração. Os compêndios trazem que só na Idade Média "o mais fundamental dos conceitos da Matemática abstrata", assim dito por Vergani,

[298] Gheverghese Joseph, op. cit. p. 121.
[299] Ibidem, p. 119.
[300] Burton (1992), op. cit. pp. 57-62.

veio ganhar seu sinal gráfico definitivo no Ocidente e a prestar toda a sua influência no pensamento matemático.

Na lingüística, Teberosky[301] define a escrita como "marcas gráficas produzidas no lugar de algo". Na escrita alfabética, temos inscrições no lugar de unidades mínimas de segmentação da língua, que são sílabas ou fonemas. Na escrita ideográfica, onde está parte da escrita da Matemática, temos inscrições no lugar de idéias. A escrita ideográfica do zero, pelo sinal "0", é a produção de uma marca gráfica que estará no texto em lugar de alguma das idéias associadas a esse número, dependentemente do contexto. No sentido em que a lingüística formula sua definição, "o escrever" não é "o desenhar" do sinal gráfico; é feito com o significado.

Há unidades de significados nos depoimentos de nossos sujeitos que revelam essa compreensão: (4.14) "A escrita, como vemos, é muito mais ampla que o próprio ato de escrever. O ato de escrever faz parte da escrita". Já analisamos essa unidade em outra convergência, mas aqui a interpretamos como a escrita seqüente da significação do que virá à escrita. Ou seja, um sentido que nos ocorre nessa fala é que não escrevemos *o que não está* em nossa compreensão. Antes do ato do escrever, há, portanto, dois conhecimentos distintos a estar presentes: o conhecimento conceitual do que virá a ser escrito e o conhecimento denominado *letramento*; (6.5) "Para atingir o escrever em Matemática, há um longo caminho de construção de conceitos". O depoente chegou a esta unidade partindo de outra, que "o aluno é avaliado por aquilo que ele apresenta na escrita", e nessas falas compreendemos a pressuposição de que o sujeito expressa pela escrita o conhecimento já construído, que está no seu sistema interno como aptidão.

Outra compreensão lingüística que também julgamos aplicar-se à Matemática é a de Gaté[302], que entende a leitura como inferência de sentido a partir da escrita e "o escrever" como doação de sentido "por meio do signo", com referência escrita. Os significados que agrupamos na nona convergência

[301] Teberosky (1996), p. 20.
[302] Gaté, op. cit. p. 43.

têm também, na nossa interpretação, a Matemática escolar como "conhecimento letrado", o que obtemos como a idéia invariante da convergência oitava. Distinguimos os dois grupos pelo caráter de letramento que compreendemos nas construções conceituais e que vem anteceder à própria produção gráfica que temos como o âmago da nona convergência. Ou seja, o que interpretamos como o centro das significações nesse grupo é a noção de "aprendizagem matemática" como um processo que culmina na produção da forma escrita. É explícito nesse grupo que há um trabalho sobre os conceitos e que a escrita compreendida aparece posteriormente: (7.4) "A escrita é uma coisa que a gente tem que ir produzindo para o aluno, não é tão natural como é o conceito"; (7.5) "À medida que os conceitos vão sendo trabalhados, vamos colocando a necessidade do registro e a escrita vai aparecendo". São dois trechos da fala de um mesmo sujeito que revelam sua experiência e compreensão de que há a construção conceitual, por meio que não chega mencionar e, seqüentemente, como numa conclusão a passo, há a instrução para o *letramento* dos conhecimentos estabelecidos.

2.6 A escrita da Matemática é associação de sinais gráficos a conceitos

Pode parecer uma obviedade o dizer com que descrevemos esse décimo terceiro invariante, mas na nossa compreensão sobre a composição dos sistemas notacionais na Matemática, tendo a língua comum sob a ciência lingüística e a notação matemática sob os vários *estilos*, a escrita da Matemática se nos apresenta também como *atividade de letramento*, no sentido de estarmos instalando as entidades nas letras. O letramento de conceitos, de enunciados proposicionais, de regras, etc é o que pensamos estar expressando ao asserirmos que: "*A escrita da Matemática é associação de sinais gráficos a conceitos*". Não no sentido de estar escrevendo nas atividades rotineiras, mas como atividade cognitiva da aprendizagem matemática. Para esse intuito, entendemos o letramento como condição abrangente, comportando nosso invariante, mas evocando variados pontos para discussão pertinente à língua.

A própria língua não tem uma definição consensual entre os lingüistas, a começar pelo próprio *signo*, que é noção básica para diferentes autores. Para F. de Saussure[303], *a língua* é um *sistema de signos*, no sentido que é por meio dela que se dá a formação dessa entidade psíquica, *o signo*, para o processo de significação. Genericamente, a formação do *signo* na lingüística de Saussure ocorre pela união de um *significante* e um *significado*, chamadas, no início de sua obra, de *imagem acústica* e *conceito*. Para L. Hjelmslev[304], que às vezes a chama de linguagem, a língua é um sistema de signos, mas no sentido de poder transformar quantidades finitas de entidades não sígnicas , chamando-as de *figuras*, como os fonemas, em infinitos *signos*. Para N. Chomsky[305], a língua é um conjunto de seqüências de regras sintáticas que permitem engendrar uma infinidade de enunciados, juntamente com todo um saber semântico a propósito desses enunciados. À descrição sintática de uma língua particular por essa teoria, o lingüista chamou de *gramática gerativa*, devido à compreensão que um número limitado de regras permite gerar infinitas seqüências de morfemas[306], ou formas mínimas de significados, que podem ser a própria palavra.

Saussure pensou no signo lingüístico sob duas acepções: designando apenas a face fonológica e como entidade lingüística global, com as faces fonológica e semântica. Prevaleceu essa segunda acepção, conforme entendemos nos dizeres que Bouquet[307], porque a face fonológica pertence a cada palavra, mas toda palavra tem seu valor semântico relacionado com as outras palavras. O par terminológico *significante/significado* foi introduzido por Saussure para dissipar um certo caráter arbitrário do signo. Autores que

[303] Saussure, op. cit. pp. 22,23,81.
[304] Hjelmeslev, Louis. Prolegômenos a uma teoria da linguagem. São Paulo: Perspectiva, 1975, p. 51.
[305] Ducrot & Todorov, op. cit. pp. 47-51.
[306] Ibidem, p. 192.
[307] Bouquet, S. Introdução à leitura de Saussure. São Paulo: Cultrix, 2000, p. 255.

aplicam o conceito signo, como Blikstem[308], às vezes o fazem como *símbolo* (significante) e *referência* (significado), chamando referente o objeto em si, extralingüístico,

Hjelmslev[309] adota a denominação "*semiótica*", mais comum entre os autores norte americanos, para deixar de lado a preocupação com o termo "*signo*" e falar em "*função sintática*", cujos funtivos (ou as grandezas sobre as quais atua a função) são *expressão* e *conteúdo*. Não se trata da expressão de um conteúdo exterior ao *signo*, como no conceito clássico de *signo*, anterior à lingüística moderna de Saussure, mas da *função semiótica* que associa, solidariamente, *expressão* e *conteúdo*, nos papéis de *significante* e *significado* da lingüística saussureana. Esses dois termos são compreendidos como inexistentes, cada um na ausência do outro. Nessa terminologia, a língua é um sistema de *funções semióticas*, cujos funtivos *expressão* e *conteúdo* só existem, cada um na presença do outro, em virtude dessa função.

Chomsky não desenvolve uma teoria para o signo, mas, como já mencionamos, sua tese é que uma língua é uma gramática formada por um conjunto de "regras gerativas" que não se trata de um modelo de produção das frases, como ele próprio diz[310]. Trata-se de fornecer uma caracterização matemática de uma competência que os usuários da língua possuem. Para pôr em prática esse conjunto de seqüências, são necessários um conjunto finito de símbolos (alfabeto), um símbolo de partida e um conjunto de regras, cada uma para descrever as manipulações que podemos efetuar[311].

Das três concepções de língua que procuramos distinguir, apesar da acepção Hjelmslev ser apenas uma variante no estruturalismo saussureano, o modelo de Saussure, tendo a língua como a gramática que une significante a significado, é o que geralmente é considerado pelos autores que estudamos nessa investigação, quando têm necessidade de se referirem ao processo de significação lingüística. Queremos trazer três ilustrações de empregos da

308 Blikstein, I. Kaspar Hauser ou a fabricaçãoda realidade. São Paulo: Cultrix, 1983, p. 23.
309 Hjelmslev, op. cit. pp. 53, 54, 55.
310 Ducrot & Todorov, op. cit. p. 49.

acepção saussureana sobre a língua, que julgamos contribuir para esclarecer nossa interpretação de categoria nesse momento.

Expondo sobre a "*fenomenologia da linguagem*", numa busca do sentido vivido pelo sujeito, Merleau-Ponty afirma que, para ele, a língua dos lingüistas, com as particularidades acrescentadas por si próprio, é uma nova concepção do ser da linguagem[312]. Por toda sua exposição sobre a linguagem pensada no particular da língua, Merleau-Ponty se mostra ligado aos conceitos lingüísticos de Saussure e pensa por meio deles, tomando-os como partes naturais da linguagem. Para o filósofo, a língua se coloca para cumprir uma significação "linguageira" da linguagem, mediando entre a intenção ainda muda e as palavras, e diz na primeira pessoa que "as palavras me ensinam o meu pensamento". Fala em tom concordante com Saussure, em que os signos são essencialmente "diacríticos", do que parte a dizer é que "não há na língua senão diferenças de significação"[313].

Outro autor, Jean-Pierre Gaté[314], pesquisa e escreve sobre os princípios pedagógicos do aprendizado da leitura, chamando-os "educar para o sentido da escrita", e ressalta no seu trabalho que sua compreensão é de que o movimento da composição do *signo* para a *significação* é próprio da *gestão mental* do sujeito leitor. Ele revela constatar que os sujeitos em presença da palavra escrita têm duas orientações mentais: a identificação da palavra é orientada pelo *referente*, ou essa orientação é identificada pelo *significante*. No primeiro caso, diz que *o escrito* adquire sentido pela mediação evocativa da coisa designada, que impulsiona o ato da escrita e o ato da leitura, e guia a identificação do *signo*. No segundo caso, o tratamento mental do *significante*, segundo o autor[315], é desencadeador do processo de atribuição de sentido. O autor descreve que, quando a palavra é dada sob ditado, escrever consiste em

---

311 Ibidem, pp. 213, 214.
312 Merleau-Ponty, M. "Signo". São Paulo: Martins Fontes, 1991, p. 93.
313 Merleau-Ponty, op. cit. pp. 93, 94.
314 Gaté, op. cit. pp. 111-124
315 Ibidem. p. 117.

codificar graficamente uma estrutura fonética, o que diz ser a designação da forma gráfica do *significante*.

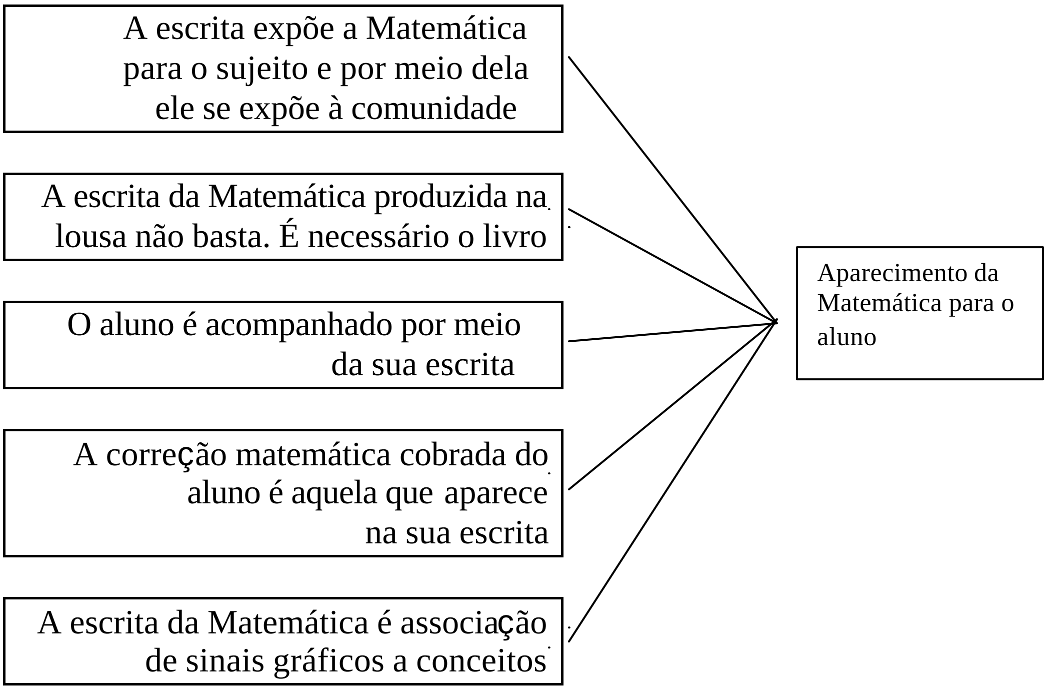
Com essa "lógica lingüística" e essa terminologia, compreendemos a assunção desse autor pela acepção da lingüistica saussureana, e pudemos observar o alinhamento que há entre o que diz ocorrer na *gestão mental* do leitor com o que expressa nossos depoentes no conjunto de unidades de significados que nos diz ser a escrita da Matemática uma associação de sinais gráficos a conceitos. Vejamos uma das unidades desse conjunto: (2.7) "A escrita formal, simbólica, da Matemática, não é muito significante para o aluno, não atinge o aluno sobre o sentido que deve ter". É claro para nós que nessa fala o depoente diz que a escrita que ele chama de "formal" não oferece explicação sobre o que expressa e que, portanto, essa é a escrita que os depoentes, como nas unidades da nona convergência, dizem vir posteriormente à construção dos conceitos, e também compreendemos que, na presença dessa escrita, a *gestão mental* do sujeito, segundo as palavras de Gaté, é que a identificação das palavras, ou dos ideogramas próprios da escrita matemática, é orientada pelo referente. Estendendo nosso raciocínio, diremos que, se esse referente não está claramente presente, porque pode estar mal elaborado na sua fonte abstrata, então entendemos que há um "nó epistemológico", uma incompreensão do conteúdo.

No próprio domínio do ensino e da aprendizagem matemática, Manuel Alcalá escreve sobre "La constituición del lenguaje matemático" e constrói uma descrição do "*processo* de *significación*" na aprendizagem matemática, totalmente fundado na lingüistica saussureana, e sua compreensão se justapõe claramente com nossa asserção na décima terceira convergência. Duas faces da aprendizagem que o autor procura destacar são a "aprendizagem conceitual"[316] e a "aprendizagem simbólica"[317]. O autor ressalta a importância dos símbolos, falando indiretamente dos sinais escritos, citando-os como "*significantes* de algo não visível", que diz ser o pensamento

[316] Alcalá, op. cit. p. 37.
[317] Ibidem, p. 39.

matemático. Numa metáfora, ele compara o *significado* a um *iceberg*, em que, o que ele chama de "*símbolo*" é comparado à parte visível. Com outra metáfora, o autor diz que *símbolo* e *significado* são faces de uma mesma moeda, em alusão ao *signo*, consoante com a estrutura da lingüística saussureana.

3. Aparecimento da Matemática para o aluno



Nas idéias que formam os invariantes, nas convergências 5, 10, 11, 12 ,13, vemos, em todas elas, a consciência presente em nossos depoentes professores, voltada para a função da *escrita da Matemática* de ser um meio ou estratégia pela qual acontece o "aparecimento da Matemática" para o sujeito aluno. Com essa expressão, nesses termos, falamos da Matemática programada, presente na educação escolar, que, por ser assim, o aluno não a encontra numa busca espontânea, mas numa situação em que há, em nossa compreensão, uma "apresentação" da Matemática como um tema obrigatório a ser trabalhado, cujo conteúdo, em constantes situações, deve ser extraído do "invólucro" da escrita.

Esse modo pelo qual vemos a Matemática aparecer para o aluno, no encontro causado ou facilitado pela instituição escolar, mostra-se como uma regra dos hábitos sociais e, no que expõe Werner Jaeger[318], na orbra "Paideia", compreendemos que tem tem sua fundação na própria origem da pedagogia

---

[318] Jaeger, Werner. PAIDEIA - a formação do homem grego. Lisboa (Portugal), traduzida do grego para o ingles em 1936. pp. 3, 322, 323, 340, 341.

pelos *sofístas*[319], quando trabalham a *paideia* como idéia e como uma *teoria de educação*, nas palavras do autor, não como prática ou propriedade individual, mas pertencendo por essência à comunidade. Nesse ideal, o *quadrivium*[320] formado pelas *Mathemata*, que desde os pitagóricos reunia a *Aritmetica*, a *Geometria*, a *Música* e a *Astronomia*, representa o elemento real da educação sofística. O *trivium*, formado a partir da *gramática*, da *retórica* e da *dialética*, completaria o conjunto de saberes como o elemento formal.

Essa idéia de educação, no que toca ao ensino institucional da Matemática, é o que entendemos ser a que praticamos até hoje na organização escolar. A Matemática, que tão bem temos como aquelas regiões de significados pensadas por Edmund Husserl, que mencionamos por meio do trabalho de Bicudo (1990), é a que introduzimos no ensino programado por meio de artificialidades pedagógicas, tendo, desta feita, o grafismo dos esquemas e da escrita como a estratégia principal.

A escrita expõe a Matemática para o sujeito e, por meio dela, ele se expõe à comunidade.

Essa nossa sentença para a quinta convergência, que é o primeiro invariante no quadro da terceira categoria acima, emergiu de um conjunto de unidades de significados que, em nossa leitura, distinguem a escrita dos referentes matemáticos, e a ela se referem, conforme nossa interpretação[321] assentada numa expressão que construímos para esse propósito, como "*um óculo intelectual*", por meio do qual podemos "*ver*" a Matemática. Para ilustrar essa idéia, temos uma das unidades, que diz: (4.4) "Há conceitos que necessitam de uma escrita bem elaborada para poderem ser passados". As palavras do depoente são diretas ao afirmar que há conceitos que são

---

[319] Os *sofistas* foram os filósofos gregos contemporâneos de Sócrates, que chamavam a si a profissão de ensinar a sabedoria.

[320] Jaeger, op. cit. pp. 341, 343.

[321] Como em Ricouer (op. cit. p. 56), onde "interpretação" é considerada como o conhecimento resultante da compreensão, e que "entendida filosoficamente, nada mais é do que uma tentativa de tornar produtiva a alienação e a distanciação".

"passados", que também entendemos como "mostrados", por meio de uma escrita, numa compreensão que vai ao encontro do que diz Gómez-Granell[322], quando afirma que "o conhecimento conceitual (da Matemática) não implica um conhecimento das regras sintáticas e das convenções de notação próprias do simbolismo matemático". Portanto, essa distinção escrita-referentes, na Matemática, é mais uma vez por nós presenciada.

Junto a essa compreensão, Lorenzo[323] compactua com a noção de que, na Matemática, como na música, o simbolismo (expresso graficamente) é fundamental, porém "mais para expor que para descobrir". Os conceitos e relações matemáticas, segundo a referência do autor, geralmente são antes concebidos (pela intuição) e depois expressos nos cálculos. Este trabalho, ainda segundo a nota de Lorenzo, resulta quase sempre desagradável, mesmo que proveitoso, pelos erros que permite descobrir e que, infelizmente, subsistem mesmo depois de muitas correções.

De valor que julgamos idêntico à nossa expressão do "*óculo*", entendemos ser a expressão do "*reagente*", utilizada pelo professor português Bento de Jesus Caraça[324], que há pouco mais de meio século disse que "*os cortes de Dedekind*" na reta são "*um bom reagente*" para mostrar a continuidade aritmética dos números reais, referindo-se ao trabalho do alemão Richard Dedekind, quando, por meio de um conceito de "*corte*" bem definido na reta geométrica, mostrou que os números racionais não guardam relação biunívoca com os pontos da reta, ou que há pontos da reta que não se associam a nenhum número racional. As duas expressões estão em lados opostos. A nossa, no lado dos aspectos sintáticos e a do professor Caraça, como compreendemos, no lado dos aspectos semânticos, o que queremos explicitar.

Seguindo com o procedimento dos cortes na reta, Dedekind descobriu que os demais pontos da reta, aqueles que não se associam a nenhum número racional, associam-se aos números irracionais, que

---

322 Gómez-Granel, op. cit. p. 273.
323 Lorenzo, op. cit. p. 36.
324 Caraça, B. J. "Conceitos fundamenteis da Matemática". Lisboa (Portugal): Livraria Sá da da Costa Editora, 1989, pp. 49-63

completam o conjunto dos números reais, o que veio a caracterizar para o conjunto dos números reais uma continuidade análoga à continuidade da reta geométrica.

Como o químico procede para saber se num dado soluto existe um certo elemento, introduzindo nesse soluto um *reagente* para reagir ao eventual elemento e fazê-lo aparecer, Dedekind, nos dizeres de Caraça[325], introduziu o conceito de *corte* na reta geométrica, para saber se todo ponto dela se associa a algum número.

Essas expressões, o "*bom reagente*" de Caraça e a nossa "*óculo intelectual*", são metáforas no âmbito da realização lingüística da linguagem e que, segundo Ricoeur[326], da tradição que vem desde os *sofistas* que a consideram uma figura de retórica que não introduz na inteligibilidade do discurso nenhuma inovação semântica e não fornece nenhuma informação nova acerca do referente. Sem afetar, porém, o sentido literal que deve ser tomado na obra científica, afirma o autor que a metáfora tem a função da semelhança, de fundamentar a presença do sentido figurativo de uma palavra em vez do seu sentido literal, que podemos usar no mesmo lugar, o que pode contribuir para uma significação ou mesmo para realçá-la.

Além da comparação que estabelecemos, queremos ressaltar que entendemos a noção de "*reagente*", como utilizada por Caraça como explicitação a uma abstração conceitual, com efeitos distintos daqueles alcançados pela escrita. Quando Dedekind, num exemplo de partição do conjunto dos números racionais, o imaginou distribuído ordenadamente na reta, com a ordem usual, "*cortou*" a reta por um dos seus pontos, deixando na classe, da esquerda os números racionais cujo quadrado fosse menor que 2, e na outra classe os números racionais cujo quadrado fosse maior que esse número, ele percebeu que só faltou classificar aquele número racional cujo quadrado fosse exatamente 2. Não havendo tal número racional, ficou caracterizado que o conjunto dos números racionais não é contínuo

325 Caraça, op. cit. p. 58.
326 Ricoeur, op. cit. pp. 60, 61.

analogamente à reta, ou que os números racionais não guardam relação biunívoca com os pontos da reta. Aprofundando o detalhamento, o matemático alemão terminou por constatar que a cada ponto da reta podemos associar um número racional ou um número irracional, caracterizando, assim, no conjunto dos números reais, uma continuidade análoga à continuidade da reta, ou seja, que a continuidade aritmética é análoga à continuidade geométrica. E concluímos, até aqui, esse "aparecimento" da continuidade dos números reais, apresentado por Dedekind, não de artifícios sintáticos, ou de artifícios graficamente escritos, mas de uma retórica conceitual bem inteligível. A figura do "*reagente*" ficou como uma metáfora tentadora em favor do verdadeiro sentido do referente, *o corte*, com desvio do sentido literal das palavras, que, segundo Ricoeur[327], dá-se por razão de semelhança. Entendemos que a palavra original substituída pela palavra metafórica "*reagente*" pode ser a palavra "*procedimento*", que oferece uma noção mais genérica e menos explícita daquilo que é o feito do *corte*.

Concluímos, então, que não é somente por meio da escrita própria da Matemática, com as notações especiais, que todos os seus conceitos podem aparecer, já que podemos obter uma noção com certa profundidade da continuidade dos números reais por meio da argumentação heurística/retórica, seguindo uma estratégia que é uma criação intelectual.

O que acabamos de expor sobre a compreensão da idéia dos "*cortes de Dedekind*", para compreender a continuidade dos números reais se aproxima, na estilística matemática, ao chamado *estilo semiformal*[328], que se caracteriza pelo uso da língua ordinária, em partes do desenvolvimento matemático, para estabelecer definições, enunciar propriedades e explicitar raciocínios. Porém, segundo Lorenzo, o *signo* só é admitido, como no caso do *estilo formal*, em sua dimensão sintática, apresentando-se em grande parte das vezes de forma algebrizada. O rigor, nesse *estilo semiformal*, permite, ou

---

[327] Idem.
[328] Lorenzo, op. cit. p. 51.

abrange, as duas vertentes de escrita, a da língua ordinária e a escrita das notações especiais.

Aliás, segundo Lorenzo[329], a pretensão de realizar toda a obra matemática no plano estritamente formal, sem participação da retórica informal, é uma meta utópica, demonstrada pelo próprio formalismo, no que vem chamando de "teoremas de limitação" de alcances. Segundo o que diz o autor, não devemos almejar encontrar textos matemáticos modernos inteiramente escritos apenas em notações formais especiais.

Para ilustrar a idéia invariante de que "a escrita expõe a Matemática para o sujeito e, por meio dela ele se expõe", que associamos à categoria "Aparecimento da Matemática para o aluno", retomamos a proposição da Teoria dos Conjuntos, a qual afirma que "*o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto dado*", da qual nos servimos no capítulo II quando abordamos o significado da escrita da Matemática na prova matemática, na seção "Na prova". Naquela seção quisemos focar a atividade escrita na consumação da prova, numa tentativa de explicitar um sentido, ou um aspecto, em que a escrita da Matemática nos afeta. A consumação em si, de uma prova, é o que lá focamos. Aqui, na interpretação dessa categoria temática, cujo tema é "O aparecimento da Matemática para o aluno", queremos focar a "potência" que tem a escrita notacional para "dar aparecimento" a uma entidade abstrata, como é a "presença" do conjunto vazio em um conjunto dado.

Para que o conjunto vazio não esteja contido em algum conjunto, é necessário, conforme a definição de pertinência, "o estar contido", que algum elemento desse conjunto não pertença ao outro conjunto. O que isso oferece já discutimos lá no capítulo II. O que veremos agora é a constatação da "presença" do o conjunto vazio no conjunto $\{-1, 1\}$.

Artificialmente, buscamos resolver a equação[330] $(P)\ x^2 + 1 = 0$ no conjunto dos números reais. O conjunto "solução" é o conjunto vazio. Mas,

---

[329] Ibidem, pp. 191, 192.

[330] Klein, Jacob em "Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra", New York: Dover Publications, Inc. 1992, p. 347, diz que uma equação é a comparação entre uma

multiplicando essa equação membro a membro pelo binômio $x^2 - 1$, obtemos a forma (*Q*) $(x^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$, equivalente à expressão (*R*) $x^4 - 1 = 0$, que é uma equação cujo conjunto solução é o nosso conjunto dado {-1, 1}. Olhando para a forma (*Q*) vemos que as soluções de (*P*) são também soluções da equação (*R*), ou seja, essa elaboração escrita nos "*expõe*" a "*presença*" do conjunto vazio no conjunto {-1, 1}, segundo uma leitura que consiste em associar conceitos da Teoria dos Conjuntos a significados próprios da resolução de equações algébricas por meio das manipulações notacionais, artificiosas para possibilitar a solução do problema.

Novamente, acabamos de realizar um desenvolvimento de texto matemático, que é caracterizado por Lorenzo, como já nosreferimos, como sendo do *estilo semiformal*. Agora, aparece a língua escrita ordinariamente conjugada com a escrita notacional da Matemática, em maior ocorrência. Essa parte notacional que, como vimos, pode determinar o "*aparecimento*" de uma entidade abstrata, como nos ocorre o aparecimento do conjunto vazio naquele conjunto dado, é a parte da escrita da Matemática que, como percebemos nos depoimentos dos sujeitos, oferece maior dificuldade para a leitura e, conseqüentemente, para a aprendizagem do aluno.

Uma das unidades de significado do grupo em destaque diz: (3.15) "*A escrita da Matemática é um pouco longe da vida comum dos alunos. Depois que usamos palavras comuns para explicitar, é que eles parecem entender*". Seguindo essas palavras e atentando para situações como aquela de dar *aparecimento* à pertinência do conjunto vazio a um conjunto dado, compreendemos que "*o aparecimento da Matemática*" que a escrita propicia não ocorre para o sujeito somente com leitura visual, mas por construções de objetos abstratos evocados pela própria leitura, construídos num contexto de outros objetos abstratos que já devam estar nos domínios do sujeito. O conjunto solução de (*P*), como o de (*Q*) ou de (R), seguindo o exposto por

Magnitude desconhecida com uma conhecida.

Alcalá[331], são referentes abstratos cujos significados necessitam ser construídos no domínio das soluções de equações algébricas, numa estrutura de *corpo algébrico*, para assim "*aparecer*" o sentido no trabalho sintático por meio dos *significantes* que são as notações especiais para apoiarem o significado. Entendemos que, na ausência dessas condições, que são trazidas pela *formação conceitual* e pelo *letramento*, é que está a distância a que se refere o depoente, da escrita da Matemática à vida comum dos alunos.

3.1 A escrita da Matemática produzida na lousa não basta. É necessário o livro

Constituímos um grupo de unidades de significados com idéias centradas no livro de disciplinas, fortemente determinados pela expressão de nosso segundo depoente, que concentrou uma significativa parte do seu depoimento sobre a escrita da Matemática nos seus reclames e lamentos pelo tardio encontro e uso regular do livro que ocorreu na sua vida escolar. É uma professora que chegou a um estágio de excelente qualificação acadêmica, mas que só a partir do nível universitário é que teve na condução dos seus estudos a presença efetiva dos livros. Na sua fala, mostra-se segura ao apontar as desvantagens que ainda experimenta por essa carência pedagógica; fala dos "buracos" que subsistem na sua formação e, ao mesmo tempo que reconhece a "linguagem" do livro como excludente para quem não tenha tido contato com ela desde cedo, lamenta por não tê-la experimentado desde a infância. Algumas unidades na sua fala são: (2.43) "*O livro não fazia parte na minha vida*"; (2.45) "*Aquela escrita do professor é a que eu estudava*"; (2.54) "*Talvez eu não tenha valorizado o livro porque a escola não tenha me mostrado esse lado de você valorizar o livro*", aludindo que a prática didática da escola não considerava como fundamental o uso do livro e não instruía os alunos com permanentes atividades nessa direção.

[331] Alcalá, op. cit. pp. 50-54.

Dos demais depoentes que também tocaram na *escrita do livro*, temos que: (6.10) "*A escrita que vem do livro didático era muito mais formal, mais difícil para o aluno compreender e incorporar conceitos por meio dela*". Essa unidade está na fala do sexto depoente no momento em que considera a "escrita formal" como "o ponto final da aprendizagem de um conceito ou de um campo...". Nesse sentido, o segundo depoente, diferentemente do que percebemos nas falas dos demais depoentes, e até mesmo em autores, não considera "formal" apenas a escrita produzida com notações especiais, mas chega a dar como exemplo de "escrita formal" aquela que recebeu com a pergunta que a ela dirigimos para o seu depoimento, o que destacamos como a unidade (2.35): "*A escrita é importante para a linguagem formal, na qual o entendimento é mais difícil. Por exemplo, a pergunta apresentada é uma coisa formalizada, escrita, e a comunicação foi importante para que a coisa se incorporasse*". Com essa consideração, essa depoente, que se mostra instruída e engajada como educadora matemática, deixa uma clara indicação de que para a "condição" que denominamos *letramento matemático*, na categoria anterior, o livro didático, com sua escrita formalizada, é necessário e deve ser constantemente utilizado pelo aluno. Nossa compreensão quanto a essa necessidade é plena, uma vez que a Matemática como disciplina escolar mostra-se até aqui como "*conhecimento letrado*".

O desuso do livro didático escolar de Matemática e de outros livros destinados ao pleno *letramento* tem outros indícios. Em um exaustivo trabalho de caracterização do ensino tradicional da Matemática, em sua investigação sobre a vivência da mudança que professores experimentam na sua prática de ensino, que P. I. Hiratsuka[332] acaba de apresentar como sua tese, no capítulo em que faz sua revisão sobre o ensino tradicional, o autor buscou dados em vinte e oito autores e, em todo o capítulo, aparece a palavra "*livro*" apenas cinco vezes, sendo uma delas apenas uma repetição. Entendemos que, para o tema abordado: "O Ensino Tradicional de Matemática", a incidência é pequena

[332] Hiratsuka, Paulo Isamo. A Vivência da Experiência da Mudança da Prática de Ensino de Matemática. UNESP/RC: Tese de Doutorado em Educação Matemática, 2003, pp. 32-68.

e vistos os contextos em que se deu, parece, então, desprezível. O autor tratou do significado do ensino tradicional de Matemática a partir do Movimento Iluminísta na Europa, passando pela Revolução Francesa, pelo Movimento Reformista do início do século XX, pelo Movimento da Matemática Moderna iniciado na passagem da década de 50 para 60, com grande repercussão em muitos países do ocidente. No Brasil, os debates afetaram o ensino e a aprendizagem, e ensejaram a criação da Educação Matemática como campo de pesquisa. Hiratsuka incluiu também o Movimento Construtivista vinculado às teorias de Piaget. Descreveu o funcionamento do ensino tradicional e ainda produziu uma síntese cuidadosa do estudo.

As quatro aparições do substantivo "livro" ocorreram nos seguintes contextos: primeiro[333], Hiratsuka põe-se a explanar sobre o ideal surgido com a Revolução Francesa, de eliminação dos vestígios arcaicos de sociedade e a representação do homem novo a ser preparado pela escola, e aí lembra, por meio de sua referência, que em um "livro" de 1632, "O Didática Magna", de Comenius, já defendia esse ideal de ensinar a todos. Dessa obra origina a *Didática Moderna*, que viria como grandes avanços para os estilos de explicação dos fatos naturais e econômicos, caracterizando o pensamento europeu a partir do século XVI.

O segundo[334] se dá numa menção ao "livro" de Rousseau, de título "Emílio", do século XVII, que veio a ser um verdadeiro tratado de educação, contendo seqüências de atividades nomeadas por *curiculum*, às quais o sujeito deveria ser submetido para atingir a condição de educado.

O terceiro contexto em que aparece a palavra "livro"[335] se dá quando o autor se refere à "pedagogia da Revolução Francesa", citando a "proposta pedagógica de Condorcet", que defende uma escola pública e 'laica' para todos, apresentada por Dominique Julia. Numa epígrafe com dizeres sobre essa proposta, é dito que "o 'livro' ou o jornal são os vetores essenciais das

[333] Hiratsuka, op. cit. p. 41.
[334] Ibidem, p. 42.
[335] Ibidem. p. 44.

luzes. Esse é o único momento de exaltação do livro na revisão do ensino tradicional.

A quarta[336] aparição da palavra "livro" se dá quando Hiratsuka expõe sobre a "Matemática Moderna", afirmando ser um movimento que concebe a Matemática como uma linguagem formal, de acesso privilegiado ao pensamento científico e tecnológico. Diz que no Brasil houve um grupo de professores que estudavam a implantação da nova Matemática e, aí, sim, um dos membros do grupo, Osvaldo Sangiorgi, publicou um "livro" de título "Matemática Moderna", em 1963, para a primeira série ginasial e vindo a publicar o restante da coleção nos anos seguintes.

Hiratsuka[337] apresenta um quadro mostrando as estruturas dos dois modelos de ensino, o da *didática tradicional* e o da *didática construtivista*; a primeira fundada na memorização e a segunda na construção metódica. Notamos que nos pontos que caracterizam cada um desses modelos didáticos, *o método*, *o resultado*, *o erros*, *o ser do aluno*, *o ser do professor* e *a entidade escola*, não aparece o locus do *livro*. Por exemplo, na didática tradicional, o professor é tido como "*cumpridor do papel de transmissão do conhecimento*"; no quadro da didática construtivista é dito que o professor procura ser um "*orientador que facilita a aprendizagem criando situações estimulantes e motivadoras de respostas*". Examinando os dois quadros, ficamos com o sentimento de que ambas as didáticas são perfeitamente factíveis sem o uso do livro. Nada falam do bem estar na escola e do livro, ou do ler e escrever para o conhecimento letrado.

Porém, numa análise já sistemática da organização da ciência Matemática, encontramos Lopes[338] situando o livro didático na tradição escolar como elemento que segue os padrões formais de organização dos conteúdos matemáticos determinados pelos processos lógico-dedutivo,

---

336 Ibidem, p. 54.
337 Hiratsuka, op. cit. p. 85.
338 Lopez, Jairo de A. Livro Didático de Matemática: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática. UNICAMP. Tes.Dout. 2000, p. 199.

conforme o método de organização da ciência Matemática; que a estrutura disciplinar do ensino valoriza o professor e o livro didático.

Então ocorre que a escola pode não exigir do aluno o uso do livro, como é reveladora a fala da depoente: (2.50) "*Em cima do que o professor colocava na lousa, em cima do meu próprio caderno, eu estudava*", em claro lamento pelo desuso do livro e pelas falhas que disto subsistem.

3.2 O aluno é acompanhado por meio da sua escrita

Com essa sentença expressamos a síntese da nossa compreensão sobre um conjunto de idéias pronunciadas por nossos sujeitos, centradas na função realizadora da linguagem, na relação ensino-aprendizagem da Matemática, concretizada por meio da escrita, que dá ao professor o domínio necessário sobre a orientação ao aluno. Não só a avaliação promocional nos sobrevém das asserções reunidas, mas qualquer intervenção do professor, necessária à relação, possível de se dar por meio da escrita, e que provoque no aluno o efeito do "*aparecimento da matemática*" do modo que identificamos como grande categoria de significados.

As unidades significativas que agrupamos na décima primeira convergência, das quais algumas aqui, trazemos aqui, esclarecem o que queremos dizer: (1.15) "*A produção escrita do aluno orienta a atividade do professor e mostra ao professor se o aluno se conduz na sua orientação de rigor*". Sinteticamente, aparece nessa unidade a escrita do aluno mostrando o resultado do trabalho do professor, o que, como compreendemos, poderá levar o professor a rever seu empreendimento didático, conforme o mesmo depoente expressa na unidade (1.16), que não chegamos a agrupar.

O quinto depoente diz: (5.17) "*Pegar uma caneta vermelha e acompanhar o desenvolvimento matemático do aluno, para entender o que ele fez, é uma tarefa que penso ter grande valor educativo*". Essa fala nos remete ao investigado por A. V. M. Garnica[339], "A interpretação e o fazer do professor (...)", quando procura descrever o trabalho do professor de contribuir para a compreensão dos elementos conceituais da Matemática transcrita pelo aluno por meio do exame hermenêutico do texto produzido por ele. Nesse trabalho, Garnica se fundamenta em Ricoeur quanto a vários conceitos ou significados, para quem[340] "*A interpretação* é um caso particular de compreensão" e, restrito aos textos escritos, diz que a compreensão de que fala é aquela aplicada às expressões escritas. Até porque já havia afirmado[341] que "*A interpretação*, entendida filosoficamente, nada mais é do que uma tentativa de tornar produtivas a alienação e a distanciação". Nesse sentido, em disciplinas que usam métodos matemáticos, com especiais peculiaridades na própria Matemática, compreendemos haver a necessidade da parte distanciada do trabalho do professor no acompanhamento ao trabalho de aprendizagem da produção escrita do aluno. Ali, há as notações especiais, cujos referentes, abstraídos de suas instâncias originárias[342], são as próprias formas, como compreendemos ser um número irracional, um número complexo, um número real negativo, uma combinação linear de vetores na Álgebra, etc. A comunicação envolvendo esses objetos é efetuada por meio da codificação escrita. E devemos dizer que aí a escrita está revelando ao professor o que o aluno desenvolveu em consonância com o seu trabalho.

A própria avaliação para fins promocionais é considerada pelo National Council of Teacher of Mathematics-NCTM/USA/2000[343] como elemento que "deve apoiar o aprendizado de conteúdos matemáticos importantes e fornecer informações úteis para os alunos e para o professor", e não aborda a atividade escrita. Na edição de 1989, esse conselho divulga suas normas para avaliação da aprendizagem matemática em cinco grandes

[339] Garnica, A. V. M. A interpretação e o fazer do professor: possibilidade de um trabalho hermenêutico na Educação Matemática. Rio Claro: UNESP, 1992, pp. 123-139.
[340] Ricoeur, op. cit. p. 85.
[341] Ibidem, p. 56.
[342] v. Machado, A. P. "Abstração". Anais do V EBRAPEM. São Paulo: PUC, 2001, pp. 66-72.
[343] National Council of Teacher of Mathematiscs - NCTM/USA/2000, pp. 11-17. In: Pironel, M. dissertação de mestrado. Rio Claro: UNESP, 2000, pp. 39-42; Sameshima, 1995, p. 30.

incidências: *o poder matemático, a resolução de problemas, a comunicação*[344]*, o raciocínio, os conceitos matemáticos e a predisposição para* a *matemática*. Porém, não apresenta qualquer referência aos procedimentos para "medir" essas grandezas.

Dumara Sameshima trabalhou nessa questão, realizando investigação sobre o significado da avaliação da aprendizagem matemática junto a professores de diferentes níveis de ensino, levando a vinte e seis sujeitos a pergunta: "*O que você avalia quando avalia a aprendizagem matemática de seu aluno*?". Dos depoimentos obtidos, pôde constituir onze grupos de unidades invariantes, o que, em ordem decrescente de incidência de unidades de significativas, são: *raciocínio*, *pré-requisito*, *aplicação*, *evolução do aluno*, *criatividade*, *desenvolvimento*, *forma particular de aprendizagem*, *cálculos corretos*, *conceito formado*, *domínio da técnica* e *erro*. Para que tenhamos uma noção "potencial" desses invariantes, o raciocínio surge de um grupo de onze unidades de significados e "evolução do aluno" vem de quatro unidades e o "domínio da técnica" vem de apenas duas unidades. Consideramos haver coincidências entre as grandezas definidas pelo NCTM e os invariantes obtidos por Sameshima. No "Domínio da técnica" os depoentes da pesquisadora dizem tratar do domínio da técnica operatória ou habilidade para lidar com algoritmos, o que para nós são do domínio da escrita notacional, tanto tomadas ao empreendimento das medidas das grandezas do NCTM, como possibilitando as formas da Matemática escolar aparecer para o aluno.

Na inspeção que realizamos nos depoimentos transcritos por Sameshima[345], encontramos algumas menções a outras formas de avaliação, como por assiduidade e pela organização de estudos; uma referência a entrevistas que não seriam praticadas por questão de contingência, mas, na totalidade plena, a avaliação por meio de provas escritas, mesmo que em

[344] Cf. Hariki, op. cit. pp. 2-14, há dois tipos de comunicação no contexto do discurso pedagógico da Matemática: o da transmissão da mensagem (texto) e o da produção e troca de significados entre os sujeitos comunicantes.

[345] Sameshima, Dumara. C. T. Avaliação da aprendizagem matemática da perspectiva do professor. Rio Claro: UNESP, dissertação de mestrado, 1995, pp. 56-189.

algumas falas só apareça implicitamente, é a prática utilizada. Não são explicitados os critérios com os quais é avaliadas cada uma das onze grandezas, mas o que fica subentendido é que em todos os casos os o conjunto das elaborações gráficas do aluno é examinado.

3.4 A correção matemática cobrada do aluno é aquela que aparece na sua escrita

Entendemos que nessa sentença, com a qual sintetizamos nossa compreensão sobre o conjunto de unidades da décima segunda convergência, com dez unidades de significados de seis sujeitos, está um ponto relevante da significação que estamos construindo para a escrita da Matemática da atividade escolar. Mais que o aspecto quantitativo que quisemos enunciar, temos o teor e a clareza dos dizeres dos depoentes.

A primeira unidade do grupo já faz entender que a escrita não é uma propriedade privada do usuário: (1.17) "O rigor que o aluno deve imprimir a seus escritos depende do que exige o professor e do que adota a comunidade (acadêmica)". Essa unidade se coaduna com a vertente *ideológica* do *letramento*, citada por Kleiman[346], e que tem a escola como principal agência. Essa vertente se contrapõe ao chamado *letramento autônomo*, que se refere às práticas letradas realizadas à margem da orientação institucional, por impulso da cultura e do progresso. Outra unidade investe no professor, na sua ação didática: (4.17) "*Se o professor não se preocupa com a correção da escrita, então vai ensinar errado e o aluno não saberá o procedimento correto*". Esta fala é de um professor com longa vivência da prática de ensinar Matemática, além de portar excelente qualificação acadêmica. Ele declara seu pensar em que a escrita da Matemática deve ser apresentada ao aluno com correção, com pena do educando não aprender o "procedimento correto", ou seja, não aprender o procedimento matemático que está em jogo. Julgamos que esse padrão de correção impostado na sua fala reflete também suas exigências

346 Kleiman, op. cit. pp. 20, 21.

quanto à qualidade da produção escrita do aluno, mantendo estreita a margem de "negociação", aquela que Seije Hariki[347] detecta como característica da comunicação na Matemática Pedagógica, que é a matemática negociada pela instrução escolar. Outra unidade se refere à exposição do professor na lousa: (5.10) "*Uma lousa bem feita também é um elemento interessante no processo de aprendizagem do aluno, no processo dele penetrar nos significados dos conceitos matemáticos*". Essa fala é daquela depoente que apresentamos como tendo uma visão mais tradicional do ensino, o que praticamos por meio de modelos pré estabelecidos. Entendemos que ele se refere ao que se produz na lousa, à escrita lá exposta exclusivamente para o aluno, que vai aprender por meio daquele artefato. Para o professor, dado o que diz, a lousa também deve conter a escrita adequadamente produzida e esquemas inteligíveis para conduzir uma correta realização da linguagem em prol das construções conceituais. E o primeiro depoente afirma: (1.19) "*O nível de rigor aparece nas correções de prova ou nos retornos dos trabalhos escritos*". A noção de rigor que associamos à Matemática é a de cálculos exatos, precisos, palavras com significados tautológicos no léxico. É também a noção de prova de resultados por dedução incontestável; entendemos ser a noção de correção que, segundo dizeres de Gaston Bachelard[348], é própria da "psicologia do matemático que só pensa o correto" e que coloca uma "diferença psicológica fundamental" do conhecimento "entrevisto" para o conhecimento provado. E, pelo que diz o depoente, esses feitos o aluno deve aprender a apresentar por meio da sua própria escrita.

3.5 A escrita da Matemática é associação de sinais gráficos a conceitos

Esse invariante, pelas diferentes significações que nos oferece, participa na emersão de nossas três categorias temáticas. Na terceira vem,

---

[347] Hariki, op. cit. p. 14.
[348] Bachelard, G. O Novo Espírito Científico. In: Coleção Os Pensadores. São Paulo: Abril Cultural, 1978, p. 159.

portanto, ocorrer a associação dos "sinais gráficos" com o "aparecimento da Matemática" para o aluno, resultando numa abertura com visão para as três categorias. Não que isso nos esteja indicando uma única grande convergência, mas, sim, um sinal de confirmação da escrita da Matemática fenomenicamente estruturada no "tripé" que nos apareceu: a realização da linguagem, o letramento e o aparecimento da Matemática. Coerente com essa compreensão, vemos estar uma fala do segundo depoente: (2.8) "*Se o aluno não associar um significado à escrita, então ele não consegue pensar no referente por meio dela*". Nessa unidade, o depoente fala da escrita que o aluno produz, fala da associação de significado à escrita por parte do aluno, como também faz referência ao pensamento do aluno articulado por meio dessa escrita. A partir dessas três ocorrências relacionadas ao aluno: produzir a escrita, associar-lhe significado e isso propiciar-lhe um pensamento, nos ocorre, respectivamente, o tripé: letramento, associação de sinais a conceitos e a realização da linguagem. Compreendemos ser essa abertura não mais que a própria tripla relação do nosso invariante com a emersão das três categorias. Coerentemente, está a unidade (2.8) contida no nosso décimo terceiro invariante, por sua vez, associado às três grandes categorias de significados.

Voltando à última categoria, queremos ilustrar a associação de sinais a conceitos com o aparecimento da Matemática, explorando dois episódios: "*A escrita do número complexo*" e "*A escrita da proporcionalidade*". Na seção final deste capítulo, relemos as três categorias temáticas e lá reaparecem esses episódios numa síntese dos três temas.

A escrita do número complexo

O número complexo aparece nos compêndios sobre a Matemática, como em V. J. Katz[349], como um atributo de conceito para suprir de teoria a prática da resolução de equações algébricas. As soluções complexas das

[349] Katz, Victor J, "A History of Mathematics". New York (USA): Harper College Publishers, 1993, pp. 239-337.

equações quadráticas, conforme a exposição do autor, estavam ficando sem um tratamento definitivo, mas, pelo final da Idade Média, necessitaram teorizar o número complexo como acesso às soluções *reais* das equações cúbicas, em procedimentos redutíveis às quadráticas.

Uma pergunta colegial que formulamos sobre esses números, para aqui mesmo visarmos a uma resposta, é a seguinte: por que o número complexo tem a forma algébrica $a + bi$, com "a" e "b" dados como números reais e $i = \sqrt{-1}$ chamado unidade imaginária?

Procurando uma resposta por meio do "discurso pedagógico" caracterizado por Hariki[350], vamos firmar, então, que o número complexo aparece originalmente como solução de certas equações polinomiais quadráticas $ax^2 + bx + d = 0$, sendo a, b, d números reais e x a incógnita, cuja solução genérica já aparece deduzida nos livros do final do Ensino Fundamental, como a expressão[351] $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ad}}{2a}$. O embaraço surge quando acontece do argumento dessa raiz quadrada, o chamado *discriminante* da equação, ser um número negativo, ou seja, $b^2 - 4ad = \Delta < 0$, já que tal raiz não é definida no campo dos números reais.

Então, primeiramente, a forma algébrica do número complexo vem do parcelamento daquela expressão com raiz quadrada, como $x = -\dfrac{b}{2a} \pm \dfrac{1}{2a}\sqrt{\Delta}$.

Para iniciar a teoria, deu-se existência à raiz quadrada do número negativo por analogia à propriedades da raiz quadrada de números positivos. Com isso, tornou-se possível que realizemos aqui as operações-chave para o "aparecimento" visual da forma algébrica dos números complexos. Olhando para o ideograma $\sqrt{\Delta}$, apenas temos conceituado que Δ é um número negativo. Para aparecer ai na raiz, visualmente, um número negativo no argumento, usamos o conceito da operação "módulo", com sua escrita

[350] Hariki, op. cit. p. 14. "Discurso pelo qual professor e aluno se comunicam".
[351] Caraça, op. cit. pp. 156-158.

notacional e a rescrevemos por $\sqrt{-|\Delta|}$, isto como o feito inicial fundamental da escrita nesse episódio. Com a assunção que essa raiz é um número e pode ser sintaticamente modificada como se o argumento fosse positivo, escrevemos que $\sqrt{\Delta}=\sqrt{-|\Delta|}=\sqrt{|\Delta|(-1)}=\sqrt{|\Delta|}\sqrt{-1}$, sendo que essa fatoração na última igualdade é a operação essencial para a forma dada aos números complexos. Com essa forma, podemos reescrever aquele parcelamento por $x=-\dfrac{b}{2a}\pm\dfrac{\sqrt{|\Delta|}}{2a}\sqrt{-1}$, com atenção à escrita da notação com módulo em $|\Delta|$, pois delta é número negativo e a partir daí é que "aparece" a *unidade imaginária*. Essa frase simbólica é a forma algébrica do número complexo, onde já aparece o número e sua forma conjugada. A raiz $\sqrt{-1}$ é a chamada unidade imaginária no conjunto desses números, registrada como "i", o que faz aparecer nos textos a escrita $i^2=-1$. Reduzimos as notações dos termos reais a "a" e a "b" fazendo $a=-b/2a$ e $b=\sqrt{|\Delta|}/2a$ e escrevemos a forma genérica da solução da equação quadrática com discriminante negativo apenas por $x=a\pm bi$, e concluímos, assim, o "aparecimento" da forma algébrica dos números complexos, por uma atividade de associação de sinais gráficos a conceitos.

Ampliando a discussão, há o teorema das raízes conjugadas na álgebra dos polinômios, contido nos livros escolares, garantindo que as soluções complexas sempre aparecem aos pares conjugados. Encontrada a solução $a+bi$, $a-bi$ também é solução, fundado no que vimos acontecer.

Essa abordagem que acabamos de desenvolver, segundo o estudo de Hariki[352], que analisa formas de discurso matemático, não é própria do discurso científico do matemático, mas própria do discurso pedagógico desenvolvido entre professor e aluno, e também está presente no discurso dos autores de livros didáticos, onde diz estar presente uma complexa relação dos dois discursos anteriores.

[352] Hariki, Seiji. Op. cit. p. 14. (Tese de Doutorado, Universidade de Southampton, Inglaterra 1992).

Segundo B. Russell[353], visando ao discurso científico, para os matemáticos o número complexo pode ser considerado e definido como simplesmente um par ordenado de números reais. Nesse ou em outros pontos onde são possíveis outras definições, diz o autor que basta que a definição adotada conduza às propriedades convenientes para o objeto. No caso dos números complexos adotados como pares ordenados de números reais, tudo vai se fundar e se explicar a partir da adição e multiplicação desses números, que em vez de ser, na forma binomial, como fazemos com os binômios sobre o corpo dos reais, são definidas por $(a,\ b)+(a',\ b')=(a+a',\ b+b')$ e $(a,\ b)(a',\ b')=(aa'-bb',\ ab'+a'b)$, como no conjunto das matrizes 2x2, que tem nas colunas os números reais a e $-b$; a e b, nesta ordem. É uma situação em que a unidade imaginária não surge sintaticamente como "aparece" na nossa abordagem, mas é dada como o par ordenado $(0,\ 1)$, que na forma matricial o quadrado produz o simétrico aditivo da matriz identidade.

No nosso discurso pedagógico, o referente do número complexo é a solução da equação quadrática com discriminante negativo; a *referência* é o conceito que o caracteriza como não sendo um número real; o *símbolo* é a forma $a + bi$ que explicitamos. Indo aos termos da lingüística saussureana, trocamos os nomes dessas duas últimas entidades, *referência* e *símbolo*, que na fonologia são *conceitos* e *imagem acústica*, por *significado* e *significante*, cuja união forma a entidade psíquica, ou a unidade lingüística, chamada "*signo*", que nos permite recobrar a plena consciência do objeto.

A escrita da proporcionalidade

No léxico português[354] um dos sentidos mais genéricos para o vocábulo *proporção* é o de "relação entre as partes de um todo, que provoca um sentimento estético de equilíbrio, de harmonia". *Proporcional*, no mesmo

[353] Russell, B. Introdução à Filosofia Matemática. Rio de Janeiro: Zahar, 1974, p. 77.
[354] Houaiss, A.; Villar, M. S.; Franco, F. M. M. Dicionário da língua portuguesa. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

léxico, diz da variável cuja razão com outra é uma constante e, *proporcionalidade*, além de ser o substantivo que caracteriza o que é adjetivado como *proporcional*, é na Matemática o estudo de propriedades das grandezas proporcionais.

No livro V de Euclides[355], consta a formulação da noção de proporcionalidade por Eudoxo: "Magnitudes são ditas ter a mesma razão, da primeira para a segunda e para a terceira e para a quarta, quando qualquer eqüimúltiplo tomado entre a primeira e a terceira, e qualquer eqüimúltiplo tomado entre a segunda e a quarta, os eqüimúltiplos formados do modo dito acima, são semelhantes a ou aproximadamente iguais a, os eqüimúltiplos anteriores tomados na ordem correspondente. As magnitudes que tenham a mesma razão serão chamadas de proporcionais".

Esse texto de Eudoxo foi necessário para dizer o que é uma proporção porque não havia a nossa escrita notacional moderna, com cujo uso nos basta dizer que *proporcional* é a variável cuja razão com outra é uma constante. Essa razão constante nos é a todos conhecida como a escrita m/n de fração, entidade esta definida por B. Russel, na sua Filosofia Matemática, como a relação estabelecida entre dois números x e y, diferentes de zero, quando $nx = my$, que é uma relação comprovadamente um - para - um, noção pertinente à noção de proporcionalidade.

Percebemos, portanto, que Eudoxo formalizou o conceito de proporção em termos da permanência de uma razão constante, que veio receber a escrita moderna de fração da Matemática formal. Nessa ordem, ocorre o que pensa Bachelard[356], que "o sentido do vetor epistemológico da ciência que se faz é claro: vai do racional ao real, e não do real ao racional".

Com a formulação notacional da fração matemática, a noção de proporção, já pela utilidade que mostra ter por meio da "regra de três", do

[355] Heath, Thomas. A History of Greek Mathematics, Vl. 1. New York: Dover Publications, Inc. 1981, p. 114.
[356] Huisman, Denis. Dicionário de obras filosóficas. São Paulo: Martins Fontes, p. 401.

teorema fundamental da proporcionalidade, mostra ser, conforme diz Lima[357], provavelmente a noção matemática mais difundida na cultura, há milênios.

Portanto, quando encontramos no léxico, no sentido aritmético, que uma proporção é a igualdade de duas razões, essa significação está associada à escrita notacional moderna de fração, que culturalmente nos traduz, como compreendemos, a descrição grega da relação entre medidas proporcionais.

Entre duas grandezas proporcionais X e Y, se conhecemos a relação de variação por um par de medidas, ou seja, se uma dada medida m da grandeza X corresponde à medida n da grandeza Y, então podemos escrever a lei matemática da proporção entre essas duas grandezas, do seguinte modo: a qualquer outra medida x de X, existirá uma única medida y de Y, tal que $y/x = m/n$ ou que $y = (m/n)x$. Essa relação de *proporcionalidade* é, especialmente, a chamada função linear na teoria das funções algébricas no plano numérico $/R^2$, que é, como nos aparece, um modelo de "letramento" da proporção utilizado na matemática científica e na matemática escolar, que faz "aparecer" a matemática da proporcionalidade.

Segundo Zuffi[358], a definição de função mais abordada no ensino médio, quando da realização da sua pesquisa, mostrou ser a que apresenta uma formalização intermediária entre a definição genérica de Dirichlet e a definição formal de Boubaki: Dados dois conjuntos X e Y, chama-se função a toda relação de X em Y na qual, para todo elemento de X existe um único elemento correspondente em Y. Para "letrar" a proporcionalidade como função segundo essa definição, o domínio X e o contradomínio Y se portam como os conjuntos de medidas das grandezas proporcionais. Sinalizando a proporcionalidade por f, escrevemos $y = f(x)$ para dizer que y e x estão na proporção f. As medidas x e y são equimúltiplas sob um mesmo fator k, porque também escrevemos a proporcionalidade por $f(x) = kx$. Este fator k é obtido do conhecimento de um par particular de medidas relacionadas. Se as

---

[357] Lima, op. cit. p. 92.

[358] Zuffi, E. M. O Tema "Funções" e a Linguagem Matemática de professores do Ensino Médio - por uma Aprendizagem de significados. São Paulo: USP, Tese de Doutorado, 1999, p. 78.

medidas x e y são diretamente proporcionais, temos k>1, e se forem inversamente proporcionais, temos $0 < k < 1$.

O ideograma *f(x)* diz ser a representação da medida em *Y*, que corresponde à medida *x* em *X*, pela proporção *f*. Se multiplicamos a medida *x* por um número *n*, o ideograma *f(nx)* diz ser a representação da medida em *Y*, que corresponde a *nx* de *X*. Porém, entre medidas proporcionais, é da nossa própria construção intuitiva, como um postulado, que se multiplicamos uma delas por um número, sua correspondente fica multiplicada pelo mesmo número, ou seu inverso, conforme consta do livro VII de Euclides[359]: 'números estão em proporção, caso o primeiro do segundo e o terceiro do quarto seja múltiplo um-número-igual-de-vezes". Assim, a medida correspondente a *nx* por *f* é *nf(x)*. Então, *nf(x)* e *f(nx)* são, nessa relação, dois ideogramas que representam idéias equivalentes no sentido de que ambas são medidas correspondentes à medida *nx* pela proporcionalidade *f*. Essa construção intuitiva passamos ao *letramento matemático* segundo a frase simbólica $f(nx) = nf(x)$ como uma condição multiplicativa formal da Aritmética para que uma *função* seja uma proporção. Se decompomos este número *n* por $n = r + s$, nos aparece também, pela distributividade da multiplicação de $f(x)$ por $(r + s)$, o efeito a que também $f(x + y) = f(x) + f(y)$, para as medidas *x*, *y* e *x+y*.

Essa é chamada de *função linear*, termo que diz da natureza da *variação proporcional* entre sua variável e o seu valor, e são essas duas propriedades, a preservação da adição e a preservação da multiplicação, cuja *escrita notacional* obtemos a partir daquele "postulado" das medidas proporcionais (que se multiplicamos uma delas por um número, a outra fica multiplicada pelo mesmo número) que caracterizam essa função como a "função linear" na Álgebra.

Entendemos ser esse "letramento" da proporcionalidade, um episódio que bem nos mostra o "aparecimento" do caráter matemático, operacional, de

[359] Gonçalves, C. H. B. "Os livros aritmétios de Euclides". Rio Claro: UNESP, Tese de Doutorado,

uma "noção", a de *proporção*, na linguagem "realizada" pela escrita notacional. Por meio da nossa "razão gráfica"[360], passamos do "sentimento de estética" à entidade constituída como signo com referência no suporte gráfico. Procedemos com a notação de *fração* e depois com a de *função*, que são dois conceitos intensamente presentes na elaboração sintática e aplicação de outras noções da Matemática.

1997, pp. 85, 59.

360 Auroux (1998), op. cit. p. 73. "Razão gráfica" é expressão utilizada pelo autor para designar nossa possibilidade racional de utilizar o espaço plano e produzir a escrita, que nos possibilita alcançar algo intelectual interditado à realização simplesmente oral da linguagem.

Capítulo VI

À guisa de uma síntese compreensiva

Retomando a interrogação, "*O que é isto, a escrita da Matemática*?", que nos orienta na investigação, voltamo-nos agora a toda a extensão do trabalho para dar-lhe uma síntese sobre o que obtivemos ao interrogado, no âmbito do sentido do que a interrogação e a trajetória percorrida fazem para nós. Mas antes mesmo de um exame retrospectivo de todo o trabalho, porém já assentado por ele, pudemos dizer ser "*A escrita da Matemática*" um ente que tem como *a priori* a possibilidade da linguagem do ser humano, e a Matemática como o que é explicitado por essa linguagem.

Essa consideração compreendemos revelar nossa atentividade voltada para a escrita da Matemática, e nesse estado de consciência e desse ponto de compreensão, retomamos a interrogação para olharmos novamente para os autores consultados e os professores entrevistados quanto a suas compreensões sobre o objeto interrogado nas suas experiências do ensinar Matemática e do que percebem da escrita da Matemática no processo de aprendizagem dos seus alunos. Fazemos isso buscando explicitar a nossa compreensão sobre o que de autores e professores obtivemos quanto ao interrogado.

Dos autores consultados

Bicudo[361], assumindo o pensar de E. Cassirer sobre a essência simbólica do homem, entende e nos faz entender a premência da linguagem realizada pela fala e pela escrita do educando escolar, que vem a um mundo onde lhe cobram locomover-se num plano simbólico de representações e relações abstratas. Para nossa compreensão, a partir do explicitado por essa autora, entendemos que o uso da fala e da escrita é uma condição inicial e permanente a que está submetido o educando.

[361] Bicudo (1978), op. cit.

Os cuidados iniciais para que essa condição vá se cumprindo na disciplina Matemática da vida escolar do sujeito vem ser alvo da interrogação de O. Danyluk[362], "O que é alfabetização matemática?", visando a compreender como a criança vive no seu mundo o aprendizado da escrita notacional das quantidades. A interrogação lhe trouxe o fenômeno interrogado, estruturado sobre três categorias: "O que", "O como", e "O porquê" as crianças escrevem. Ao tematizá-las, a autora constrói um conhecimento situado no tempo de seus sujeitos, e nos projeta um horizonte de compreensão: a escrita infantil revela a percepção das crianças sobre quantidade, sobre a ordem e sobre outras noções nascentes, e as fazem associando letras numéricas a desenhos que figuram os objetos, sendo que os elementos de escrita vêm já da vida cultural e os desenhos, que aparecem juntos das notações escritas ali, estão porque as crianças, no seu estágio cultural e de desenvolvimento mental, do pré-operatório, não podem estar conhecendo a potência significante dos seus escritos, ou seja, já podem produzir uma marca gráfica associada a uma noção, mas ainda não dominam o significado como entidade apenas psíquica. Da nossa compreensão dos termos da lingüística saussureana, a justaposição do desenho com a escrita notacional é também um esforço compensatório à atividade pouco construída da própria língua. Justapõe-se o desenho com a escrita buscando cumprir o papel da língua de construir o *signo* que é a consciência lingüística sobre o objeto.

Uma compreensão inicial obtida de leituras realizadas e articuladas no capítulo segundo, a partir do exposto por Bicudo, que situa o aluno no plano simbólico de representações e relações abstratas, que tem que se mover sobre esse plano por meio da fala oral e por suas produções escritas; do esforço transcrito por Daniluk do empreendimento realizado pelas crianças no processo de alfabetização matemática e de produção do signo lingüístico do número; do necessário evento de transformar impressões em representações, dos dizeres de Cassirer[363], para que a linguagem possa realizar a sua função

[362] Daniluk (1998), op. cit.
[363] Casserer (2001), op. cit. p. 208.

essencialmente lógica de transformar impressões em representações na realização do círculo da intuição[364], para daí transcendermos das formas perceptíveis e tangíveis dos objetos aos princípios intelectuais e, como já fizeram os pitagóricos na limitação dos meios de que dispunham, viemos a compreender, em meio aos recursos da escrita notacional, o ser dos números e de tantos mais objetos, como objetos livres dos afazeres empíricos.

Nossa compreensão até aqui articula-se com falas de nossos depoentes nessa investigação, como: (2.8)[365] "Se o aluno não associar um significado à escrita, então ele não consegue pensar no referente por meio dela". Aquela justaposição de desenhos e escrita notacional que as crianças realizam no trabalho de Daniluk, vemos, então, como a solução intelectual que a criança já pode dar para não deixar sem significado a sua escrita, cumprindo o sentido da fala do nosso depoente.

Por outro lado, entre aqueles que já completaram os estágios de desenvolvimento estipulados na teoria piagetiana, há, segundo nosso depoente, que fala de experiências pedagógicas no ensino superior, alunos que têm aporte conceitual e lhes falta o desempenho notacional: (4.6)[366] "Há casos em que o sujeito domina o conceito, mas não consegue se expressar adequadamente na escrita". Nessa relação entre o escrever e o conceituar, concluímos residir relevantes feitos didáticos para a "*produção de significados*" da Matemática. Essa expressão grifada adotamos de R. C. Lins[367], de quando afirma que o aspecto central de toda a aprendizagem, ou de toda a cognição humana, é a produção de significados, e que essa entidade vem a ser aquilo que dizemos do significante. E essa entidade, *o significante*, tem na Matemática e na Pedagogia da Matemática a escrita como o forte meio material de estar presente. Dominar o conceito e não adequar sua expressão na escrita, compreendemos como "estar incompleto" o processo de aprendizagem, uma vez que o sujeito não responde, por meio do legítimo

[364] Cassirer, op. cit. pp. 256, 257.
[365] Unidade de significado 2.8, Cap. III.
[366] Unidade de significado 4.6, Cap. III.
[367] Lins (1999), op. cit. pp. 75-94.

sistema lingüístico, sobre seu conhecimento do objeto. No discurso pedagógico conceituado por S. Hariki[368], no transcurso do seu evento entre o professor e o aluno, há o meio acústico, os esquemas variados e referências auxiliares que funcionam como suportes de significados, mas encontramos cobranças nos significados da escrita pronunciados por nossos depoentes: (4.3)[369] "É fundamental que o aluno tenha o domínio da escrita para poder justificar com coerência a sua fala". A menção do depoente é clara ao dizer que não basta a manifestação oral de conhecimento sem a validade da expressão escrita. Reciprocamente: (2.25)[370] "Seja um significado lógico, um significado empírico, seja um significado da vida, tem que haver na escrita que o aluno realiza". É uma compreensão que capta a existência aceitável de diferentes e possíveis campos de significação a ocorrer na construção de significados, como estuda Lins[371], mas que exige o significado no suporte do significante gráfico. Essa posição é também assumida por N. J. Machado ao revelar compreender que a "linguagem formal da Matemática", expressão que tanto para esse autor quanto para os demais que encontramos a utilizar, tem realização escrita.

Distinguindo a Matemática pela eidética dos objetos ideais, da objetividade histórica, E. Husserl menciona a escrita como o veículo que sedimenta os objetos ideais[372], fazendo com que tenham permanência na comunidade. Caracteriza aspectos da Matemática atingidos com o registro escrito, mas sem dar a escrita como alguma condição ontológica a esses objetos. Garnica[373], no mesmo campo de abordagem, desobriga a Matemática da rigidez das formas escritas, vindo a lembrar que o registro gráfico é recente e não pode responder por todo o processo comunicativo. Com esses autores compreendemos que a escrita da Matemática apenas veio ampliar os modos de realização da linguagem no campo dessa ciência.

---

368 Hariki, op. cit. p. 14.
369 Unidade de significado 4.3, Cap. III.
370 Unidade de significado 2.25, Cap. III.
371 Lins, op. cit.
372 Idealidade como objetividade histórica.

Porém, ainda Garnica[374], ao tematizar o "exato" e o "preciso" na Matemática, explicita características do discurso matemático estudadas por Hariki[375], do discurso científico da produção e do discurso pedagógico da negociação na construção de significados, reiterando que ambos os discursos expressam conhecimentos matemáticos por meio de textos escritos. Esse caráter do "escrito" fica, como viemos a compreender, adequado ao que a literatura[376] diz sobre os estilos matemáticos em que se dá a prática matemática entre a maioria dos matemáticos na atualidade: o *estilo semiformal*, no qual Matemática é escrita por meio da linguagem ordinária em comunhão com a escrita notacional específica utilizada com pureza no chamado *estilo formal*, em que não há como imaginar outro meio de atuar senão pela escrita.

São constatações que poderiam justificar uma condição favorável de desempenho dos estudantes na escrita da Matemática, mas encontramos é que, já universitários, segundo revelações de pesquisa americana conduzida por M. Burton, têm a codificação matemática como um modo desconhecido de se realizar a linguagem, e não se adaptam à ausência de referentes "reais". Comparado aos americanos, temos em nosso contexto revelações da mesma natureza. Um depoente, que atua no ensino superior, diz: (4.27) "*Muita gente fala assim: eu não gosto de Matemática. Por que você não gosta de Matemática?, porque ele não esteve habituado àquela linguagem matemática desde o começo, então ele não aprendeu a ler e a escrever em Matemática, esse é que é o negócio*!".

Compreendemos, portanto, haver uma dificuldade subsistente nas práticas entre a Matemática e sua aprendizagem, no que constatam Garnica e Burton, num triângulo com Hariki, que é a de ser o estilo tradicional da Matemática ensinada pautada, há longa cultura, em textos escritos e, ainda

---

373 Garnica (2001), op. cit. p. 51.
374 Ibidem, pp. 54, 55.
375 Hariki, op. cit. p. 14.
376 Lorenzo, op. cit. pp. 51, 191.

para estudantes universitários, haver dificuldades centradas na escrita da Matemática.

Essa contradição, no entanto, não nos surpreende depois que nossa interrogação nos trouxe dos nossos depoentes a escrita da Matemática como fenômeno estruturado em três grandes categorias, entre elas o "Letramento matemático", estabelecida como resultado da investigação obtido dos dados que revelamos dos depoentes professores e que explicitamos no capítulo onde expomos sobre os significados trazidos por esses sujeitos.

Da compreensão que buscamos da escrita da Matemática exercida na sala de aula, concluímos haver nesse espaço o encontro de diferentes possibilidades oferecidas pelos diversificados sujeitos oriundos dos variados "Campos Semânticos"[377] ou de diferentes condições de compreensão e de letramento. A própria definição de conhecimento, formalizada por Lins[378], compreendemos dar legitimidade a essa confluência de variadas compreensões na mesma sala de aula, e, por conseguinte, como compreendemos, não se pode negar que haja diferentes condições de letramento. Torna-se norma haver sujeitos convocados a uma prática da codificação escrita de noções matemáticas, sem que aportem as experiências que os habilitem.

O exame atento sobre investigações realizadas na sala de aula, como o trabalho de Zuffi[379], nos aponta que as práticas ali empreendidas estão centradas na "explicação" sobre a compreensão e o exercício sintático das regras codificadas. Essa conduta entendemos não fugir a orientações dos PCNs[380], em que a atividade escrita em Matemática é mencionada como procedimento auxiliar do cálculo mental.

Da análise dos depoimentos

[377] Lins (1999), Op. cit, pp. 75-94.
[378] Idem, Ibidem.
[379] Zuff, op. cit. Na sala de aula.
[380] PCNs, op. cit. Na sala de aula.

Com a interrogação norteadora, *"O que é isto, a escrita da Matemática*?", e conduzidos pela abordagem que empreendemos, nos dirigimos a cada um dos sete sujeitos, criteriosamente escolhidos, para nos falar da sua compreensão sobre a escrita da Matemática que vivenciam. Fizemos, como já detalhamos na introdução, perguntar ao depoente com o intento de saber como ele compreende o significado da escrita da Matemática na sua prática de ensinar e no processo de aprendizagem do seu aluno. Desse, modo obtemos os discursos dos sujeitos em respostas à nossa pergunta; esses foram analisados segundo a abordagem perseguida, iniciando na distinção e interpretação individual das falas significativas, indo às convergências, ou agrupamentos de idéias invariantes, que distinguimos por asserções que ainda articulamos em direção à categorização estruturante do conhecimento revelador do fenômeno interrogado.

Do conjunto de todas unidades significativas, podemos destacar, para a explicitação do sentido da pesquisa, um conjunto de unidades de significados[381], que colocamos sob o foco do nosso olhar, vindo a compreendê-las como centralizadoras de "regiões" de significados, onde agrupamos outras unidades. Assim, surgiram os conjuntos de idéias invariantes, os quais viemos a categorizar em três temas estruturantes do conhecimento, aos quais estamos chegando, sobre a *escrita da Matemática* nessa parte da investigação.

Na realização da linguagem na Matemática

A primeira dessas unidades diz: (2.26)[382] *"Vejo o significado da escrita como que fazendo parte da expressão do aluno e do professor também; faz parte da linguagem na prática de ensinar Matemática"*. Nossa interpretação dessa fala resulta da compreensão obtida de leituras de autores[383]

381 Como explicitado na introdução.
382 Unidade de significado 2.26, Cap. III.
383 Heidegger (2000), op. cit. p. 219; Auroux (2000), op. cit. pp. 73, 74.

que procuram conceituar a linguagem, e nos dão a *escrita* como *prática realizadora* dessa entidade, comumente presente no pensar com que concebemos a entidade Matemática presente no currículo escolar e nos modos com que realizamos as atividades na disciplina.

A segunda unidade diz: (5.10) "*A escrita serve para o aluno penetrar nos significados dos conceitos matemáticos*". Essa fala vem diretamente contribuir com nossa compreensão de que para o depoente há os conceitos e que há a escrita que nos auxilia no pensar e compreendê-los. A compreensão por esse meio entendemos ser proveniente de uma bem sucedida realização da linguagem[384], por meio da escrita, motivo pelo qual entendemos que o respectivo conjunto invariante se relaciona com a categoria "Realização da linguagem na Matemática".

O terceiro invariante articulado na mesma categorização resulta de um conjunto de falas significativas que reunimos com as unidades: (2.35) "*A escrita é importante para a linguagem formal, na qual o entendimento é mais difícil (...)*" e (7.8) "*Tem problemas que requerem cálculo (operações) e temos que usar a escrita para isso, por exemplo, quando envolve polinômios*". Essas unidades levam-nos a compreender a *escrita* como realizadora da linguagem na Matemática. A escrita, conforme dizeres de Auroux[385], aparece como prática realizadora dessa possibilidade, a linguagem.

A unidade significativa (7.15): "*A escrita (da Matemática) vai se tornar importante (para o aluno) na medida em que ela é uma tradução de uma idéia*", reuniu um conjunto de outras unidades que participam, como compreensão, da fixação do caráter de "óculo"[386] que vemos na escrita, no feito de "estar trazendo a idéia" mediante a realização de linguagem.

Associando também com o aparecimento da mesma categoria, temos o invariante centrado na idéia da necessidade da escrita para escrever os

[384] Auroux, op. cit. pp. 73, 74.
[385] Heidegger (2000), p. 219 e Auroux, op, cit. p. 73, 74.
[386] Da expressão "óculo intelectual" que utilizamos na interpretação da terceira categoria, do "Aparecimento da Matemática para o aluno".

conceitos, da unidade (7.5): "*À medida que os conceitos vão sendo trabalhados (com a exposicão oral), vamos colocando a necessidade do registro e a escrita vai aparecendo*". Compreendemos essa fala que diz que à medida que os conceitos vão se tornando mais sofisticados intelectualmente, o método oferecido pela escrita vai se tornando mais adequado e oportuno. Chegamos a dificuldades de expressão em Matemática por outras formas de realização da linguagem na Matemática, de tal sorte, que só a escrita atua. Há situações problema, como simples sistemas de equações algébricas, cuja solução, na formulação usual da álgebra, não é possível por métodos gráficos manuais, solicita métodos numéricos aproximativos por meio de programas computacionais.

O último conjunto de unidades invariantes, a compor a categoria da "Realização da linguagem na Matemática", se esclarece com duas unidades: (2.8) "*Se o aluno não associar um significado à escrita, então ele não consegue pensar no referente por meio dela*" e (2.9) "*Se o aluno não consegue pensar sobre o referente, ele reproduz a escrita que não tem significado para ele*". Essas duas unidades nos indicam que um dos significados da escrita da Matemática, para os professores que a vivenciam, é o de ela ser a associação de sinais gráficos a conceitos, que também interpretamos como de realização da linguagem.

Explicitando nossa compreensão a essa primeira categoria, temos a dizer que uma característica estruturante do fenômeno "*Escrita da Matemática*", obtida dos depoimentos dos sujeitos que a vivenciam, é ser ela uma prática gráfica realizadora da linguagem na Matemática. Isto que extraímos por interpretação das falas dos sujeitos se mostra consoante ao pensar de Heidegger[387], que tem a linguagem como constituinte da possibilidade de ser do homem. Na atividade realizadora da linguagem, a escrita atua como auxílio intelectual, revelando a própria entidade Matemática, por meio de abordagens, operações, exposição do abstrato, sedimentação dos

[387] Heidegger (2000), op. cit. p. 219.

conceitos, e dando suporte gráfico aos significados, conforme mostram os invariantes que distinguimos.

No letramento matemático

Prosseguimos a explicitação do sentido da investigação na análise dos depoimentos, agora na parte da categoria "Letramento matemático", compreendido como um aspecto do objeto interrogado, aquele que tange à alfabetização e a todo um conjunto sem fronteiras de condições que se iniciam nas primeiras manifestações gráficas e que possam conduzir o sujeito à escrita da Matemática.

Saído das relações entre fonemas e grafemas[388], o termo *letramento* nos ocorreu, em resumo do que já expusemos na interpretação da segunda categoria, como articulação de um conjunto de asserções resultantes de nossa análise das significações agrupadas, oferecidas pelos depoentes.

O primeiro grupo de unidades invariantes, que articulamos com a idéia de *letramento Matemático*, surge com a seguinte unidade de significado: (3.5) "*Não compreendendo os textos, a linguagem matemática fica muito prejudicada, porque temos que primeiro ter esse processo de entender o texto da língua portuguesa. Os professores, em geral, reconhecem essa dificuldade*". Essa fala tematiza o aprendizado da língua e traz a compreensão, que nos parece óbvia, de que primeiro o sujeito deve aprender adequadamente, a língua, que é inevitavelmente necessária para a prática da linguagem na Matemática. A Matemática buscada pelo discurso pedagógico[389] aparece no *estilo semiformal*[390], onde comungam as duas vertentes notacionais, da língua materna e das notações especiais, tornando um conjunto complexo de necessidades sintáticas, o que preenche de sentido a fala (3.5).

---

[388] Magda Soares. Letramento. Belo Horizonte: Autêntica, 2002, p. 42.
[389] Hariki, op. cit. p. 14.
[390] Lorenzo, op. cit. p. 49.

(6.5) "*Para chegar ao ponto de escrever em Matemática, há um longo caminho de construção de conceitos, de um campo conceitual*". É uma unidade que nos conduziu à compreensão, que expressamos no início dessa parte conclusiva, que se refere à escrita da Matemática ter na sua essência a própria Matemática, que lhe causa e que lhe dá a forma. Contíguo a essa, a unidade (5.14) diz que "*A escrita da Matemática está numa articulação da escrita em geral*". São duas unidades que centralizam um conjunto de outras unidades invariantes, cuja asserção, aquela que obtemos da interpretação do conjunto, diz que a "*A escrita da Matemática é compreendida a partir da construção conceitual por meio das formas comuns de comunicação*". Nossa compreensão inclui, por exemplo, que numa aula no laboratório de ensino de Matemática há o aprendizado conceitual por quaisquer empreendimentos materiais ou físicos, e tudo estará vindo em prol do *letramento* das noções aí desenvolvidas, uma vez que esta condição consiste da produção gráfica e das significações associadas, constituindo a construção do signo lingüístico[391], que é a apreensão do objeto.

O terceiro conjunto invariante do tema "*Letramento matemático*" é centrado nas idéias significativas expressas nas unidades: (2.29) "*O professor deve fazer com que o aluno escreva sobre seu mundo empírico*" e (6.14) "*O professor deve deixar o aluno falar sobre o objeto, sobre o conceito, para levá-lo a um âmbito maior de compreensão*". E a asserção: "*O professor ministra a aprendizagem da escrita da Matemática*", após leituras sobre o tema "*Letramento*" e após a interpretação das categorias, se mostra como uma das mais expressivas do *letramento* e diz atividades do professor com respeito à aprendizagem do aluno.

Após leituras sobre esse tema, de autores lingüistas falando da língua para a educação, ao atentar para falas como: (1.9) "*De certa forma o aluno passa por dois passos: estar entendendo uma certa escrita, uma certa linguagem matemática, e fazer uso dessa escrita no sentido de produzir*

[391] Saussure, op. cit. pp. 22, 23, 81.

também", ou ainda: (4.14) "*A escrita, como vemos, é muito mais ampla que o próprio ato de escrever. O ato de escrever faz parte da escrita*", vinculado ao quarto invariante da categoria "*Letramento matemático*", mostram que esses dois depoentes, particularmente qualificados e com longa vivência da escrita da Matemática, estão afirmando que, significativamente, escrever em Matemática é um ato de conhecimento e não de uma simples habilidade. O professor diz, vamos repetir, que "*o ato de escrever faz parte da escrita*", aludindo à nossa compreensão de que a escrita da Matemática, produzida, reúne mais que apenas as marcas gráficas, todas as condições que as tornam *significantes* suportes de *significados*. Dessa compreensão resultou a distinção do conjunto de invariantes como a categoria "*Letramento matemático*", idéia à qual associamos as considerações de autores lingüistas[392] sobre o termo "*letramento*", e as cinco condições características da *proficiência matemática* contidas numa compreensão sobre "*Mathematical literacy*" de Kilpatrick[393], fixadas como metas do ler e escrever em Matemática: *competência conceitual, fluência procedural, desenvolvimento estratégico para a formulações, habilidades com pensamentos lógicos, envolvimento e compreensão dos assuntos como proveitosos.*

Os professores depoentes entendem ainda que os conhecimentos relativos à produção escrita são concluídos numa fase final da aprendizagem, havendo muitas unidades que compreendem a construção conceitual, aqueles aspectos independentes do grafismo, nas etapas iniciais, chegando a haver um conjunto invariante com essa significação, que associamos ao *letramento*.

Fica também compreensível, por um vasto conjunto de unidades significativas, que os depoentes têm uma clara noção da escrita da Matemática como uma estratégia para associação de conceitos a sinais gráficos. Percorrendo as unidades centradas nessa idéia, percebemos que o significado do ensinar e do aprender é fortemente originado nesse feito, ou seja, associar

[392] Kleiman, op. cit. p. 19 e Soares, op. cit. pp. 80, 81.
[393] Kilpatrick, op. cit. pp. 101-116.

sinais gráficos a conceitos aparece como um forte centro de atenções epistemológicas para a Matemática.

No aparecimento da Matemática para o aluno

Numa articulação de cinco conjuntos invariantes, menos até que nas duas categorias que já abordamos, podem ser reunidas setenta e quatro unidades de significados que apontam para um efeito prático da escrita, que é o de fazer aparecer em si o que seria reservado apenas à intuição do sujeito. Sobre essa possibilidade, compreendemos residir o grande valor estratégico da prática do escrever em Matemática. Procurando mostrar esse aspecto é que realizamos na parte da interpretação dessa categoria o cálculo da solução real de da equação $x^2+1=0$ como parte da solução de $x^4-1=0$, e a escrita notacional envolvida revela, por uma construção sintática formal, associando sinais a conceitos, que $f \subset \{-1,\ 1\}$. Depois ainda elaboramos sintaticamente o aparecimento notacional do número complexo, com atenção especial para a fatoração $\sqrt{-|\Delta|}=\sqrt{|\Delta|}\sqrt{-1}$, cuja assunção dá existência formal à entidade número complexo. Também buscamos o "aparecimento" notacional da frase $f(nx)=nf(x)$ que caracteriza a variação proporcional entre os valores *x* e *f(x)*, o que fizemos a partir do exame lexical da noção de proporção. São episódios que nos vêm como explicitações do que aportamos com a sentença "*Aparecimento da Matemática para o aluno*", que nos veio como a assertiva dessa terceira categoria.

Entre os depoentes que nos apontam para a presença dessa possibilidade da escrita, a unidade: (4.4) "*Há conceitos que necessitam de uma escrita bem elaborada para poderem ser passados*" é uma fala que centraliza o conjunto de unidades invariantes que atribuímos à assertiva "*A escrita expõe a Matemática para o sujeito e por meio dela ele se expõe à comunidade*". Essa é uma das falas que nos guiaram para o aspecto do "aparecimento" da

Matemática por meio da escrita. Com a fala "*escrita bem elaborada*" compreendemos estar presentes os caracteres de "exato" e o de "preciso"[394].

(6.10) "*A escrita que vem do livro didático era muito mais formal, mais difícil para o aluno compreender e incorporar conceitos por meio dela*". Essa fala é uma das unidades reunidas na décima convergência, e por nossa interpretação situa-se na região central das idéias do conjunto invariante lousa-livro e, no seu fundo, vemos claramente a questão do "aparecimento da Matemática" por meio da escrita, sendo este o ponto que é "mais difícil para o aluno", e o ponto que insere o professor tradicional[395]: o "explicador". Saímos da leitura cursiva da escrita linear, onde cada palavra se põe na ordem gramatical do entendimento, e vamos à decodificação da escrita notacional não fonética, mas ideográfica, de onde devem nos "aparecer" as noções que estão depositadas nas marcas gráficas notacionais. Compreendemos que por essa "diferença" é que o depoente percebe ser "mais difícil para o aluno compreender e incorporar conceitos" por meio dessa escrita.

Outras falas como (2.42) "*A escrita do aluno é um dado muito importante para o professor (é nela que o aluno organiza seu pensamento)*" e (6.4) "*O aluno é avaliado por aquilo que apresenta na sua escrita*" são unidades de significados que também centralizam uma "região" de significados que vêm situar a escrita, no ensino e na aprendizagem da Matemática, à parte do caráter constitutivo dos objetos como *estratégia pedagógica*. Essas duas unidades numa mesma frase diriam: "*A escrita do aluno é um dado muito importante para o professor porque o aluno é avaliado por aquilo que apresenta na sua escrita*". Mas, outra fala do mesmo conjunto de unidades afirma que: (5.20) "*Infelizmente, é quase que exclusivamente nos momentos de prova que o professor pode estar observando a escrita do aluno*". E há outras unidades contíguas a esta, vindo significar que a escrita matemática do aluno deve ser objeto pedagógico de trabalho do professor,

394 Garnica (2001), op. cit. pp. 49-87.
395 Hiratsuka, op. cit. pp. 32-68.

significado que articula com todo o conjunto de invariantes que vêm na escrita o aparecimento da Matemática para o aluno.

O quarto conjunto invariante dessa terceira categoria reúne idéias em torno do cuidado com a escrita, do rigor com que a escrita deve ser produzida. Uma das fala mais características desse conjunto é: (1.19) "*O nível de rigor aparece nas correções de provas ou nos retornos dos trabalhos escritos*", nos dizendo que a correção matemática cobrada do aluno deve aparecer na sua escrita. Compreendemos vir daí um sutil significado da escrita da Matemática, que o "rigor da Matemática" é também expresso na sua correção sintática.

O último invariante dessa última categoria é o que participa em todas as categorias. Reúne unidades significativas da escrita em torno da idéia que asserimos como "*A escrita da Matemática é associação de sinais gráficos a conceitos*", cujo sentido, com o qual articulamos esse invariante com essa categoria, é fortemente o que extraímos da fala: (2.7) "*A escrita formal, simbólica, da Matemática, não é muito significante para o aluno, não atinge o aluno sobre o sentido que deve ter*", porque esse dizer evoca o sentido prático das atividades do professor e do aluno, do primeiro pela sua ocupação em estar conduzindo o aluno à compreensão do que traz a escrita; do segundo, por estar buscando responder a esse objetivo.

Essa unidade (2.7) nos traz significados que se articulam com as três categorias e se nos oferece para uma reflexão sobre todos os resultados da investigação: A "*Realização da linguagem na Matemática*", compreendida como o esforço construtivo de estar buscando os significados por meio do suporte da escrita; o "*Letramento matemático*", compreendido como o desenvolvimento de um conjunto multidimensional de condições, indo das primeiras manifestações gráficas a quaisquer aspectos ligados às atividades letradas da Matemática, e o "*Aparecimento da Matemática para o aluno*", como o visado feito prático que o sujeito experimenta ao encontrar na elaboração sintática da escrita da Matemática as noções ou objetos de referências abstratas, no que o professor pensa e trabalha com o seu aluno.

No nosso entendimento

A escrita da Matemática, conforme entendemos ao percorrermos a trajetória desta investigação, delineada a partir da nossa preocupação e da interrogação formulada, "*O que é isto, a escrita da Matemática*?", mostra-se como, ao lado do pensar e do falar oralmente, uma condição estratégica-intelectual, inicial e permanente, a que está submetido o sujeito envolvido com a aprendizagem escolar da Matemática. Desde os passos iniciais da "alfabetização Matemática", as crianças, conforme constata Danyluk, já tomam a prática do escrever como uma possibilidade tão adaptável às suas possibilidades quanto o exercício oral da linguagem, e se iniciam na escola já com uma compreensão prévia sobre "o que", "o como" e "o porquê" virão a escrever. Portanto, compreendemos que desde o início da nossa aprendizagem sobre o uso das letras ou de sinais gráficos na Matemática, visamos a materializar, nesse suporte gráfico, uma forma de realizar a linguagem em prol da nossa expressão matemática, sem qualquer resistência ou rejeição ao "ser" da prática, da sua eficácia ou quanto a nossa adaptação motora e intelectual para realizá-la. Tão logo nem nos parece ser um acontecimento externo a nosso corpo, que apenas o mantemos dominado, física e mentalmente, ligado ao nosso pensamento.

No plano simbólico das representações e das relações abstratas, conforme nossas referências do campo da linguagem, o aluno se move mais e mais a cada estágio do seu desenvolvimento, pela fala oral gramaticalmente organizada por força das regras da produção gráfica e por suas produções escritas sintaticamente rigorosas. Com os procedimentos escritos que conduzimos sob o controle da nossa "razão gráfica", estampamos no espaço plano o conhecimento que, por meio de uma "sinergia" envolvendo a própria escrita, construímos. Viemos a compreender que a escrita para a Matemática põe-se no centro da possibilidade que temos, e que é uma busca do aluno, de transformar impressões ou noções em expressões, para, como expõe Cassirer, daí transcender das formas perceptíveis e tangíveis dos objetos aos princípios intelectuais, como a abstração, na compreensão matemática.

Que o aspecto central de toda a aprendizagem é a construção de significados, que esta entidade psíquica necessita de um suporte, o significante, e que a este, no âmbito da Matemática do ensino curricular, adotamos a escrita como meio de realização, é uma compreensão que nos move. E dela vemos em outras direções. Com a escrita da Matemática, como suporte significante, nós, sujeitos do ensino e da aprendizagem matemática, conforme resultados do nosso esforço interpretativo das vivencias expressadas por nossos sujeitos, efetuamos a "*Realização da linguagem na Matemática*", como esforço construtivo de significados e de efetuar cálculos e deduções. A presença permanente da escrita como estratégia e como prática intelectual, vem requerer o "*Letramento matemático*", que estudamos e entendemos como um amplo conjunto de condições relativas ao desenvolvimento das aptidões que nos conduzem às atividades letradas dos conhecimentos em Matemática. São condições intelectuais que devem vir para o uso dos sistemas notacionais, da língua natural e da codificação matemática. Compreendemos, também, é que mediante a escrita dá-se o "*Aparecimento da Matemática para o aluno*", expressão que viemos exercer para falar da Matemática como tema obrigatório, programada no currículo escolar, preparado para ser apresentado ao aluno que chega à escola para cumprir com a aprendizagem da Matemática, constituída de conteúdos que lhe são revelados por meio das elaborações escritas. Além de estampar para o aluno a entidade "Matemática Escolar", a escrita, conforme pensamento que desenvolvemos durante a construção deste texto, dá aparecimento a aspectos de conceitos que, eminentemente, não aparecem fora da construção sintática.

Não é, porém, somente pelo "óculo intelectual" da escrita notacional da Matemática que todas as suas noções, conceitos, procedimentos, podem aparecer, pois há também conhecimentos construídos por argumentações heurística/retóricas. Os variados "*estilos matemáticos*", que são caracterizados no desenvolvimento histórico da Matemática, mostram que mesmo a escrita própria da Matemática passa por diferentes formas estilísticas de estarem aparecendo nos textos, por influências individuais de autores históricos ou até de correntes filosóficas de pensamentos

Tocante a essas compreensões entendemos que nossas três grandes categorias de significados que obtemos para a escrita da Matemática, "*Realização da linguagem na Matemática*", "*Letramento matemático*" e "*Aparecimento da Matemática para o aluno*", se completam na formação de uma grande noção do conjunto de condições oferecidas pela escrita para a relação sujeito-Matemática, e que a distinção que nesse trabalho realizamos entre essas categorias, é necessária devido ao caráter temático de cada uma delas. Tratam-se de faces pelas quais nosso objeto interrogado, "*A Escrita da Matemática*" se revela como fenômeno da vivência de sujeitos.

Nosso entendimento do papel da escrita da Matemática como prática realizadora da linguagem na Matemática, evoca a noção lingüística de que a língua, como prática da linguagem, necessita ser aprendida, e evoca também a noção de que mediante esta língua é que a codificação matemática ganha significados. A distância entre o aluno e a escrita da Matemática, que ficou referida nesse trabalho, não é física nem intelectual, mas a entendemos como a ausência das condições a serem trazidas pela formação conceitual, que na nossa compreensão já é assistida por variadas formas de realização da linguagem, e pelo *letramento matemático*. A Matemática para o aluno é apresentada como conhecimento letrado, pois que assim é que, historicamente, se adaptou a organização dos conteúdos, determinados pelos processos lógicos dedutivos, desenvolvidos mediante a manipulação sintática de sinais gráficos, com a legitimidade com que nos trazem nossas referências que à Matemática devemos a origem da escrita.

Da função da escrita como essa prática gráfica realizadora da linguagem na Matemática que tanto enfatizamos, assim falamos com palavras que emprestamos de autores do campo da linguagem, mas nossa atenção e compreensão desse aspecto como acontecimento, nasce do nosso interpretar das falas que nossos depoentes utilizaram para expressar os significados do interrogado nas suas experiências. Em nosso entendimento essa função da escrita conduz à pedagogia da Matemática, que centra na atividade do professor o domínio da aprendizagem do aluno, que, como o frisado nesse trabalho, o aluno é acompanhado por meio da sua escrita.

Da compreensão lingüística da língua como a gramática que une significantes a significados, e do que viemos a compreender da escrita como prática da língua e esta como prática da linguagem, entendemos haver dois acontecimentos relacionados ao aluno no processo de aprendizagem: produzir a escrita e associar-lhe significado. Na Matemática ensinada, que nesse momento refletimos a partir de vivências próprias e da realização do presente trabalho, há uma dinâmica no aparecimento de objetos nas elaborações gráficas e no despertar de noções agregadas ao processo de associação de sinais a conceitos que materializam a aprendizagem. Entendemos que essa dinâmica implica para o aluno uma necessidade de desdobrar-se no desenvolvimento de aptidões que transcendem à necessidade situada nas condições apenas para o aprendizado de regras calculatórias e dedutivas. O *letramento* é um aspecto que aparece nesse trabalho como uma grande categoria de significados do interrogado, não apenas por essas necessidades tão mais visíveis da aprendizagem matemática, mas por acentuadas significações pronunciadas por nossos depoentes em torno de que o reconhecimento da escrita pelo sujeito deve estar além do reconhecimento dos fonemas, no caso da escrita ordinária, e de escrita de regras de notações, no caso da escrita da Matemática; estar além da reprodução de letras, de sinais, de expressões. Entendemos que esse reconhecimento caminha na direção de atingir a condição de produzir textos que fixam o discurso significativo.

Das simples noções, ao níveil dos sentimentos, à representações letradas dos objetos abstratos em Matemática, o caminho apontado por nosso trabalho é, portanto, o da realização da linguagem mediante o *letramento*. E, com nosso olhar para pontos de estudos da linguagem na filosofia, na lingüística, na própria Matemática, e, daí interpretando falas de sujeitos sobre suas vivências com o interrogado, compreendemos que as condições do sujeito assentadas nessas realizações possibilitam-lhe a relação produtiva com a Matemática. Nossa última grande categoria de significados nos mostra esse terminante aspecto do fenômeno. Não só para registrar, comunicar, codificar, mas a escrita propicia o próprio "aparecimento" de aspectos intelectuais de entes da prática matemática, como vimos na forma original dos números complexos, na escrita operacional da noção de proporção, e como julgamos podermos ver em infindáveis episódios que poderíamos passar a mencionar. O benefício atual dessa compreensão nos acontece ao atingirmos o sentido globalizante da construção cognitiva que compreendemos haver no movimento intelectual que realizamos das noções informais às representações mais elaboradas na codificação gráfica de entidades matemáticas, por meio da nossa possibilidade de linguagem: da sua realização mediante a escrita, conduzida pelas aptidões desenvolvidas no *letramento*, que culmina com o "aparecimento" à nossa "razão gráfica" de aspectos matemáticos aparentemente interditados às nossas outras possibilidades de representação.

Referências Bibliográficas

ALCALÁ, Manoel. La construcción del lenguaje matemático. Barcelona (Espanha): Graó, 2001.

AMORA, A. Soares. Introdução à teoria literária. São Paulo: Cultrix, 1992.

ARAUJO, R. M. O. O lógico-matemático e a expressão verbal em atividades do PROEPE. In: Monteiro, R. A. (org). Fazendo e Aprendendo Pesquisa Qualitativa em Educação. Juiz de Fora: UFJF, 1998, pp. 209-233.

AUROUX, S. A revolução tecnológica da gramatização. São Paulo: UNICAMP, 1992.

AUROUX, Sylvain. Filosofia da linguagem. São Paulo: UNICAP, 2000.

BACHELARD, G. O Novo Espírito Científico. São Paulo: Abril Cultural (Pensadores), 1978.

BEAINI, T. C. A escuta do silêncio: um estudo sobre a linguagem no pensamento de Heidegger. São Paulo: Cortez, 1981.

BICUDO, M. A. V. Sobre a Origem da Geometria. In: Cadernos da Sociedade de estudos e Pesquisa Qualitativos – volume 1. São Paulo: SE&PQ, 1990, pp. 49-72.

BICUDO, M. A. V. A compreensão do simbólico na Educação Matemática. In: PGEM/UNESP-Rio Claro. BOLEMA nº 10, 1994, pp. 1-10.

BICUDO, M. A. V. A contribuição da fenomenologia à educação. In: Bicudo, M. A. V; Cappelletti, I. F. (orgs). Fenomenologia – uma visão abrangente da educação. São Paulo: Olho d'Água, 1999, pp. 11-51.

BICUDO, M. A. V. Fenomenologia - confrontos e avanços. São Paulo: Cortez, 2000.

BICUDO, M. A. V. Fundamentos de orientação educacional. São Paulo: Saraiva, 1978.

BLIKSTEIN, I. Kaspar Hauser ou a fabricação da realidade. São Paulo: Cultrix, 1983.

BOGDAN, R. e BIKLEN, S. Investigação Qualitativa em Educação. Porto (Portugal): Porto Editora, 1994.

BOUQUET, Simon. Introdução à leitura de Saussure. São Paulo: Cultrix, 2000.

BRUGGER, Walter. Dicionário de Filosofia. São Paulo: Herder (2ª ed.), 1969.

BURTON, Martha B. Attempting Mathematics in a Meaningless Language. In: Andrew Sterrett (edit.). Using Writing to Teach Mathematics. USA: Mathematical Association of America, 1992, pp. 57-62.

CARAÇA, B. J. Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa (Portugal): Livraria Sá da Costa Editora, 1989, pp. 49-63.

CARVALHO, Bejamim de A. Desenho Geométrico. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1993.

CASSIRER, Ernest. Ensaios sobre o homem. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

CASSIRER, Ernest. Filosofia das formas simbólicas. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

CHEVERGHESE JOSEPH, G. La Cresta Del Povo Real – las matematicas y sus raices no europeas. Madrid: Ediciones Pirámides, 1996.

CONDILLAC, Étienne Bonnot de. A língua dos cálculos. In: Coleção "Os Pensadores", vol. 27. São Paulo: Nova Cultural, 1974, pp. 141-164.

COPI, Irvin Marmer. Introdução à lógica. São Paulo: Mestre Jou, 1978.

DANILUKY, Ocsana Sônia. Alfabetização Matemática – as primeiras manifestações da escrita infantil. Rio Grande do Sul: Sulina & EDIUPF, 1998.

DAVIS, P., J.; HERSH, R. A Experiência Matemática. Rio de Janeiro, 1989.

DERRIDA, Jacques. Gramatologia. São Paulo: Perspectiva, 1999.

DERRIDA, Jacques. A escrita e a diferença. São Paulo: Perspectiva, 1995.

DETONI, Adlai. Investigação acerca do espaço como modo da existência e da geometria que ocorre no pré-reflexivo. Rio Claro: UNESP, 2000. Tese de doutorado.

DEVLIN, K. The language of mathematics – making the invisible. New York: W. H. Freeman and Company, 2000.

DUCROT, O.; TODOROV, T. Dicionário enciclopédico das ciências da linguagem. São Paulo: Perspectiva, 2001.

BERNARDO, M. V. C. (Org.). Formação do Professor: atualizando o debate. São Paulo: Educ, 1989.

EUCLID. The Therteen Books of the Elements - comentary by Thomas L. Heath. New York: Dover Publicatins.

FERREIRO, Emilia. Reflexões sobre alfabetização. São Paulo: Cortez, 1985.

FREGE, Johann Gottlob. Os fundamentos da aritmética: uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número. In: coleção “Os Pensadores”. São Paulo: Nova Cultural, 1974, pp. 201-249.

GARNICA, A. V. M. É necessário ser preciso? É preciso ser exato? – um estudo sobre argumentação matemática ou uma investigação sobre a possibilidade de investigação. In: Cury, H. N. Formação de Professores de Matemática: uma visão multifacetada. Rio Grande do Sul: EDIPUCRS, 2001, pp. 49-87.

GARNICA, A. V. M. Educação Matemática, paradigmas, prova rigorosa e formação de professores. In: Bicudo, M. A. V.; Cappelletti, I. F. (orgs). Fenomenologia – uma visão abrangente de educação. São Paulo: Olho d'Água, 1999.

GARNICA, A. V. M. Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de matemática. Rio Claro: UNESP, Tese de doutorado, 1995.

GARNICA, A. V. M. A Interpretação e o Fazer do Professor: possibilidades de um trabalho hermenêutico em Educação Matemática. Dissertação de Mestrado. Rio Claro: UNESP, 1992.

GIACOMO MANO, A. A Filosofia da Matemática. Lisboa: edições 70, sem data.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: Teberosky. A.; Tolchinsky, L. (orgs). Além da alfabetização. São Paulo: Ática, 1996, pp. 257-281.

GONÇALVES, C. H. B. Os Livros Aritméticos de Euclides. Rio Claro: UNESP. Tese de Doutorado, 1997.

GRANGER, Gilles Gaston. Filosofia do estilo. São Paulo: Perspectiva, 1974.

HARIKI, Seiji. Analysis of Mathematical Discurse: Multiple Perspectives. Inglaterra: University of Sauthampton, 1992. Tese de doutorado.

HAVELOCK, Eric. A revolução da escrita na Grécia e suas conseqüências culturais. São Paulo: UNESP/Paz e Terra, 1984.

HEATH, Thomas. A History of Greek Mathematics, Vl. 1. New York: Dover Publications, 1981.

HEIDEGGER, Martin. Ser e Tempo. Petrópolis/Rio de Janeiro: Vozes, 2000.

HESSEN, J. Teoria do Conhecimento. Coleção Stvdivm. Tradução de António Correia. Coimbra (Portugal): Arménio Amado, Editor (1925)1960.

HINTIKKA, M. B.; HINTIKKA, J. Uma investigação sobre Wittgenstein. São Paulo: Papirus, 1994.

HIRATSUKA, Paulo Isamo. A Vivência da Experiência da Mudança da Prática de Ensino de Matemática. UNESP - Rio Claro: Tese de Doutorado, 2003, pp. 32-68.

HJELMESLEV, Louis. Prolegômenos a uma teoria da linguagem. São Paulo: Perspectiva, 1975.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. S.; FRANCO, F. M. Dicionário da língua portuguesa. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

HUISMAN, Denis. Dicionário de Obras Filosóficas. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

HUSSERL, Edmund. Investigações lógicas 1. Madrid: Alianza Editorial, 1982.

IFRAH, Georges. Os Números – a história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 1998.

IFRAH, Georges. História Universal dos Algarismos (Tomo 1). Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

JAEGER, Werner. PAIDEIA - a formaçãodo homem grego. Lisboa (Portugal): tradução grego-inglês em 1936. pp. 3, 322, 323, 340, 341.

KAMII, C.; DECLARK, G. Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget. São Paulo: Papirus, 1986.

KATO, Mary A. No mundo da escrita – uma perspectiva psicolingüística. São Paulo: Ática, 1990.

KATZ, Victor J. A Histhory of Mathematics. New York: Harper College Publishers, 19993.

KILPATRICK, Jeremy. Understanding Mathematical Literacy: the contribution of research. In: Educatinal Estudies in Mathematics. Volume 47. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 2002, pp. 101-116.

KLEIMAN, Angela B. (Org.). Os Significados do Letramento. Campinas: Mercado das Letras. 2001.

KLEIN, Jacob. Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra. New York: Dover Publications, 1992.

KLUTH, Verilda, S. Do significado da interrogação para a investigação em Educação Matemática. In: BOLEMA 15, ano 14. Rio Claro: UNESP, 2001, pp. 96-82

LABORDE, Colette. Deux Codes em Interaction Dans L'Enseignement Mathematique: Langue Naturalle et Escriture Symbolique. In: Recherches em Didatique des Mathématiques, Vol. 4.2. França, 1983.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. A Matemática do Ensino Médio - Volume 1. Rio de Janeiro: SBM, 1997.

LINS, Rômulo Campos. Porque discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (org). Pesquisa em Educação Matemática – concepções e perspectivas. São Paulo: Olho d'Água, 1999, pp. 75-94.

LOPEZ, Jairo. A. Livro Didático de Matemática: concepções, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática. UNICAP. Tese de Doutorado, 2000.

LORENZO, J. Introdución al Estilo Matemático. Madrid (Espanha): Tecnos, 1989.

LURIA, A. R. O desenvolvimento da escrita na criança. In: Vygotsky, L. S.; Luria, A. R.; Leontiev, A. N. (orgs). Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. São Paulo: Icone, 1992, pp. 143-189.

MACHADO, A. P. Abstração. In: Anais do V EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Pós Graduação em Educação Matemática. São Paulo: PUCSP, 2001, pp. 66-72.

MACHADO, N. J. Matemática e língua materna – análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1990.

MARTINS, Joel; BOEMER; M. R.; FERRAZ, C. A. A Fenomenologia como Alternativa Metodológica para Pesquisa - Algumas Considerações. In: Cadernos da Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos - volume 1. São Paulo: SE&PQ, 1990, pp. 33-47.

MEC. Planos Curriculares Nacionais (PCNs) - Ensino Fundamental. Secretaria de Ensino Fundamenal (SEF), 1998.

MEC. Planos Curiculares Nacionais (PCNs) - Ensino Médio. Secretaria de Educação Média e Tecnologia, 1999.

MENEGHETTI, Renata C. G. A transposição didática dos cardinais e ordinais: relação ensino e ciência. In: PGEM/UNESP-Rio Claro. BOLEMA nº 13, 1999.

MERLEAU-PONTU, Maurice. Fenomenologia da percepção. São Paulo: Martins Fontes, 1996.

MERLEAU-PONTY, Maurice. Signos. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

MERLEAU-PONTY, Maurice. O Homem e a Comunicação – a prosa do mundo. Rio de Janeiro: Edições Bloch, 1974.

MOISE, Edwin E.; Downs, Floyd L. Geometria Moderna, parte I. São Paulo: Universidade de Brasília; Blücher Ltda, 1971.

MOURA, M. O. A construção do signo numérico em situação de ensino. São Paulo: USP, 1992. Tese de doutorado.

OLIVEIRA, J. B. A. Construtivismo e alfabetização: um casamento que não deu certo. In: Ensaio - Avaliação e Políticas Públicas em Educação, Vol. 35. Rio de Janeiro: Fundação CESGRANRIO, 2000.

OLIVEIRA, J. B. A. Construtivismo e alfabetização: um casamento que não deu certo. In: Ensaio - Avaliação e políticas Públicas em Educação N. 35, V. 10, Rio de Janeiro: Fundação CESGRANRIO, 2002, pp. 161-200.

OLIVEIRA, Rosana de. Pensando algebricamente antes da 7ª série: uma outra perspectiva sobre a construção do conhecimento. In: Boletim GEPEM, nº 34, ISSN 0104 - 9739, Rio de Janeiro: GEPEM, 1998, pp. 82-107.

PEREZ, G. Ensino – Aprendizagem de Matemática: aspectos psicológicos e sociológicos. Relatórios Internos nº 09/92, Departamento de Matemática. São Paulo: UNESP/RC, 1992.

POWELL, Arthur B. e LÓPEZ, José A. A Escrita como Veículo de Aprendizagem da matemática. In: Boletim GEPEM, nº 33, ISSN 0104-9734, Rio de Janeiro: GEPEM, 1995. pp. 9-41.

RICOEUR, Paul. Teoria da Interpretação – o discurso e o excesso da significação. Lisboa: edições 70, 1987.

RISHEL, Thomas W. Writing the Math Classroon; Math in the Writing Class or, How I Spent My Summer vocation. In: Sterret, Andrew (editor). Using Writing to Teach Mahtematics. USA: Mathematical Associatinos of America, 1992, pp. 30-33.

ROCHA, M. A. C. Aprender: como "Aquisição de Aptidão" segundo Merleau-Ponty. In: Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos. Caderno 2. São Paulo: SE&PQ, 1991. pp. 113-121.

RUSSELL, Bertrand. Introdução à Filosofia Matemática. Rio de Janeiro: Zahar, 1974.

SAD, Lígia Arantes. Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos. Rio Claro: UNESP, Tese de Doutorado, 1998.

SAMESHIMA, Dumara, C. T. Avaliação da Aprendizagem Matemática da Perspectiva do Professor. Rio Claro: UNESP, Dissertação de Mestrado, 1995, pp. 56-189.

SAUSSURE, Ferdinand. Curso de lingüística geral. São Paulo: Cultrix, 1987.

SIPKA, Timothy. Writing in Mathematics. A plethora of Possiilities. In: Sterrett, A. (editor). Using Writing to Teach Mathematices. USA: Mathematical Association of America, 1992, pp. 11-14.

SOARES, Magda. Letramento - um tema em três gêneros. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

SOARES, M. T. Carneiro. Matemática Escolar: a tensão entre o discurso científico e o pedagógico na ação do professor. São Paulo: USP, 1995. Tese de doutorado.

STEHNEY, Ann K. Mathematicians Write; Mathematics Estudents Should Too. In: Sterrett, A. (editor). Using Writing to Teach Mathematices. USA: Mathematical Association of America, 1992, pp. 26-29.

STING, Stephan. Escritura y Educación - una integración no determinista en el horizonte de la cultura conteporánea de la escritura. In:EDUCACIÓN. Volume 59, Alemania: I. W. Zusammenarbet, 1999, pp. 55-65.

TEBEROSKY, Ana. "Para que aprender a escrever?". In: Teberosky, A; Tolchinsky, L. (orgs). Além da alfabetização. São Paulo: Ática, 1996, pp. 19-34.

TEBEROSKY, Ana. Aprendendo a escrever: perspectivas e implicações educacionais. São Paulo: Ática, 2000.

TEBEROSKY, Ana. Compor textos. In: Teberosky, A.; Tolchinsky, L. (orgs). Além da alfabetização. São Paulo, 1996, pp. 85-115.

TEBEROSKY, Ana.; TOLCHINSKY, L. Além da alfabetização. In: Teberosky, A.; Tolchinsky, L. (orgs). Além da alfabetização. São Paulo: Ática, 1996. pp. 7-18.

TODOROV, Tzvetan. Os gêneros do discurso. São Paulo: Martins Fontes, 1980.

TOLCHINSKY, L. Aprendizagem da linguagem escrita: processos evolutivos e implicações didáticas. São Paulo: Ática, 1998.

VERGANI, T. Matemática & Linguagen(s) - olhares interativos e transculturais. Lisboa (Portugal): Pandora, 2002.

VON ZUBEN, Newton Aquiles. Sala de Aula: da angústia de labirinto à função da liberdade. In: Morais, Régis de (org). Sala de Aula: que espaço é esse?. São Paulo: Papirus, 1988, pp. 123-129.

WEDBERG, Aners. Plato's Philosophy of mathematics. USA, Boston: Birkäuser, 1982.

ZUFFI, E. M. O tema "funções" e a linguagem matemática de professores do ensino médio por uma aprendizagem de significados. São Paulo: USP, Tese de doutorado, 1999.

Anexo

Do significado da escrita da Matemática no discurso dos sujeitos da pesquisa

Neste anexo apresentamos as transcrições dos depoimentos obtidos dos professores entrevistados, o que constitui o conjunto de dados da investigação. Essas transcrições são, portanto, nosso acesso ao interrogado. Conforme Martins[396], esse é um procedimento usual, no enfoque fenomenológico, para obtermos evidências das experiências situadas nos sujeitos. Segundo esse autor, devemos iniciar a investigação pela busca de um campo perceptual que nos ofereça a todo momento os aspectos da experiência que nos impressionam. Buscamos esse campo nas vivências de sete professores, que os encontramos, alguns ocasionalmente e outros ocasionados pela busca, mas todos dirigimos pela razão comum de poderem contribuir com nossa interrogação. E os fizeram com seus depoimentos quando lhes apresentamos a seguinte pergunta:

> *Como você vê o significado da escrita da Matemática na sua prática de ensinar Matemática, e como você entende o significado da escrita da Matemática no processo de aprendizagem do seu aluno*?

[396] Martins (1990), op. cit. p. 42.

DEPOIMENTO 1

Acho que a questão da escrita, não é? ela é fundamental, pelos menos aqui na..., na nossa pratica científica do ocidente; porque, primeiro

1.1 a escrita, eu acho isso desde a época da escola, ela serve realmente como uma maneira de se reorganizar ou de organizar, vamos dizer assim, o pensamento.

Quando eu falo a escrita eu estou pensando também na..., na questão da fala, não é? a fala tem uma função que é uma questão do próprio pensamento, mesmo porque ela pressupões um certo tipo de linearidade que a ..., o pensamento necessariamente não está preso, e a escrita é muito mais ainda, não é? por mais que pense hoje em toda essa parafernália do..., do hipertexto, está certo? a gente pensar na questão do hipertexto, a gente percebe

1.2 a escrita, é..., ela tem um sentido bem linear, não é? de encadeamento seqüencial de idéias, não é?

um pouco diferente do que..., do que a gente poderia pensar que necessariamente o pensamento em si possa..., possa funcionar.

1.3 E como toda ciência, não é? e..., seja na produção dela, ela pressupõe comunicação; o indivíduo não produz sozinho, e mesmo que ele produza sozinho, está certo? de uma outra forma aquele produto só é tido como ciência na medida que a comunidade diga que aquilo é ciência ou não, não é?

então ele depende de uma comunidade para dizer isso, ele precisa ter uma forma de comunicar isso à sociedade, não é? e dessa forma essa comunicação, ela poderia se dar meramente por um discurso..., pela fala, não é? mas é..., de certa forma ela se perpetua muito mais numa escrita do que numa fala. Então, de certa forma a ciência tem que se adequar a isso, ela queira ou não queria, não é? ela constrói um tipo de discurso, tenta construir um tipo de discurso que preste a seus propósitos. Então, esse tipo de discurso, não é? ele é composto de um certo vocabulário, um..., esse vocabulário pode ser simples, etc. não tem detalhe..., eu não quero sistematizar essa idéia essa idéia não é? mas composta de palavras, às vezes palavras da linguagem..., da nossa língua mesmo, não é? com significado às vezes um pouco mais preciso do que o significado diário ou comum, e de símbolos, está certo? que tenham um significado ainda mais preciso ainda, não é? de uso, não é? (umas duas palavras incompreensíveis) e..., essa linguagem é essa linguagem que serve como comunicação que na realidade acaba estruturando a própria maneira de pensar. A linguagem que você estrutura, ao mesmo tempo que ela é instrumento de comunicação mesmo, ela é instrumento dessa própria maneira de trabalhar. Então,

1.4 a produção matemática independente da questão da sala de aula, não é? há diversos pontos onde a introdução de certas simbologias, está certo? facilitou o descobrimento de certos resultados, caso por exemplo da própria simbologia do..., do..., do caso do cálculo, não é? a questão da derivada, não é? Newton usava ponto, usava..., Leibniz usava aquele dy/dx, não é? essas coisas, por exemplo, tem um..., uma maneira de funcionar, porque você pode operar, e a regra da cadeia é um exemplo;

isso como se fosse, por exemplo, como fração, funciona como produto de frações, funciona como produto de frações. Então ai você já tem a introdução de uma certa..., é...,uma linguagem, não é? um caso..., uma certa simbologia, não é? de uma certa simbologia para comunicar certos resultados, mas que ao mesmo tempo que faz isso ela..., ele..., é..., ela implicando na possibilidade de você manipular isso, não é? independente de você..., é..., estar fazendo demonstrações no seu sentido mais..., mais preciso da matemática; manipula como se fosse fração e isso gera uma série de teoremas que você pode demonstrar; então isso mostra ainda que a introdução de certas linguagens, de uma linguagem própria, pode inclusive ajudar a produzir matemática. Mas ao mesmo tempo que pode inclusive a ajudar a produzir matemática, ela pode impedir que você também avance, não é? avanço ou generaliza idéia também, funciona como um limite. Então, acho que na produção matemática isso é importante. E olha, muito mais ainda numa atividade onde você pressupõe um indivíduo que vai aprender alguma coisa, não é? é..., ele vai aprender alguma coisa de que forma?**.** Mesmo que seja sozinho na leitura de um texto, está certo? na leitura de um texto, ele é...,

1.5	precisa, não é? ou de um texto escrito ou falado, estar ouvindo, não é? mas de qualquer maneira ele pressupõe uma certa escrita, não é? um certo tipo de escrita, não é? é..., que sirva como um certo elo de comunicação ai;

não vou nem discutir este tipo de problema dessa comunicação, mas é..., essa escrita,

1.6	essa escrita também ao mesmo tempo que pode facilitar essa comunicação, ela é impeditiva também de..., de..., impede que outras coisas sejam comunicadas, quero dizer..., a linguagem também tem limitações; ela também introduz limitações além de introduzir também certas facilidades. É..., no processo de aprendizagem onde você tem a presença de um professor, não é? a presença de um professor..., a questão não muda muito; o que muda é a possibilidade desse professor, enquanto é..., funcionar como um a gente ali dentro; ele consciente que..., desse problema da escrita, dos limites que a escrita impões, está certo? para comunicar, quero dizer, para comunicar idéias, a função dele muda um pouquinho porque seja ou a escrita ou comunicação oral mesmo, porque tem que é..., jogar com problemas, não é? com problemas que aparece toda a escrita, que é a interpretação,

quero dizer, essa linguagem tenta mediar, está certo? uma certa idéia ou..., ou outros conceitos que em princípio estaria com..., com a cabeça de um certo indivíduo para um outro indivíduo, está certo? agora, ela pode nessa tentativa de estar mediando, está certo? ela normalmente, normalmente leva a construções. Às vezes a matemática..., a matemática tenta resolver isso com definições mais precisas destituídas de sentidos e de significados dos símbolos que estão envolvidos, não é? a exemplo disso, definição de continuidade em termos de épsilons e deltas e outros. Mas

1.7	num trabalho de aprendizagem o sentido ou o significado dependendo se você separa essas duas palavras ou não, esses jogam um papel importantíssimo, importantíssimo. Na aprendizagem então ele é importante, atribuir é..., significado é a função que se faz o tempo todo; o indivíduo que aprende ele atribui significado para as coisas. E ai a função do professor em lidar com esse.., com equação, seja com a linguagem escrita ou a falada, está certo? ele é importantíssimo, está certo? é ele quem tem a possibilidade de mediar, está certo? esse processo.
1.8	É..., eu não separaria entre a escrita da matemática na prática do professor estar ligada à..., à escrita na aprendizagem do aluno.

Note que

1.9	o aluno de certa forma também ele passa por dois passos, vamos dizer assim, se é que se separa esse passo. Agora, em princípio pode ser assim um primeiro passo, está certo? é um passo..., vamos dizer assim, é um passo dele estar entendendo uma certa escrita, uma certa linguagem, não é? matemática, ou seja, matemática. A outra é ele ter a possibilidade de fazer uso dessa linguagem, não é? mas de produzir desta forma também.

Ë igualzinho o fato de você aprender uma língua; você escuta e entende mas não fala, está certo? ou escuta e entende mas não escreve, está certo? tem a dificuldade de se comunicar, não é? dentro dessa linguagem; então eu acho que o professor é essencial dentro desse processo, é essencial nesse processo. E a matemática é mais ainda, não é? pela quantidade de símbolos e palavras de uso bem restrito dos significados que fogem completamente à.., ao significado original, não é? então eu acho que a função do professor é importante.

1.10 Meu trabalho centra muito em cima da linguagem, não é? mas só que está centrado não tanto na escrita, eu acho que a escrita já é um passo mais final no processo, mas na fala, está certo?

1.11 na fala, está certo? Tão central é..., que o indivíduo para aprender realmente ele tem que falar.

O trabalho do professor fica mais centrado na fala.

1.12 Há o trabalho escrito, o aluno lida com o texto escrito, está certo? seja com atividade que eu proponho, não é? que eu elabore, ou seja as atividades que estão no próprio livro texto;

ele de certa forma lida com texto escrito, não é ? e

1.13 eu trabalho também a questão da leitura do texto escrito, a leitura de um texto, de um texto matemático eu trabalho também. Mas o processo de dinâmica de sala de aula, na maioria das vezes, no primeiro momento se centra em cima da fala..., da fala. Por que? é..., se centrar em cima da escrita, a escrita já é um passo seguinte, está certo? a escrita pressupõe uma síntese que a linguagem falada necessariamente não pressupõe;

a escrita é mais linear que a linguagem falada; qualquer comunicação já pressupõe uma certa linearidade na linguagem, mas a escrita ele te impõe uma certa linearidade, está claro? que a fala necessariamente não te impõe. Então, acho que falar é importante; o indivíduo passa primeiro num processo de aprendizagem, de matemática principalmente, não é? eu acho um processo primeiro de fala e depois um processo de escrita; acho que nesse caso a fala é importante, ela é a primeira organizadora do pensamento, está certo? O indivíduo se organiza pela fala, está certo? e num passo seguinte, ai ele pode se organizar também na escrita, mas o primeiro passo é de uma organização pela fala; principalmente quando o indivíduo está numa organização interna, o interna, o indivíduo que faça pergunta para si mesmo, não é?, mesmo que sua pergunta não seja: olha Marcos, agora..., como você fez, não é? mas ao mesmo tempo.... Mas, aí quando eu falo, na fala eu lido não com a fala do professor, mas com a fala do aluno; a idéia do quem fala é o aluno, e não quem fala é o professor. Se a fala, ela serve como uma organizadora de conhecimento, e como organizadora é necessária para o indivíduo fazer uma certa reflexão, está certo? o indivíduo é que vai organizar um certo conhecimento para a partir daí fazer uma certa reflexão, é ele que precisa falar, e dentro de uma situação de aprendizagem, quem está nesta situação é o aluno; não é o professor; não que o professor não saiba, mas só que ele não precisa ou pelo menos não se pressupõe que seja ele que naquele curso precise fazer isto, mas sim o aluno; por isso que o central deve ser a fala..., a fala do aluno. Agora, isto é um fator complicador porque você, nunca fala, nem todo mundo fala, as pessoas não falam em um grupo grande, algumas pessoas não se envergonham de falar em um grupo grande; é.., falar um de vez; e

1.14 falar um de vez em um grupo grande, isso é impossível, numa sala de trinta alunos, se cada um fala por vez, se cada um falar quatro minutos numa aula, está certo? são cento e vinte minutos, está certo? então num certo sentido isto é impraticável feito num grupo desse tamanho. Então a tentativa é dividir a sala em grupos pequenos, em trabalhos em grupo, opnde o indivíduo primeiro fala num grupo menor, isto possibilita mais que ele fala; num primeiro passo é uma linguagem que então ele fala. A partir daí, dessa atividade que ele fala, dão um retorno para mim, de forma escrita, está certo? essa interação entre essa atividade que eles entregam para mim de forma escrita, é lógico, eu estou discutindo com o grupo, tirando dúvidas do grupo, que tem assim, quatro pessoas sentadas trabalhando, a dúvida é a dúvida dos quatro, porque aquela dúvida que é a dúvida de uma só pessoa não é a dúvida do grupo, está certo? se a dúvida é só de um, os outros do grupo pode tirar essa dúvida dele. E..., ai há uma interação com o trabalho, eles me entregam uma conclusão escrita e eu devolvo para eles, escrito.

Normalmente eu não escrevo muito, às vezes faço uma observação, mas normalmente minhas observações tendem a ser curtas: não entendi, não está bom... e cabe a eles voltarem, lerem o que escreveu, está certo? e tentar descobrir num primeiro momento, qual é o problema. Não vou dizer: olha, aqui não está correto, está certo? ai eles vão ler aquilo, vão tentar descobrir..., é lógico, vão ter a oportunidade de me chamar e têm até a possibilidade de ignorar, não é? mas eles devem refazer aquilo e estar me devolvendo o trabalho escrito. Então, dessa maneira eu, é..., tento fazer com que eles também se organizem, primeiro na discussão, na fala, na solução no grupo, e depois, não é? na passagem daquela discussão à solução ou apenas a discussão daquilo escrito, está certo?

1.15 Ele (o texto escrito produzido pelo aluno) tem duas funções; olha, uma..., tem uma função de ter uma idéia mais ou menos de como eles estão caminhado, está certo? e se eles estão caminhado de acordo com o que eu inicialmente penso;

é lógico, você dá atividade, você tem objetivos com a atividade; então você espera que o indivíduo ao fazer aquelas atividades, caminhem em certas direções, não é? essa é uma função, está certo?

1.16 isso dá para mim uma idéia de como é que eu tenho que trilhar, se mudo de direção ou não mudo; mais a curto prazo, não é? porque isto pode ser feito praticamente aula-a-aula, está certo? por outro lado, para o aluno, ele (o retorno escrito) dá uma outra, que é dizer para o aluno que se ele olhar bem, qual é o nível de rigor escrito que eu exijo dele.

Eu quero dizer o seguinte, que o rigor na matemática ele é necessário; o rigor ele é uma questão de uma certa comunidade; o rigor que se exige é questão de uma certa comunidade. Então,

1.17	o rigor com que o aluno deva a imprimir a seus escritos numa sala de aula, ela depende do professor na comunidade,

depende muito do professor; alguns exige maior rigor ou menor rigor; eu mesmo me comporto assim dependendo do curso;

1.18	ao longo do curso eu mudo esse rigor de escrita dele; exijo o que? exijo cada vez mais um maior rigor de escrita; agora isto é negociado, o aluno não tem parâmetro para dizer, e nem eu posso listar quais são as características desse rigor. Não posso dizer: seja claro. Ora, seja claro depende do... para quem você diz, está certo? e o nível de clareza é nível de detalhe, está certo?

isso é... tem que ser negociado, acho que se permite que negocie isto, está certo? além do que eu posso estar com isso levando a um nível de escrita do aluno que eu acho que é..., é necessário. Então, trabalhos tradicionais não permitem isso, não permite que o aluno tenha essa possibilidade. Por exemplo, o aluno pergunta para mim, é... se eu estou trabalhando dentro desse tipo de trabalho: Professor, como eu sei

1.19	qual o rigor com que você vai corrigir? Eu falo, só tem um jeito, está certo? ou você pega na primeira prova, olha o que você fez e ai você vai comparar e fala: olha ele é muito rigoroso porque ele.., eu não fiz tal detalhe e então não considerou, considerou menos, etc. tem essa possibilidade; a outra possibilidade é durante o curso, está certo? você está tendo retorno nos trabalhos feitos em sala de aula. Se o aluno não fizer ou não me entregar, eu não vou reclamar, está certo?

ou ele vai perder nota porque ele não entregou, está certo? ou então eu não avalio o exercício resolvido, a atividade é..., realizada, não é? e portanto ele poderia simplesmente não entregar, isso não vai ter influência, por exemplo, no processo de aprovação dele ou não, mas para ele é interessante que ele faça isso, não é? eu posso negociar o nível de rigor que eu quero ou que exijo disso e posso estar fazendo isso paulatinamente, não é? vou aumentando cada vez mais, fazendo observações de tal maneira que eles tenham um certo nível de..., de exigência, não é? que satisfaça um nível de exigência que eu acho razoável. (Para você constatar que o aluno construiu aqueles conceitos, é mais válido para você as expressões dele por escrito ou outras formas de expressão? – perguntou o entrevistador) Olha, dizendo o entrevistado, essa é uma questão que não é tão simples. Eu acho que não é possível eu entrar na cabeça de uma pessoa. Então não adianta eu ouvir: eu sei isso; não adianta ele dizer isso para mim; ele tem que dizer para mim, de alguma forma, como é que ele vai mostrar que ele sabe! Não é bastando dizer que ele sabe!

1.20	Essa relação não é uma relação de confiança que eu confio em você, está certo? você disse que sabe então você sabe; ele coloca nisso, esse é o processo, percebe? Avaliação é fazer isso, está certo? dizer se o aluno sabe ou não sabe, só se a avaliação..., no fundo ele faz isso, não é? agora ele tem que fazer isso de alguma forma. É..., a forma escrita é uma possibilidade de avaliação. Se pode avaliar de outro jeito? pode.

Agora, se a avaliação é da forma escrita, ele tem que fazer isso de forma, na forma escrita. É lógico que ai entra um pequeno problema, o problema do rigor de exigência e ai mesmo na correção de provas, muitas vezes em questões que eu tenho duvida sobre o que ele fez eu coloco uma interrogação e ai ele é..., é.., eu pergunto: o que você fez aqui? Eu não vou também dizer para ele, olha aqui não está bom, lá não está bom, que não sei o que. Há possibilidade de uma certa comunicação nesse caso ai, mas a escrita acaba sendo central ai, acaba sendo central. Então

1.21	ele vai ter que se organizar pela escrita. Ele está se preparando para se comunicar com uma comunidade depois, com outros da mesma forma; ele não está se preparando para se comunicar só comigo; esse é outro ponto.

A escrita, ela permite linearizar um discurso..., pressupõe, é..., pressupõe é realmente uma forma de organização que te força, força a pensar sobre o que você está fazendo; força mesmo. Então eu acho que tentar escrever suas idéias, ela ajuda a pensar a respeito, ajuda a pensar mesmo, ela te obriga a pensar bem delas, a colocá-las numa certa seqüência, está certo? você pode até falar: não ficou bom, não é? isso tem certas dificuldades e tal, mas ela..., é organizadora.

1.22	Pelo tipo de ciência que a gente faz e pelo tipo de lógica que está por traz dessa ciência, está certo? ainda a escrita , não é? e a fala, está certo? elas são altamente organizadoras.
1.23	Não sei se num outro tipo de sociedade, noutra maneira de pensar pudesse ser diferente, mas acho que a nossa sociedade aqui, ocidental, vamos dizer assim, a matemática não é de outra forma.

DEPOIMENTO 2

2.1 A Escrita da Matemática é assim ..., uma etapa necessária, tá?

Mas eu acho que não concordo..., por exemplo, assim..., se você..., é..., porque eu acho assim, tudo que você ensina, tudo que você ensina tem que fazer um significado para o aluno, não é? então eu acho que

2.2 a escrita, ela pertence mais para o aspecto lógico do conhecimento,

2.3 e ela não precisa também só se dar nesse estilo formal,

está certo? então

2.4 eu acho que a gente tem que trabalhar também com a escrita informal.

2.5 O professor precisa ter um diálogo, ele precisa atingir o aluno naquilo que ele está ensinando,

2.6 e derrepente, a escrita só formalizada, ela não atinge o aluno,

2.7 aquilo não faz muito significado, não tem sentido para o aluno, e uma vez que..., eu entendo assim,

eu vejo assim,

2.8 se aquilo não tem muito significado o aluno não consegue pensar sobre aquilo, não é?

e muitas vezes o ensino acaba mecânico em função disso.

2.9 Como ele (o aluno) não consegue pensar sobre aquilo, ele reproduz as coisas que ele viu, mas que não tem um significado;

ele viu o professor fazer, ou ele viu no livro, ele reproduz aquilo que não tem significado, ele reproduz porque ele sabe que precisa ser reproduzido, que aquilo é o certo, mas ele não sabe dizer o porquê. Então eu vejo que..., quando eu falo que...,

2.10	quando eu falo da escrita formalizada, ela estaria desempenhando esse papel lógico de estar estruturando alguma coisa,

2.11	mas estruturando o que? estruturando uma coisa informal,

um conhecimento informal, uma

2.12	escrita talvez informal que está nesse lado intuitivo do conhecimento.

Então eu acho que você tem que partir de alguma coisa que atinge o aluno, e

2.13	essa coisa que atinge o aluno, às vezes a escrita em si que vai representar falando,

é que aos poucos isso tem que ser moldado, tem que ser trabalhado, para que...,

2.14	eu tenho esse lado assim de..., principalmente quando fala do aluno, de pensar que o aluno tem que descobrir aquilo e que ele tem que chegar..., não é?

e que o professor, ele vai ter intervindo nos sentido de estar..., ele vai estar colocando situações apropriadas, não é? para que ele consiga atingir aquele conhecimento, que ele consiga adquirir aquele conhecimento. E para situações mais apropriadas, é claro, você vai ter que falar, o aluno vai ter que escrever..., e então eu acho que todo esse processo ainda é um processo informal, uma coisa gradual até que você atinja uma coisa universal e necessária, que é importante? Que é a escrita formal? Tem que atingir? Tem.

2.15	Mas ela não deve ser o início da atividade, não é?

2.16	ela teria que estar assim..., numa etapa, assim, final de uma estruturação de todo esse processo.

Nessa hora eu acho que estaria com a..., o papel da escrita formal. Então, quando você coloca isso, para mim vem essa questão do intuitivo e do lógico. Nós estamos defendendo o equilíbrio, não é? como nos poderíamos estar pensando nisso em termos da escrita, dessa questão entre o intuitivo e o lógico.

Porque nessa parte, se você vai trabalhar intuitivamente o conhecimento, o que que significa intuitivamente:

2.17	você tem que falar de coisas que faz sentido para o aluno, que ele consiga produzir o significado. E a partir daquilo é preciso que se fale também do desenvolvimento em especial, ele vai aprofundando e apurando aquilo até que atinja uma coisa assim..., mais pelo aspecto lógico.

Mas quando você chega numa fase assim..., de uma compreensão mais sistematizada, mas ou menos

2.18	você tem que ter compreensão sobre aquilo, e novamente você tem intuições e ai entra numa coisa informal, e a coisa vai sempre nesse sentido da espiral,

e a intuição eu vejo também nesses modos daquilo que estamos pensando em termos do intuitivo e do lógico, que ela, a escrita, ela..., você

2.19	não pode pensar na escrita só assim..., caracterizar..., pensar na escrita que existe uma única forma de se escrever a Matemática, não é? que é a forma universal, necessária, que é essa forma que a gente já conhece,

que está estruturada, mas está estruturada porque alguém fez isso, não é? Mas que é...,

2.20	você tem que trabalhar com aquilo que o aluno traz, do modo que ele segue, estar tentando entender onde que ele se encontra, para que ele vá construindo e chegando no que é... reconhecido, no que é..., no que é... essa formalização que a gente chama da Matemática, não é? Então..., eu vejo assim que eu... quando você fala em escrita eu acho assim..., você tem que pensar no aluno, e ter uma comunicação com o aluno a partir da forma dele se expressar, dele..., dele escrever você vai estar conhecendo onde que ele se encontra, e a partir daquilo que faz significado para ele,

que é o que eu acho de intuitivo aí, que está dando significado, coisas que ele pode pensar e..., e construindo o conhecimento. É basicamente isso que eu vejo assim em relação à escrita, não é?

2.21	Acho que a escrita também não está desvinculada da linguagem, não é? Então que as duas coisas caminham juntas, não é?
2.22	a escrita e a linguagem são formas de expressar do aluno.
2.23	E o que acontece no ensino tradicional é que o professor impõe uma escrita,

o professor impõe uma linguagem e nem toma conhecimento daquilo que o aluno traz, se aquilo faz sentido ou se não faz para o aluno, ignora o aluno enquanto pessoa, não é? Ele..., eu..., sou eu que conheço e tal e impõe uma coisa que não sabe se..., se..., se está atingindo, eu não falo nem se é de interesse, mas se está atingindo, porque eu acho

2.24	frustrante para o aluno ter que aprender uma coisa assim que não faz parte, que não tem sentido, que não tem significado;
2.25	seja um significado lógico, seja um significado lógico, seja um significado empírico, seja um significado da vida, entendeu?

Então aí eu acho que é uma coisa que você está realmente impondo uma coisa que prô aluno..., não faz a ponte, entendeu? Entre aquilo que o aluno sabe e aquilo que ele deveria..., terá que saber, não é? ele não trabalha, não é, não faz essa ligação, não é? e também a questão da potencialidade do aluno, tem que trabalhar com essa potencialidade do aluno, não é? e aí, a escrita e a linguagem, você tem que pensar um pouco sobre aquilo, não é? o papel que ele está desempenhando. E então..., a escrita como eu estava dizendo,

2.26	o que eu entendo ou como eu vejo o significado da escrita..., ela faz parte da..., da..., da expressão do aluno, está certo?

e do professor também, não é?, na sua prática de ensinar Matemática. Então..., então ela faz parte..., o professor ele traz uma forma de escrever a matemática, o aluno traz outra forma de escrever a Matemática, e tem que Ter uma ponte, está certo? e o professor..., acho que ele tem que saber conhecer essa escrita do aluno, está certo? para poder trabalhar com isso, tá? Esse modo de expressar do aluno, você está indagando..., a pessoa expressou uma coisa, mas porque você..., porque você escreveu isso, que sentido isso está fazendo para você..., e estar construindo a partir disso, mas, então eu acho que a escrita ela é fundamental nesse sentido de ser uma forma de expressar pelo qual o professor pode estar entendendo..., estar compreendendo o que que o aluno pensa, o que que aquilo significa para ele, que sentido aquilo faz para ele; é uma forma de comunicação; a escrita é uma forma de comunicação importante, e portanto..., ao mesmo tempo, como eu falei para você, eu entendo a escrita como um processo gradual, ela vai se aparecer de algum jeito, e à medida que o conhecimento matemático está sendo compreendido, está sendo elaborado, ela vai sofrendo alterações. Então eu vejo assim várias etapas. Quando você fala escrita, a escrita do professor é diferente da escrita do aluno, de um aluno para outro..., e você tem que trabalhar com isso, é um dado importante para o professor, talvez seja um meio de se trabalhar, a escrita e a linguagem.

2.27 Você fala a escrita, mas é a escrita e a linguagem; quando você questiona sobre aquilo, tem a linguagem, então não tem como você separar, não é? Quando você fala da prática (de ensinar) e do processo de aprendizagem eu não vejo separação, entendeu? Porque a prática está ligada ao processo de aprendizagem...,

eu tenho aluno ali, não é? eu não tenho como estar separando..., por isso que talvez eu falo um pouco misturado, porque eu não vejo muito separação, não é? sempre que eu penso na prática eu penso no aluno, não é? eu acho que o aluno é o termômetro..., é o termômetro do professor, da sua metodologia, porque ele tem que ser..., se aquilo..., o sucesso do professor é medido pelo sucesso do aluno, não é? então eu vejo o aluno como um termômetro do professor, naquilo que o professor está tendo sucesso ou não está. Acho que o professor tem sucesso quando ele leva os alunos a aprender na maioria, não é, em sua maioria, não é?

2.28	Agora..., enquanto aluno qual seria o significado da escrita para mim...? Eu vejo que o empírico é aquilo que o aluno traz, aquelas experiências dele, o modo dele se expressar, não é? e à vezes a escrita do professor não atinge isso, não é? a escrita Matemática do professor e da escola não atinge esse mundo empírico.

2.29	Mas mesmo o mundo empírico você teria que estar trabalhando para que o aluno escreva sobre aquilo, fale sobre aquilo, não é?.

Dependendo do aluno, da cultura do aluno, o livro faz parte do mundo empírico do aluno.

2.30	Essa linguagem do livro, por exemplo, ela atinge alunos onde o livro faz parte da sua vida, mas não atinge alunos onde o livro não faz parte.

Derrepente..., é..., o que que é que faz parte da vida dele? Televisão..., derrepente não é o livro, é..., outros fatores, mas não o livro.

2.31	Então, quando você for trabalhar com a linguagem do livro, por exemplo, você está excluindo alunos em que o livro não faz parte,

não tem esse acesso, não tem esse sentido, não..., mas tem alunos que desde criança o pai já dá livro, já trabalha com livros..., é..., e aquilo faz parte da vida dele, não é? desde cedo já tem contato, tem contato com jornais e aqui já vai fazendo parte. Então,

2.32	a escrita do livro, por exemplo, que é uma escrita formal, não é? ela atinge uma porcentagem dos alunos, mas não atinge todos.

2.33 Não existe para o aluno a escrita formal (da matemática), não é? Mas todo mundo escreve, então você pode estar trabalhando com a escrita informal, está certo? porque a do livro eu entendo como a escrita formal,

2.34 mas eu acho que a escrita poderia estar sendo pensada em outras etapas, não só na formal. Você poderia estar criando uma escrita a partir daquilo que o aluno traz, que seria uma coisa informal, é..., e ai talvez assim..., se houver uma necessidade, chegar numa coisa mais formalizada, e tudo depende, não é? eu penso assim. Por isso eu vejo essa diferença entre a escrita formal e a escrita informal, não é? quando eu falo na escrita formal eu fico pensando na escrita dos livros, que o professor apresenta assim como uma coisa mais sistematizada..., e quando eu falo informal já seria aquela que o aluno traz, a forma dele se colocar, dele se expressar, seja através de palavras soltas, não é?

pode não ter tanta ligação, pode não ter um formal correto, não fazer um sentido gramatical, mas ele está se expressando, não é? essa seria a escrita informal que eu acho que é importante levar em consideração, não é?

2.35 Por exemplo, você me traz aqui uma pergunta que é uma escrita formal, não é? Mas a gente conversando pode ser então..., isso que você pergunta pode não ter um significado..., para mm, um sentido, e aí conversando a gente pode estar... é, ... a gente pode estar entendendo o que você pode estar querendo me perguntar e você pode estar entendendo que estou querendo falar, não é? Então aí a linguagem foi importante e você apresentou uma coisa formalizada, escrita, que isso se eu estivesse respondendo sem ter sua pessoa seria uma outra coisa, você entendeu?

Porque é uma coisa formalizada, não é? então nessa hora essa comunicação da gente foi importante para que a coisa se incorporasse, fizesse um sentido, não é?

e essa comunicação, você..., vamos supor que você fosse o professor, eu estou trazendo alguma coisa e você tem em mente uma outra, e a gente tem que se comunicar, se expressar, seja por escrito ou por linguagem para poder estar se compreendendo e compreendendo o conhecimento, não é? como a gente coloca, a gente tem uma discussão aberta, tanto eu posso estar apta a aprender como você pode estar apto a aprender, não é? então não é uma coisa fechada, não tem um sujeito que aprende e outro que ensina, é uma coisa construtiva, não é? nesse processo tanto um como outro estão aptos a aprender, é uma coisa assim, então eu vejo mais ou menos por esse lado.

2.36	Acho que a gente comete erros muito grande quando a gente impõe uma escrita sem considerar se aquilo é de fato uma para o aluno ou se não é, sem fazer essa ponte ai, e ai a gente, de certa forma, está restringindo o conhecimento para um grupo de pessoas onde aquilo faz parte da vida e não atingindo outros onde aquilo não faz parte,

não tem sentido e aí acaba não havendo aprendizagem, sendo uma coisa mecânica, não é? Então eu

2.37	colocaria a escrita nesse papel, não é? de estar sendo vista num sentido intuitivo e no sentido lógico; não só no sentido lógico, já estruturado e formalizado, mas também no sentido intuitivo, daquilo que o aluno traz da escrita informal.
2.38	E uma coisa está..., e o professor aí ele tem o papel fundamental, não é? de estar trabalhando com isso, estar criando..., o aluno está criando alguma coisa que faça sentido para ele, não é?
2.39	porque ele não vai ficar naquilo.., o aluno sabe um tanto, não é? e o professor tem que chegar ele nesse papel, nessa questão aí.

2.40 Então eu vejo a escrita não por si só, mas eu vejo a escrita vinculada à linguagem,

sendo uma das formas de se expressar, e

2.41 é um dado importante para o professor, um dado muito importante para o professor, a escrita do aluno.

Esta é minha compreensão assim..., a respeito da sua questão, é o significado que eu faço, não é?

2.42 Na minha vida eu vejo o seguinte: por exemplo, livros não faziam parte,

jornais, eu pegando assim, mais coisas mais práticas mesmo assim..., por exemplo, a minha questão pessoal, não é? eu ia para a escola, e

2.43 na escola então me passavam o conhecimento, seja através da lousa e também através daquilo que o professor solicitava, daquilo que o professor pedia...,

2.44 aquela escrita do professor é que eu estudava, está certo?

na medida em que o professor me proporcionava. Então meu mundo, meu conhecimento se restringia em termos de um conhecimento formalizado àquilo que a escola me apresentava. Na minha vida pessoal, eu brincava, fazia um monte de coisas, mas não lia, não tinha aquele momento assim..., infância de brincar muito, estar junto com irmãos ali brincando na rua mesmo, certo? jogando bola, brincando de alguma coisa, mas não tinha esses momentos de..., porque meus pais não tiveram a felicidade de ter uma formação escolar, está certo? minha mãe teve até a terceira série; meus pai até a quarta. Meu pai era mecânico, não é? nós éramos em cinco irmãos, então sempre a gente aprendia bastante entre si, não é? Mas foi uma realidade assim onde... por exemplo, quando eu estava na oitava série, o que que era importante para mim, já devia envolver em alguma coisa, então eu pintava guardanapos porque aquilo era um meio de eu estar conseguindo algum dinheiro, então eu me dedicava a trabalhar com riscos, com desenhos, a pintar, é..., fazer crochê, coisa assim, já pensando nesse lado de vender cosméticos, coisa assim..., nesse lado sobre vivência, era uma coisa que prevalecia mais o lado da sobrevivência. Então eu me saia bem. Com a matemática escolar eu me saia bem. Apesar de toda essa distância entre a minha vida e a escola,

2.45	aquela escrita que a escola me apresentava eu me pegava,
2.46	provavelmente em termos de Matemática, eu me pegava na estrutura lógica da coisa porque eu conseguia entender a estrutura lógica daquilo.

Então lógica, o importante é você entender a estrutura lógica daquilo, então lógica é uma coisa, era como um jogo assim, poderia não ter significado mas eu..., para mim se eu conseguia trabalhar com aquilo, entender a estrutura lógica, conseguia e me saia bem. Tinha professores assim, mais dessa linha do formalismo mesmo que apresentava assim..., o livro, a teoria, definições, exemplos, exercícios e muitos exercícios, não é? foi mais ou menos basicamente isso. No colegial eu tive um professor que foi formado..., aí e que está: eu tive professores que foram formados pela UNESP, em Matemática, de quinta a oitava, e no colegial, no primeiro colegial eu também peguei um professor formado pela UNESP aqui de Rio Claro e esse professor já valorizava, por exemplo..., é..., um pouco assim a demonstração, não é? mais porque isso, vamos demonstrar e tal, então esse raciocínio demonstrativo, não é? um pouco mais... Mas eu tinha essa afinidade assim para esse lado das exatas talvez porque eu compreendia o processo lógico, porque na minha vida não tinha sentido. Contato com livros..., tanto que eu tenho grandes falhas no português porque sempre fica assim um contato muito precário com os livros, não é? Não era uma coisa assim que eu tinha em casa, se eu quizesse eu teria que pegar na biblioteca e tal, mas eu não tinha esse hábito, não era um hábito que meus pais estimulavam. Mas sempre tive aquela questão da sobrevivência como sendo um fator muito importante. Então, com treze anos, por exemplo, aí eu já estava no colegial, estava indo bem, nunca tive assim..., situação de reprovação..., na Matemática sempre me saí bem, mas sempre me apegando ao entendimento lógico da coisa. Aí no colegial, enquanto aluna do colegial, eu preferia e me saia melhor nas exatas, exatamente porque se você pegar o sentido lógico da coisa, você vai, e nas outras não..., já é mais difícil. E nas outras não, já é mais difícil, não é? Como é que você aprende História? Não é só Matemática que você tem problema, como é que você aprende História? O professor dava um questionário e você tinha que decorar aquele questionário, ele dava dezesseis perguntas e caiam quatro..., não era assim? Como é que se aprende Português..., não é incentivado uma leitura e você aprender lendo, aprender vivenciando a história, não é Mas ai a questão da gramática, o que é sujeito, o que é predicado, o que é sujeito, o que é predicado, aquele monte de coisas cortadas e..., não tem ligação nenhuma..., então você ..., a gente é que tem que costurar isso com o mundo e é muito difícil, não é? Aí o que que aconteceu: com treze anos eu tive que trabalhar porque na minha família você terminava a oitava série, você tinha que trabalhar, não é? era condição nossa na época, eu não ia fugir das regras das regras e então ai eu passei para o NOTURNO, então além de tudo eu tive essa defazagem ainda maior porque o NOTURNO não é igual o ensino DIURNO, não é? e entrei para a Universidade. Quando eu entrei na Universidade, é..., me apeguei a essa vivência escolar mesmo que trazia, nada mais. Tinha um professor que valorizava a demonstração, outro que ensinava assim, mas

2.47	eu pegava o raciocínio lógico da coisa e conseguia me sair bem pegando o raciocínio lógico;

2.48	não tinha nada a ver com minha vida,

não atingia, mas eu cheguei com muitos buracos na universidade, não é? e dentro da Universidade, você carrega esse hábito; como que estudava, não é? o professor ia e colocava as coisas e

2.49	encima do que o professor colocava, encima do meu próprio caderno, do que eu escrevia no caderno, eu estudava,

fazia os exercícios e tudo mais. Só que essa forma não leva em consideração os buracos que você traz, não é, os buracos ficam, não é Aí na Pós-Graduação foi importante a experiência que ei tive já de vivenciar a Assimilação Solidária, é..., ai trabalhamos em grupos, você socializa aquele conhecimento, troca idéias com outras pessoas e esse foi um trabalho que de certa forma foi tampando alguns buracos e foi importante, não é? mas tive outras aulas com professores que eram dessa linha formal e..., eu acho assim que o que sempre me ajudou muito foi ter esse raciocínio lógico. Sempre me apeguei no raciocínio lógico. O livro em si ele veio tarde porque aí na Universidade mesmo, ainda, eu vejo hoje, nossa..., eu

2.50	aprenderia muito mais se estivesse utilizando um livro e tal, mas eu me prendia muito só naquilo que o professor fazia, naquilo que o professor solicitava, não é?

e estudei assim muito pouco através de livros, mas aí, aos poucos o livro foi entrando, não é? e

2.51	hoje eu olho e vejo assim que derrepente eu poderia ter uma autonomia maior estudando através de livros, estar aprendendo através de livros, não é? (e não só pelos cadernos de anotações)

mas ficam buracos, não é? Mas ficam os buracos, não é? Por isso que eu falo que não tem o processo terminal. Você se forma, você aprendeu muito, não é? mas na hora de se expressar, por exemplo, tem um monte de falhas também mo português, então nessa hora faz muita

2.52	falta assim..., o ensino que trabalhasse com essa questão escrita contextualizada.

Mesmo no português, não é?, então

2.53	a gente tem a dificuldade de se expressar, dificuldade de estar falando, de estar escrevendo as idéias, não é, mas o livro, assim, na minha vida ele entrou muito tarde, muito depois e..., foi uma pena porque eu queria talvez ter aprendido muito mais se tivesse acesso ao livro e tudo mais, mas ele entrou muito depois, o valor do livro didático em si, não é, e até afetou na minha formação.

Então, de tudo, eu vejo assim, que a escola ela estava realmente muito distante daquilo que eu vivenciava, não é? e que minha formação se restringiu basicamente na escola, porque aí eu não tinha essa ponte e não tinha como alimentar aquilo tanto, não é? eu estudava pelo que a escola me proporcionava.

2.54 Talvez eu não tenha valorizado o livro porque a escola não tenha me mostrado esse lado de você valorizar o livro, qual a importância que o livro tem, não é? não teria mostrado esse lado também.

Colocava, em geral, conhecimentos fragmentados, é um pedaço, é alguma coisa, mas não fazia essa ligação, não é, essa costura. Então muitas vezes eu acho que é importante essa ligação e costurar, não é? para que você consiga compreender melhor o mundo, porque a Matemática tem que também estar servindo para que você melhore enquanto cidadão, não é? Na sua vida, não é? então isso é um pouco assim da experiência, então eu acho assim que essa questão da Assimilação Solidária foi importante porque eu estava trabalhando com a fala do aluno, com a escrita do aluno e..., não fazendo assim cortes, assim com questão de erro, mas considerando tudo, não é? não só as respostas, não só a forma certa, mas também o pensamento, aquilo que o aluno pensou..., então foi uma experiência também muito importante, tá? Se se pegasse, por exemplo, o curso de Estruturas Algébricas, não é? que já era um curso assim onde você colocava as definições, axiomas, exercícios, tudo, eu também consegui me sair bem, entendeu? eu consegui compreender aquilo porque me prendi à estrutura lógica da coisa, não é? então esse sentido sim. Agora..., um curso assim que foi de extrema dificuldade assim..., eu não reprovei mas foi muito difícil, é o de Análise. O curso de Análise foi um curso bastante difícil. Porque Estruturas Algébricas eu conseguia produzir um significado lógico daquilo e conseguia me sair bem, mas no curso de Análise eu não conseguia um significado nem mesmo lógico, não é? então aí complicava. Então algum significado você tem que produzir, seja lógico, seja empírico, algum significado aquilo tem que ter para você conseguir pensar sobre aquilo, não é?

No caso de Análise eu não conseguia produzir significado nenhum, nem lógico, nem empírico, nem nada, e aquilo estava

2.55 distante, então a dificuldade era de conseguir atingir aquilo. O que que é isso? Que significado isso tem, não é?. Então quando você não consegue pensar sobre aquilo, aí é complicado, não é? aquela coisa sofredora.

Mas será que então o professor não poderia ter um papel mais significativo nessa hora? Então o curso de Análise foi para mim um curso assim onde eu sofri bastante, passei com seis, mas foi sofrido bastante, não é? Quando aquilo não consegue ter nenhum significado para você, talvez nessa hora o professor poderia estar exercendo uma função importante, entendeu? Para não ser, não é? não ser tão massacrante assim, tão sem sentido mesmo, não é? Acho que nessa hora é muito importante. Por isso o livro eu acho importante que o aluno veja também a importância, não é? tenha conhecimento da importância dele, não é? Eu vejo assim, que nesse processo de formação particular, o fato de eu não ter tido acesso ao livro mesmo na escola, não ter sido incentivado uma leitura mesmo no português, leitura..., de alguma coisa mais voltada..., foi uma perda, entendeu? Foi uma perda, entende? Foi uma perda, não é? Então não adianta você falar assim: não, isso, o livro ele está sendo...., como fala, prejudicial, não é? então o aluno não tem que conhecer, não é? não é por aí, não é? Você tem que entender o valor que aquilo tem, não é? Então, derrepente, não significa que você não vai, não é? trabalhar, mas tem horas certas para isso. É isso, só falei um pouquinho da minha vivência.

DEPOIMENTO 3

É..., eu acho que, é...,

3.1	a linguagem matemática, ela é basicamente uma linguagem simbólica,

3.2	então, a escrita da matemática é uma escrita simbólica e que para algumas pessoas ela causa um certo problema na decodificação da ..., da escrita, não é?

me lembro assim de..., de detalhes de minha vida escolar, não é? de todo esse tempo que eu estudei, desde os sete anos até agora, porque a gente continua sempre estudando, sempre aprendendo, que teve um período meio marcante na minha vida. No início eu não tinha assim uma ..., não tinha muito gosto pela matemática assim não, achava que ficar resolvendo problemas que davam, que a gente na verdade partia mais para decorar que para entender o processo do problema, é..., eu não sentia muito gosto. Aí, me lembro que foi na sétima série, que quando a Álgebra entrou na história, e que ficou mais forte esse..., esse processo de codificação e decodificação da simbologia e eu passei a gostar e não ter assim mais..., daí para frente grandes problemas no meu processo de aprendizagem. Agora..., eu

3.3	percebo nos alunos que a dificuldade é muito grande na escrita da matemática, que ele tem para entender a escrita da matemática.

3.4	Eles tem problemas na..., na própria linguagem comum da língua portuguesa, não é? para entender, realmente, textos, e...,

3.5	não compreendendo os textos, a linguagem matemática fica muito prejudicada porque tem, primeiro, ter esse processo de entender o texto da língua portuguesa.

Então, é basicamente, eu acho que é isso. Agora..., (retomando a pergunta) então... Na prática de ensinar a matemática, é isso que eu falei, a gente tem muitas dificuldades. Eu convivo com..., com muitos professores, na minha escola tem quatorze e todo mundo tem essa dificuldade, não é? Me parece, assim, que a matemática não é para todo mundo, parece ser um privilégio de algumas pessoas, me dá essa impressão, porque

3.6	quando você formula regrinhas, os alunos, de modo geral, entendem as regrinhas, mas quando você precisa de um..., de uma interpretação, de um raciocínio por traz daquela situação, os alunos têm muita dificuldade em conseguir esse raciocínio, essa aprendizagem aí.

Acho que basicamente..., não sei se fui claro no que quis dizer , mas acho que é basicamente isso.

3.7	A escrita..., a escrita da matemática ela..., eu acho complicada, não para a gente que já chegou num certo nível, mas para quem está começando a linguagem é muito complicada.

Eles não têm..., eles não têm dificuldade, por exemplo, em formular aquelas brincadeirinhas..., por exemplo..., o menino quer mandar uma mensagem para a menina, eles combinam que a "a" é "j", que o "b" é "x", e eles escrevem lá, e eles não têm dificuldades em entender essa codificação e decodificação, um manda mensagem para o outro e o outro entende que quis dizer, e ninguém mais entende, só eles que codificaram aquela escrita, não é? que eu acho que é uma escrita matemática, é uma codificação e uma decodificação. É mais ou menos isso, eu acho complicado. E eu acho que não é só a linguagem matemática, é assim, por exemplo, vamos supor, eu perguntei para ele..., eu perguntei para o aluno, por exemplo, o que que..., o que que o pai dele fez ontem a noite e ele fala que na quinta feira passada o Corinthians perdeu. Quero dizer, ele não responde aquilo que você perguntou, quero dizer, ele não responde aquilo que você perguntou.

3.8 Então, eles têm muita dificuldade na interpretação de texto em geral, todos os tipos de textos.

E, o de matemática, maior ainda a dificuldade que eles têm, na aprendizagem..., em geral, por causa disso, que as matérias hoje estão todas voltadas, todas elas têm um compromisso de mexer com textos, para que o aluno..., para que o aluno desenvolva esse processo, porque eu acho que..., o.., a matemática, se...,

3.9 se a interpretação de texto não estiver bem desenvolvida, a interpretação de um texto matemático é muito complicada para o aluno. Então, no processo de aprendizagem a escrita da matemática, ela é mais complicada do que outra escrita qualquer...,

eu acho que o aluno sente muito mais dificuldade na matemática do que nas outras escritas, entende? Eu acho que é isso aí. Então, eu acho que quando ele tem essa dificuldade, alias, essa aí é uma..., não é uma briga, é uma desafio na escola em geral, não é? Todas as matérias, é um pedido do professor, por exemplo, que todas as matérias façam trabalhos de interpretação, utilizem interpretação de textos na sua matéria, que todas as matérias façam isso. Então, na matemática, conforme eu disse, não sei se eu abordei direito o que você queria, mas é assim,

3.10 se ele já tem dificuldade na língua portuguesa, de se expressar na linguagem comum, na linguagem matemática fica quase impossível eles se expressarem, quase impossível. É bastante complicado.

Não sei se eu teria algum exemplo de hoje para citar..., acho que não. Como eles têm extrema dificuldade na língua portuguesa, na língua matemática eles não conseguem se expressar, é quase impossível para eles se expressarem, eles não conseguem se expressar de uma forma simbólica.

O que eu tenho feito com aluno é..., assim, eu tenho..., você vai mudando sua prática pedagógica, não é? Você vai mudando ano a ano, você vai vendo as dificuldades de alguma forma e...,

3.11	ultimamente eu tenho lido com os alunos, assim..., eu tenho lido com eles as situações que estão propostas nas questões, lendo, interpretando junto com eles para ver se eles conseguem pegar um jeito de ler e começar a interpretar as questões, lendo por pedaços, tentando através de uma leitura de um pedacinho do texto, formar uma idéia, a essa idéia com mais um pedacinho aumentar o que ele tinha compreendido até o momento, aumentar até ele chegar a uma visão geral da escrita da matemática, não é?

Por exemplo,

3.12	um "x" para eles é uma coisa assim..., terrível, o "x" é terrível. Entender, por exemplo..., função. Eu dei função composta por esses dias ai e..., a primeira função, quando ele aplica, por exemplo, g composta com f aplicadas em "x", a primeira, que é o f de "x", que a simbologia é f(x) e que lá acima está escrito que f(x) é 2x + 5, essa ele entende direito, f(x) e 2x + 5; agora a g(x), por exemplo, que pega esse 2x + 5 como elemento de partida para a nova transformação, ele tem muita dificuldade em entender isso.

Então eu deixo os alunos falarem essa linguagem: f(x) igual, por exemplo, a função g que já pega o elemento transformado, eu não deixo eles falarem g(x) igual a ..., uma certa expressão, eu falo assim: o que que a função g faz com um certo elemento qualquer? Ai eu ponho lá na frente: função g, escreve duas vezes esse elemento menos oito, por exemplo. Eu não deixo eles falarem que a g(x) é 2x - 8, eu falo não, não quero que você fale g(x), porque tendo a letra "x", ele depois se aparecer g de 2x - 5, ele pensa que é g de x, ele não entende que não é g de x; a g pega um elemento e transforma num outro, através de uma regra, entendeu? Esse detalhe na função composta deu muito trabalho para fazer os alunos compreenderem. Eu converso numa linguagem assim..., g de um "carinha"; a g pega um "carinha" aqui e faz o que com esse "carinha"? Escreve duas vezes esse "carinha" e tira oito, então o que que ela vai fazer com o sete? Vai fazer duas vezes o sete e tirar oito; o que que ela vai fazer com esse..., com essa expressão? Vai escrever duas vezes essa expressão e tirar oito. Então eu não deixo falar g de "x", fica muito longe, fica..., não fica..., muito perceptível, essa linguagem simbólica é muito complicada para eles, então talvez dessa forma, falando uma linguagem que chegue mais perto deles, talvez eles passem a compreender e..., sabe? Porque o que interessa é entender o que está acontecendo, a linguagem, aí no caso, para a gente que entendeu, por exemplo, não é ..., a gente consegue fazer, a gente entendeu e a gente consegue o "x" da segunda é uma expressão, o "x" da segunda, por parte da composta, é uma expressão..., mas para eles o "x" é "x", eles têm dificuldade em entender que o "x" é uma expressão. É assim que a gente dá, que a gente encontra em todos os livros e é assim que a gente faz; f(x) igual a tal coisa; g(x) igual a tal coisa; então quando você faz g(f(x)), a função já vai pegar um elemento que já é uma expressão. Então, por exemplo, eu não deixo; eles começam a falar g de "x" eu..., eu podo. Não sei se estou fazendo o certo, mas estou tentando, porque tem muita dificuldade de trabalhar dessa forma, a gente vai tentando melhorar, não é? Eu acho que o código é que é o problema para eles. Esse caso é marcante. Eu estou trabalhando com esse assunto no primeiro colegial, agora já entrei em função do primeiro grau, mas antes a gente dá uma visão geral, que inclui composta nessa visão geral, não é? Fazemos alguns diagraminhas para ver se entendem que a primeira função leva um "x" numa expressão e a Segunda função essa expressão..., mas na lei ela está dada em função de "x", não está dada em função de uma expressão, então por isso eu não gosto que fale..., na segunda eu não gosto que fale..., na segunda eu não quero que fale g de x igual a ..., eu falo assim: a g pega um elemento e faz uma transformação com esse elemento; o que que ela faz, ela pega esse elemento e soma oito ou tira oito, sei lá, é qualquer lei. Então, o "x" ai que fica ..., é a simbologia que eu acho que é o grande problema. Aconteceu por esses dias porque eu estive trabalhando com isso. Eu acho que o grande problema é a simbologia, o conceito eles entendem, depois que você explica dessa forma..., eu chego até a absurdos assim..., eu falo assim..., a g pega um "x" e transforma esse "x" em 2x - 5; vamos tentar entender isso: a g pega um elemento e transforma esse elemento em duas vezes ele mais cinco. Então a função vai pegar um sete, vai transformar em 2 x 7 + 5. Aí eu começo a brincar: ela vai pegar um coraçãozinho e vai fazer duas vezes o coraçãozinho mais sete; ela vai pegar o gatinho e vai escrever duas vezes o gatinho mais sete, não tem nada a ver, mas você vai tentar formar um conceito de que não é "x", é um elemento, certo? você pega um elemento do domínio e..., aí a gente formaliza, não é? acho que esse é um exemplo bom sobre a linguagem matemática, não é? Não precisaria disso, quando a pessoa entende não precisaria, mas a gente tem que compreender que não são todos os alunos que tem essa facilidade para essa linguagem, não é, para a compreensão dessa linguagem.

3.13 Eu acho que eles não se preocupam muito com isso não, eles querem mais é compreender o fato, eu acho. Eu acho que a escrita mesmo, a linguagem, eles querem compreender o fato mental, a escrita para eles não é uma coisa tão importante,

isso é o que eu acho assim..., pela vivência. Então, por exemplo, a linguagem de conjuntos, que hoje não é uma coisa muito rigorosa, teve um tempo que foi, não é? Teorias do conjunto, aquela coisa toda, para eles hoje não é uma linguagem muito rigorosa, a gente não exige assim..., então eles entenderam exatamente o que que é lá, por exemplo, uma solução de uma equação, mas quando você exige que eles escreva lá: solução igual conjunto..., eles não..., não ligam para aquilo, eles não valorizam essa parte, eu acho, da escrita. Talvez isso complique, mas não tenho assim certeza de que isso complica. Eu acho que..., não tenho certeza, mas acho que se a ..., 3.14 | não tenho certeza, mas acho que se a simbologia, essa escrita que você fala, mas que eu estou entendendo como a simbologia, se ela não fosse tão rigorosa, eu acho que seria menos complicado para eles.

Por causa disso..., quando eu falei de função composta dessa forma, é unânime, entende? Porque às vezes eu interrogo, falo: Pocha, mas vocês estão entendendo? que eu estou falando? quem entendeu? Eles não tem vergonha de dizer que entenderam, falam entendi; no hora de fazer, depois eles têm dificuldades, mas depois que você falou nesse palavreado mais comum, mais perto deles...,

3.15 | porque acho que a linguagem, a escrita matemática é um pouco longe da vida comum deles..., depois que você falou mais perto, como "esse carinha", você pega esse carinha..., eles acostumam a falar essas coisas, eu acho que eles entendem o que está acontecendo, por exemplo, com a função.

A gente prestigia..., eu, por exemplo, o tempo inteiro, eu faço questão da simbologia, eu faço questão, mas..., eu

3.16 | não entro com a simbologia como sendo um primeiro contato com o assunto, entendeu? A simbologia eu acho que eu ponho depois, a simbologia... depois fica mais fácil para ele.

Por exemplo, na função composta eu começo assim: eu ponho um retangulozinho - eu não tenho o material aqui para mostrar para você - mas eu pego, por exemplo, para ele ter a idéia de função, eu pego um retangulozinho e chamo de entrada, aí ponho uma flexinha chegando num..., num balãozinho, numa nuvenzinha ali, e estabeleço uma transformação de elementos da entrada, esse balãozinho, por exemplo, mais dois na flexinha, então ele entra com o número sete, ele soma dois, cai ali, dá nove, aí estabeleço do balãozinho para um coraçãozinho ali um, então, para ele entender, que o número é transformado através de uma lei qualquer, num outro, não é? e daí vai ficar com a escrita matemática. Então, eu entro com o "x", esse "x" mais dois, somado com dois, ele é representado por $x + 2$, aí quando eu multiplico esse $x + 2$ por 3, ele já vai ser representado por $2x + 6$, e vou até chegar numa certa saída que seria uma última operação, não é?. Aí, quando eu estabeleço um canal direto que transforma o "x", vamos supor que o produto final de tudo isso foi..., que passando pela flexinha, pelo balãozinho, pelo coraçãozinho e tal, chegou lá no fim como $5x - 4$. Aí eu estabeleço um canal de ligação do "x" com o $2x - 4$ que seria uma função que iria direto da entrada para a saída, e que faz o que com o elemento que eu entro? O elemento que eu entro multiplica por cinco e tira..., sei lá, não lembro quais foram os números que ei falei, mas você entendeu?. Então,

3.17 primeiro eu mexo com uma parte mais concreta, que é o número, depois eu tento entrar com a simbologia para ver se eles entendem melhor. E daí, entendem!. Sei lá, essa é a prática..., a prática que eu pratico, não é?

Cada professor tem a sua maneira. A gente tem um horário chamado HTTP, você já ouviu falar?. E nesse horário a gente discute, à vezes, alguns problemas assim que a gente faz com que eles compreenda essa...

3.18 O grande problema é a simbologia, eu acho, que é a escrita. Então, eu acho que para entender a escrita, é isso que..., ele teria que primeiro compreender..., a operação mental que está sendo situada para depois a simbologia entrar. Eu acho que a simbologia como primeira, complica. Acho que começar pela simbologia, atrapalha. Essa é a prática que eu tenho ai, não sei se é a prática de todo mundo, mas..., é a minha. Acho que o primeiro contato tem que ser mais com a operação mental que ocorre, depois viria essa outra parte.

Ah..., eu tenho um aluno no Batista Leme, que há dois anos atras foi o primeiro contato que ei tive com ele, ele estava na sexta série. Ele já tinha estudado da primeira à quinta na Escola. E eu percebi que esse aluno..., ele tinha uma facilidade de raciocínio impressionante, impressionante. Então, eu propus para que ele tentasse..., eu estava ligado com a Olimpíada da UNICAMP, tinha uns alunos do Ângulo que eu orientava e..., falei com ele se ele queria participar de alguma Olimpíada de Matemática e tal, então ele concordou e nós fomos participar da Olimpíada brasileira, que é a única que naquele momento estava disponível. A da UNICAMP já tinha passado da hora, a paulista também, então era só a brasileira. E ele se propôs a fazer e..., nos fomos trabalhar, eu comecei a propor algumas questões que eu tinha e tal..., e percebi que

3.19 o moleque tinha uma facilidade de raciocínio impressionante. Aí..., ele foi relativamente bem na primeira prova, na segunda prova..., na primeira prova você não entendia nada da maneira que ele queria se expressar, o que ele queria fazer não dava para entender, mas como era teste, importava só a resposta e..., porque o professor é que corrige, é o professor do aluno que corrige. A segunda prova, que era uma prova dissertativa, eu disse para ele que ele teria que se expressar de uma forma que eu entendesse, eu não ia corrigir a prova com ele falando..., é isso, é isso, é isso. Ele tinha que se expressar ali numa linguagem, por escrito, de modo que eu entendesse o que ele tinha que fazer, se eu não entendesse teria que dar como errado, não vou ser desonesto assim, falar que não entendi, depois perguntar para você, aí você me fala, porque a prova não tem que ser corrigida na frente do aluno, você tem que se expressar, é mais ou menos isso, ele tem que ter uma linguagem matemática que eu compreenda... Bom, como ele é muito bom ele tirou 9,8 na prova da Olimpíada. Depois tirou 7,5 e foi medalha de prata. E ele, nas aulas normais, de Álgebra por exemplo, ele não tira dez; ele comete erros na codificação e decodificação aí, ele não se preocupa com essa linguagem escrita de uma forma..., sabe, ele não tem essa preocupação.

Esse caso é um caso que eu acho que para você é..., é interessante. Ele vai multiplicar.., se bem que os erros que ele comete me dá a impressão que são todos erros de distração, vem exatamente da falta de interesse dele de ser rigoroso nessa escrita, entendeu? Eu acho que vem..., exatamente ele comete esses erros assim..., que como é que.., Manoel, comete um erro desses entendeu? E..., então eu nunca tinha pensado nisso, mas

3.20 agora estou pensando, depois que eu..., ter conversado com você, estou pensando. Eu acho que ele comete esses erros devido a falta de interesse dele, que está mais preocupado com o raciocínio.

3.21 Mas eu disse para ele que ele jamais seria completo se ele não se utilizasse dessa simbologia matemática, dessa linguagem matemática; jamais seria completo. Para mim ele é quase perfeito, falta só isso para ele, se interessar por essa escrita matemática, aí, que ele comete erros. Então, eu acho que esse caso para você é um caso interessante, eu não tinha pensado nunca nisso, mas agora eu pensei, eu tenho a impressão que é falta de interesse dele por isso. Agora..., eu deixei claro para ele isso aí, como você tem que utilizar da linguagem matemática para se expressar, porque às vezes fica muito difícil para você se expressar com palavras da linguagem comum, da linguagem corrente; você precisa escrever demais, você não consegue com todas essas palavras expressar seu pensamento,

e você precisa utilizar a linguagem matemática para isso, e fiz..., eu dei uma provocada nele, falei: você promete que vai tentar? Ele falou, prometo. Então agora, sábado agora tem uma Olimpíada, vamos ver o que ele vai fazer. É..., eu acho que esse exemplo é bom para você, é um dado para você talvez importante, porque é um caso assim..., o menino é..., na minha vida, 29 anos e meio dando aulas, eu nunca encontrei um aluno bom assim, como ele. O melhor que eu já tive contato na minha vida inteira, e olha que eu já tive aluno, viu, e..., o raciocínio dele é demais, eu não acompanho, tenho dificuldade, só que na hora de se expressar ali, simbolicamente..., mas ele melhorou muito, não é? Ele melhorou muito porque eu forcei..., falei que não corrigiria a prova dele; falei: não vou corrigir, não entendo o que você fala, não vou corrigir, sua maneira de se expressar não está me atingindo, nos temos que combinar o que você tem que escrever, você tem que se expressar numa linguagem aí..., que eu estava dizendo..., ser uma linguagem sim, porque ele me escreve um texto enorme para me passar um fato talvez simples, que com a linguagem matemática eu entenderia rapidinho..., então eu disse para ele que precisava aprimorar esse lugar aí, esse lugar da matemática dele. Ele é perfeito. Então, eu acho que é um exemplo importante para você.

DEPOIMENTO 4

Está bem. O que eu entendo ou como eu compreendo o significado da escrita da matemática na sua prática de ensinar matemática. O que eu entendo é..., é o seguinte: você tem que, é..., usar um seqüenciamento lógico na narrativa daquele fato que você quer trabalhar. Digamos, você quer trabalhar a noção de limite, para se exemplificar, então é preciso que você use uma linguagem coerente do começo ao fim para que aquela história tenha uma notação e uma conotação e definições de coisas muito precisas para que o cara entenda do começo ao fim. É como você assistir a um filme, você tem que ter um enredo; esse enredo tem que ser desenvolvido dentro de uma narrativa coerente com aquele enredo; você não pode usar de certos recursos que atrapalhe a compreensão daquele..., daquele desenvolvimento. Então, nesse momento

4.1	a escrita exerce um papel fundamental, porque você vai concretizar aquele seqüenciamento de idéias, de resultados, de elementos que você precisa usar para chegar no objetivo proposto, não é?

Então, na minha opinião,

4.2	se você tem uma boa escrita da matemática, então você tem uma prática de ensino porque você tem um procedimento coerente com aquilo que você propõe, não é?

Também, a escrita da matemática no processo da aprendizagem vivida pelo aluno, também

4.3	é fundamental que ele tenha..., domine essa escrita com coerência para poder justificar com coerência aquilo que ele está falando.

Vou te dar um exemplo.

4.4	Já que a gente tocou na questão do limite, que eu acho que é uma coisa..., que é um dos conceitos matemáticos onde você precisa de uma escrita, não é? bem elaborada para poder

passar o conceito - o limite é uma coisa que dá muito..., muita complicação para o cidadão entender exatamente porque ele não domina essa escrita. Ele confunde o limite do *f de x* com o *f no x*, está certo?. A escrita também condensa uma..., quero dizer, resume, espreme, quero dizer..., é o "suco" de uma série de outras coisas, quero dizer..., é o resumo;

4.5 a escrita é resumo, quero dizer..., ela sintetiza todo um pensamento que você tem a respeito da coisa;

e no caso do limite, é isso, você vê muita gente passando o limite; ele escreve direitinho o limite e põe a função racional quando x tente para o x zero; no passo seguinte da igualdade ele não escreve limite de novo; ele manipula a função racional se esquecendo que ele não poderia manipular a função racional porque ele tem que estar olhando no limite aquelas coisas. Ou ele pega a função desde o início, manipula e diz: essa função racional é equivalente a esta, não é? portanto o limite desta é igual ao limite daquela, que já é da simplificada; então ele calcula o limite da mais simples e pronto. Não, ele passa assim: limite da função racional é igual à função racional, fatorada, está certo? depois é igual à função racional simplificada e ai ele toma o limite,

4.6 quero dizer, ele não está dominando o conceito! Ele está escrevendo..., ele pode até dominar tal conceito, mas não está sabendo expressar dentro daquele domínio que ele tem; então você fica sem saber se de fato ele sabe ou não sabe, ou seja, como você vai avaliar o cidadão?

você fica sem saber se ele sabe ou não tudo aquilo que ele está se propondo a fazer. Então, no meu ponto de vista a escrita é fundamental, tanto para a prática de ensinar como ela é a volta..., é a volta para você avaliar se a pessoa sabe ou não o que está fazendo. Então, basicamente o que eu penso é isso. E o limite é um exemplo, não é?; o limite é um exemplo, não é?. A gente tem visto por ai as pessoas trabalhando com..., com as propriedades de números reais, associatividade, comutatividade, distributividade, etc. e tal; isso não deixa de ser uma escrita que mais uma vez, simboliza certas caracterizações que aquele conjunto de número tem, não é?, e

4.7	às vezes eles podem até saber que há a comutatividade, há a associatividade, mas na hora de colocar isso na prática eles escrevem errado; é como alguém que deveria saber como conjugar o verbo corretamente, não é?, conjuga erradamente e diz assim: ah, o que me importa é me comunicar.

E às vezes ele não percebe a necessidade que ele tem de fazer isso, você viu?, e

4.8	essa escrita da matemática, tanto no processo de aprendizagem quanto no de avaliação, ela está para o ser humano assim como ele..., tem que proceder no dia-a-dia, sabe?,

tem que ter..., manter uma coerência nessas coisas, não é?, se ele consegue fazer isso, eu acho que ele consegue se organizar e se sair bem em qualquer setor. Como é que o cara vai dirigir?, tem que ter uma série de procedimentos, está certo?, ele sabe que ele tem que abrir a porta do carro, entrar no carro, botar a chave no contato; tem uma série de procedimentos; porque que na vida prática ele tem uma série de procedimentos para realizar uma tarefa e na matemática, por exemplo, ele não deveria ter?,

4.9	para resolver um problema ou para se comunicar matematicamente, ou para compreender uma situação, está certo?; então, nesse caso, esse seqüenciamento, na matemática, é a escrita que ele deveria usar.

Também, a escrita também serve para o cara se organizar, não é?; ele tem um problema para resolver; então, o que ele vai fazer?. Primeiro ele tem que ler o problema...; se já o problema está, ou melhor, ele tem que entender o problema; se o problema já está escrito, daí já vamos dizer, não na escrita própria da matemática, mas na transcrição da realidade dele, não é?, da modelagem matemática, entendeu?, se aquela transcrição literal do problema já está mal postulada, ele também vai postular..., vai escrever muito mal, vai modelar muito mal aquele problema que ele vai querer entender; então nesse caso

4.10	a escrita é a modelagem matemática daquele problema;

então ele precisa compreender tudo, não é? para poder modelar correto, para poder escrever correto;

4.11	escrevendo correto, então ele tem a caixa de ferramentas todas ali, que de acordo com aquela escrita, ou seja, com aquela modelagem ele vai pegando as ferramentas necessárias, as coordenadas e resolver o problema. Então, é isso, você tem desde o ensino fundamental, está certo?, até o resto da vida, não tem..., não para no terceiro grau, na pós-graduação, no pós-doutorado, não para ai.

Entendo assim, não é?, eu vejo nos meus problemas, por exemplo, eu tenho que..., como estou devendo, eu tenho que fazer isto ainda hoje, resolver uma equação diferencial ai que me pediram que eu resolva,

4.12	esta equação diferencial a gente tem uma escrita própria para ela, temos um conjunto de ferramentas próprias para trabalhar e..., eu percebi que na minha escrita eu cometi um erro num pequeno sinal; eu trabalhei um monte ontem, cheguei numa equação e falei: agora piorou

minha vida!, no lugar de melhorar, piorou minha vida; será que não errei lá para traz?; fui ver, no eu escrever eu errei; então é fundamental você fazer passo-a-passo,

4.13	porque se você não escreve corretamente as coisas, você não concatena corretamente as coisas, você acaba indo em direção completamente absurda,
4.14	contrária daquela que você pretendia ir; então a escrita como você viu, é muito mais ampla que o próprio ato de escrever, não é?; o ato de escrever faz parte da escrita,

é..., a concretização faz parte da escrita; a escrita é um negócio complicado em matemática, muito complicado; o falar, de certa forma é uma escrita, não é?; você falando aqui, quero dizer, quando a gente fica na lousa..., ali na lousa a gente quer concretizar, queremos escrever aquilo que estamos falando, porque é importante, a gente tem que deixar aquilo registrado, não é?; então, eu

4.15 penso assim a respeito da escrita, tanto na prática de ensinar como no processo de aprendizagem, mesmo que você não consegue dominar essas coisas de uma maneira..., não digo perfeito porque não há..., não há ninguém que domine isso de uma maneira perfeita; pelo fato de você ser humano você já está com cinqüenta por cento de chance de erro, então..., mas você precisa dominar pelo menos um..., uma porcentagem bastante boa a sua escrita.

Eu vi uma professora, num curso desses de especialização que trabalhei ai, ela já é professora formada, de matemática; não sei onde ela dá aulas, é..., deve ser muito ruim; ela começou a manipular uma equação para achar a função inversa, não é? y é igual a ..., funçãozinha..., x mais três sobre x menos dois, e eu queria que achasse a função inversa dessa função racional ai. Ela manipulou a escrita ali de modo completamente absurdo e chegou que y era igual a cinco..., qualquer coisa assim, e saiu cancelando, sabe?, fazendo a maior lanbança, como se ela tivesse pegando um dicionário, tomando sorvete ao mesmo tempo, descascando laranja, jogando futebol; não podia ter a menor coerência daquelas coisas que ela estava fazendo, dentro daquela linguagem e daquele formalismo que ela deveria ter, não é?; estava no completo desrespeito a qualquer tipo de raciocínio, de..., de operações, de escrita, de..., era uma lambança, não tinha a menor..., e já era formada. Então, eu imagino que para essa professora, acho que nunca ninguém se preocupou em ensiná-la como proceder..., dizer porque é assim...; leia com atenção!, não é?;

a menina que me procurou ali: de onde veio esse negócio que está escrito aqui no livro, de onde saiu essa raiz quadrada de

4.16 quadrado de x mais quadrado de y mais um?; ela não leu o que estava no enunciado direito, não compreendeu aquela fórmula, não adiantou você ter aquela escrita ali, ela não dominou aquela linguagem, não dominou aquela..., não compreendeu, não é?.

Então a escrita, ela é fundamental; está escrito, está ali; está correto?, está bom; então, o sujeito tem que ler o que significa, compreender tudo o que significa para poder manipular, novamente através da escrita e produzir resultado. Então, é complicado falar na escrita, mas é..., eu penso assim. E então,

4.17 se você é um cara que não se preocupa com a escrita, ou seja, faz como essa professora fez: vai cortando aqui, vai colocando ali; se ela não tem essa preocupação com a escrita, ela vai ensinar tudo errado, o cara não vai estar sabendo nunca qual é o procedimento correto que ele tem que usar!, uma ora ela faz isso, outra ora ela faz aquilo!, sabe?,

se o professor..., o cara educador está escrevendo tudo errado, quero dizer, não está botando com coerência, com justificativas, com a lógica, tudo aquilo que ele está se propondo, como que alguém, mesmo lendo aquela escrita toda vai compreender, percebe?; muitas das vezes a gente está resolvendo um exercício, quem está prestando a atenção está vendo que você está fazendo as contas lá, ai você comete um engano: no lugar de colocar o u zero v zero, você colocou x zero y zero; você escreveu errado, sua escrita está errada, não é? ai o cara vai olhar para aquela escrita ali e fala: opa, até aqui, dentro daquilo que estava propondo, dentro do que eu posso identificar nessa coisa escrita com a que eu tenho dentro de mim, até que eu entendo, mas porque que ali virou de u zero v zero para x zero y zero?; está uma lembrança na escrita, está certo?, está uma misturera; se o cara tem um domínio, ele fala: claro, sou eu mesmo, um engano, o cara poderia ter u zero v zero por coerência da escrita, não é?; ou ele começava com x zero y zero ou com u zero v zero; não pode misturar as coisas no meio do caminho sem dizer para o cidadão: estou mudando, certo? , e porque. Então,

4.18	no aprendizado do aluno, se você comete erros na escrita, é claro que ele vai..., tem duas possibilidades, ou ele fala: bom, eu não vou mais me preocupar com o que este cidadão faz porque ele faz tudo errado e vou eu mesmo estudar por conta própria, ele vai aprender por si, certo?, ou ele continua criticando o cidadão, fala olá amigo, escreve melhor ai porque eu quero aprender, ou ele não vai aprender, não é?.

Eu tenho vários exemplos do meu tempo de graduação, que um determinado professor tinha tudo escrito numas fichinhas; então, ele ia dar aula por ficha, não é?; hoje é a aula da ficha dezessete, que estava tudo escritinho ali, tinha erro, e um cara que sacava da coisa porque já tinha aprendido por si só, falava para o professor: fulano, tem um erro ali; ele olhava..., não está certo; tem erro, olha, por causa disso, disso e disso; ah, está bom, então..., ele corrigia na lousa mas não corrigia na ficha; no ano seguinte ele vinha com a mesma ficha, com o mesmo erro, sabe?; então, esse é o cara que insistia na escrita errada e dane-se o resto, não é?. Tinha outra coisa que é fundado na escrita, deixa eu ver se lembro, porque no momento que eu estava falando me passou assim pela..., tudo bem, se eu não me lembro agora, lembro depois. Então

4.19	esse negócio da escrita é fundamental para você fazer com que o aluno aprenda. Se você escreve correto ele tem chance de entender correto, identificando as coisas; se você escreve errado ele não vai entender nunca.

Ah, foi algo semelhante a ..., a professora da minha filha no colégio, ensinando os alunos a resolverem sistemas de equações lineares, duas equações a duas incógnitas ou duas equações e três incógnitas, em fim, pelo processo de escalonamento e tal, e a professora entrou num looping ao escalonar aquilo; ela fazia uma operação e depois desfazia a operação, fazia a operação, desfazia a operação, fazia a operação, desfazia a operação; ela virou para a turma e falou:

olha gente, esse sistema não tem solução, é!..., e era visível que tinha, certo?, era só olhar e ver que o par *um* e *dois* era a solução do sistema, estava mais que visível, os números eram inteiros ali. Minha filha chegou em casa e falou: pai, me explica como que é esse negócio ai que a professora..., não é? e como todo cara preocupado em não só mostrar a solução, mas explicar porque que se chega ali, minha filha disse: não, vai logo no resultado; ela não estava preocupada com o anteriormente; e eu disse: olha, esse tem solução porque quando eu chutei aqui o *um* e o *dois* eu vi que era solução, porque é muito simples de ver, e ela: é..., a professora disse que não tinha!... falei: bom..., porque..., no momento dela escrever as equações e fazer as operações ela estava entrando em looping, como te falei, fazia as operações e desfazia as operações, não percebia isso; então, ela não estava dominando muito ali, o conceito, o que fazer; e o que foi mais engraçado é quando a minha filha voltou para a sala de aula e falou que tinha solução, eu não sei se a professora falou com ironia ou..., mas falou algo assim: olha gente, a menina aqui achou a solução de um sistema que não tinha solução. Quero dizer, a escrita... falada dessa professora bagunçou a cabeça dos alunos, porque, afinal de contas o sistema que tem solução ou não tem solução, não tem porque não tem mesmo ou..., não tem porque ninguém achou ainda?, sabe?, como é que é essa história?; então, você tem que..., cada palavra tem que ter seu significado próprio e inequívoco, não é?, daí tem que Ter a escrita!, tendo a escrita você tem a definição daquilo que você se propõe, não é? e cada vez que você mencionar aquela palavra magica, acessada a ela, atrelada a ela, está todo um conteúdo!, é..., e o que é muito interessante e que muita gente não percebe é que principalmente

4.20

na escrita matemática tem havido uma certa coerência entre os nomes dados aos conceitos, está certo?, tem havido uma coerência com aquilo que de fato significa fora da matemática, não é?; dá-se o nome de transformação..., transforma mesmo, sabe?, é aquele negócio que modifica, não é?; então, se está escrito como o cara pensar em transformação..., não é uma abóbora, abóbora é outra coisa, não é?; então, o nome que foi dado, de fato, tem um significado, e muita gente não percebe; então, você fala: olha, esse nome foi dado por causa disso. Mas, puxa..., porque a palavra derivada..., derivada, derivada, porque derivada e não zé da silva?, não é?, e quando as pessoas percebem o significado do porque derivada, é porque veio "de", derivou "de", sabe?,

foi originada "de", não é?; ah!..., mas é isso!?, porque ninguém nunca me falou isso!?; mas precisa falar?, você não foi derivado do seu pai e da sua mãe?, não é oriundo?, precisa falar "derivou porque"?; ah!...m mas eu não me atinava para isso!; então, pára e reflita sobre o que aquilo significa, quem sabe vo cê lendo o que está escrito, percebendo a escrita, a importância da escrita, você entenda o significado melhor das coisas.

4.21 E a escrita tem outro significado ainda, não é?, ela registra a história da coisa; então, tem esse outro lado da escrita matemática; se você pega um artigo é..., resolvi o teorema de Poincaré. Muito bem!, como?; lá, lá, lá, lá, lá, lá, lá tá?; pára com isso!, escreva!, vamos escrever. Vamos ver se está tudo coerente aqui. Porque entre uma respiração e uma vírgula que se fala aqui, a gente pode estar cometendo algum erro.

Então, você escrevendo, pondo no papel tudo aquilo, você consegue historiar sua demonstração, historiar o seu "causo", não é?, e passar para qualquer outro ver, em fim,

4.22 transforma aquilo numa coisa de caráter universal, não é?, não fica local, restrito só a poucos; a escrita tem que ser universal, não é?; agora eu estou falando escrita no sentido de simbologia, não é?.

Lógico, não vai ser..., vou fazer em português, não sou obrigado fazer tudo em inglês porque se fala inglês, não é?, mas alguma coisa que qualquer pessoa que trabalhe com aquele assunto possa ler em qualquer parte do mundo e ter uma noção a respeito, que pelo menos compreenda grande parte do que se pretende, pode não entender tudo, mas..., porque tem assuntos que são muitos específicos e, então, só pouca gente entende, não é?,

4.23	mas eu acho que nesse aspecto da escrita como registro da coisa, serve para quase todos os fins, tanto para o processo de aprendizagem, como para o processo de ensinar, de registrar as coisas, de concretizar, em fim, vai por ai.

Não sei se deixei de falar de alguma coisa nesse sentido, não é?, mas é o que estou sentindo no momento. Mas eu queria falar ainda...; veja,

4.24	a gente está preocupado com a prática de ensinar matemática; na verdade a escrita ela é necessária em qualquer tipo de linguagem que você queira ter.

Porque que a gente aprende a ler e a escrever, não é?; lá, quando a gente é pequenininho, não é?, porque a gente precisa disso, não é?, a gente precisa porque sem esse “ler e escrever” a nossa vida ia se tornar muito mais difícil; então, se a gente procura otimizar nossa passagem por esse mundão,

4.25	ler e escrever fazem parte de uma primeira formação de uma pessoa que pode colaborar com a melhoria desse mundão, não é?, e também possa adquirir novos conhecimentos, novas práticas e ser um cara muito mais participante e..., assim..., observador do mundo que o cerca, não é?,

porque se não sei ler, não me importa o que está escrito naquela placa, não vai alterar nada no meu conhecimento; mas se eu sei ler, eu posso perceber se aquilo que está lá me interessa, se aquilo que está lá me modifica, se eu posso fazer alguma coisa para modificar aquilo, em fim, se eu leio um jornal eu posso saber, como eu posso, como cidadão, interferir na política do pais e assim por diante; em fim, é isto também;

4.26 muita gente fala assim: eu não gosto de matemática; porque que você não gosta de matemática?, porque ele não esteve habituado àquela linguagem matemática desde o começo, então ele não aprendeu a ler e escrever em matemática, esse é que é o negócio!,

você vê que tem gente que pega livros, devora livros!, de literatura, não é? aprendem a ler e escrever o português, nossa língua de comunicação, não é?, comunicação social, não é?, mas se der um texto de – não quero!, ele não aprendeu a ler matemática, certo?, não aprendeu a escrever matemática; ele tem outro interesse, se interessou pela escrita em outro nível. Mas

4.27 para nós, que trabalhamos com matemática, é fundamental a gente dominar a escrita...,e a fala, não é?, a ler e escrever matemática; de um modo geral é fundamental, você tem, tem, porque se não, não adianta.

Um menino que faz aperfeiçoamento aqui, está fazendo aperfeiçoamento porque ele precisa para dar alua, ele fez um curso técnico ou superior, sei lá o que, mas como dá aula de matemática e tem ai possibilidade de emprego para ele, não é? e está exigindo licenciatura para o pessoal poder dar aula nas escolas do estado, ele veio desesperadamente para fazer uma especialização no sentido de pegar algumas coisas da universidade para poder dar aula, mas ele não domina a linguagem escrita, nem a falada de matemática; então, ele fez uma disciplina, levou pau; fez outra, levou pau; toda disciplina que ele fez, levou pau; e o cara é tarado por exercícios resolvidos; ele pergunta para você: você tem um exercício bom, resolvido? – tenho; empresta para eu tirar xerox? – via e tira xerox; pega dois do outro, três do outro, e assim vai; ele tem todos os exercícios resolvidos no xerox, mas não consegue ler nem escrever aquilo que está ali já pronto para ele; ele não domina, parece que tem uma parte do cérebro dele que não manipula, sabe?, não..., não realiza no escrito matemático o ..., a ação dele, sabe?, para ele resolver o problema, mesmo estando tudo pronto; é incapaz de perceber que isto implica naquilo, que implica naquilo outro e, portanto, se chega no resultado. Por exemplo, ele aprendeu que o seno de teta era igual a cosseno de *pi* sobre dois menos teta – aquele negócio de relação entre..., ah não, é assim: a gente usava o teta e o alfa, não é?, então o seno de teta é igual ao cosseno de alfa, onde alfa era o complementar; ai um dia estava lá numa questão da prova e ele falava assim: mas, não é mesmo que cosseno de teta é igual a seno de alfa?; e não tinha nada a ver com aquilo, não é?; era para para ele calcular o seno de dois teta, é..., o seno de dois teta, e ele falava: mas não é mesmo que o seno de teta é igual ao cosseno de alfa? – sim cara, mas não é isso que você quer, você quer o seno de dois teta! – mas não entendo, ele falava – o que você não entende o fulano? – e ele: mas, o seno de teta não é igual ao cosseno de alfa? – é, se os ângulos forem ai, não é? do jeito que a gente combinou, mas aqui não é!. A noiva dele, que estava do lado assistindo aula com ele deu a maior bronca: seu burro!, você está vendo que é para calcular o seno de dois teta que é dois teta cosseno teta?; ela falou para ele, ele não conseguiu entender!, quero dizer,

4.28 não adiantou nada ele (o aluno) ter tudo escrito, sabe?, ou ele mesmo reescrever aquilo, reproduzir aquilo; ele não conseguia entender a escrita e a linguagem matemática envolvida no assunto.

Então, é fundamental que o cara tenha um mínimo de domínio para poder entender o que está fazendo. Outra escrita ele não tem problema. Outra coisa que eu tenho notado também, por conta de fazer parte de..., dessas equipes de vestibular aqui da UNICAMP, é o seguinte: que

4.29 o pessoal lá fora aprende bem redação, porque o vestibular da UNICAMP exige uma redação bem feita; então os..., cursinhos ai, colégios, investiram muito na linguagem, redação e..., essas coisas; mas quando você pede para o cidadão: justifique sua resposta, num problema matemático, aquela escrita que ele põe, pode dar uma excelente redação

> para o pessoal de estudos de..., de estudos da linguagem, mas para a matemática não tem nada coerente.

Normalmente ele não consegue expressar com coerência, de forma escrita e mesmo falada, a justificar aquilo que ele se propõe, não é?, dessa forma assim: justifique a sua resposta. Oh!..., cada lambança que fizeram, que não tinha tamanho; a justificativa era mais contra do que pró, a justificativa era ao contrário do que ele estava falando; dizer..., que a função, porque ela não tinha derivada em dois pontos porque fazia bico nesses pontos, então não tinha derivada, sabe?; confundir um aspecto pontual com aspecto global, é..., é porque não entendeu a escrita, não entendeu a linguagem, não entendeu o significado da coisa; por mais que esteja registrado ele não conseguiu entender. Então, é fundamental mesmo, que o cara tenha algum domínio para poder..., tanto ensinar, senão ele não consegue ensinar e..., para o cara aprender também. E..., tomando mais um pouco do tempo do Antônio, me lembrei de mais uma coisa aqui, Eu tenho notado ultimamente, e isso é um vício,

4.30

> eu tenho notado que quando a gente está ministrando aula assim, e os estudantes estão assistindo as aulas, poucos anotam, poucos registram, poucos escrevem aquilo que você põe na lousa. Eu, particularmente, sempre escrevia o que tinha na lousa, por várias razões, primeiro porque no momento que eu estou escrevendo eu estou refletindo em cima daquilo que está escrito;

se eu tenho que escrever aquilo, então eu tenho que ler o que está escrito; está escrito derivada, escrevi derivada; está escrito da função, então já sei de quem é a derivada, então eu estou tomando consciência, sabe?, daquilo que está se passando; eu não estou sendo um mero espectador do circo, eu estou sendo um participante; então,

4.31

> eles não tem tido o hábito; não tendo hábito de escrever aquela aula, e quando você pede para resolver um exercício

ele não é capaz de reproduzir porque ele perdeu o hábito de escrever;

esse é um detalhe que eu tenho notado; ele acha que..., tem gente que consegue armazenar!. Por exemplo,

4.32 eu tinha um colega, que hoje é diretor do instituto, que..., ele chegava na aula e, ah..., o professor está dando isso?, ele já sabia tudo aquilo; então o que o cara falasse ele não precisava escrever,

ele já tinha tudo aquilo organizado na cabeça dele, porque ele já tinha estudado aquilo antes, então ele não precisava escrever nada, não é?, ele só ia conferir se o cara não estava passando um dado a mais do que o que ele tinha. Se eu fosse a uma aula de cálculo um hoje, também não iria escrever nada, vou perder tempo porque?, eu sei o livro decor e saltiado, eu sei todas as explicações que tem isso naquilo, aquilo outro, então eu tenho a coisa estruturada, escrita dentro da minha consciência, da..., do meu conhecimento, está tudo escrito ali, se eu fechar os olhos eu vejo tudo escrito, está certo?; então, eu não precisava, como ele não precisava; mas

4.33 quem está no processo de formação, do alicerce, tem que pegar no barro e no tijolo para construir a sua base,

ele não pode começar no andar de cima porque aquilo vai “pro saco”; então,

4.34 grande parte dos fracassos dos nossos estudantes de se saírem mal em provas e não conseguir é..., realizar a resolução de exercícios sem ajuda de alguém, se deve a esta falta de prática; os caras preferem ficar sentados na cantina, tomando cerveja e jogando conversa fora, a pegar e resolver, pegar na massa. Ali no papel e fazer conta, rabiscar, errar..., sabe?;

eu vejo esse tipo de coisa e vejo assim: como ele não treina isso antes, no momento que ele precisar de fazer ele vai ter um processo muito mais demorado; só se ele for muito capaz mesmo, não é?, para ele realizar isso de uma maneira..., em tempo hábil; fora disso ele vai ser fracassado. Esse é um fator da escrita que tinha me passado despercebido. Mas você veja, a taquigrafa quando vai lá numa reunião, ela tem que escrever tudo aquilo porque tem que ter um registro; você tem esse gravador, não é?, então esse gravador registra, mas se esse gravador cai no chão e quebra, você pode perder o que você gravou; no papel..., também pode pegar fogo, está certo?, mas então você tem que ter o registro e

4.35 a escrita é processo de registro que..., um processo de registro, um processo de prática, um processo de treino e desenvolvimento da linguagem, não é?, você não pode gaguejar na escrita;

você pode gaguejar na fala, mas na escrita você não vai gaguejar, você não vai repetir a mesma frase cinqüenta vezes: se, se, seja f uma função; se, se, seja f uma função; se, se, seja f uma função – pára cara!, pensa no que você está fazendo; gaguejar..., você pode ter um defeito ai, não é?, mas é importante a escrita, você é...,

4.36 registrar aquele conceito, aquele assunto que está sendo passado; se não como é que você vai cobrar do seu professor, o que ele deu naquela aula tal, você não lembra, o que que você vai ter que estudar para a prova, você não lembra, então é preciso ter algum tipo de escrita, algum tipo de registro para isso;

então, é isso, está bom?.

DEPOIMENTO 5

Muito bem. A pergunta que o colega me dirige eu vou ler: O que você entende ou como você compreende o significado da escrita da matemática na sua prática de ensinar matemática e como você compreende a escrita da matemática no processo de aprendizagem matemática vivido (desenvolvido) pelo seu aluno?. Bem, em primeiro lugar meu nome é Cláudio, Cláudio Arconcher, eu trabalho e moro em Jundiaí, que é uma cidade próxima a São Paulo, e leciono matemática a cerca de vinte e sete anos, principalmente para alunos do ensino médio, para alunos do pré-vestibular e ensino cálculo, cálculo II em faculdades de engenharia. É essa minha experiência como docente. Bom, procurando responder a pergunta, então, primeiro eu entendo que ela tem duas partes distintas: uma é o significado da escrita na minha prática de ensino e outra é a escrita da matemática no processo, que papel ela tem no processo de aprendizagem matemática vivido pelo seu aluno, pelo meu aluno. Então vou tentar responder a cada uma das partes.

5.1 Eu diria que na minha prática durante o ensino da matemática, a principal, o principal meio de comunicação é o oral.

Até em momentos que eu estou procurando demonstrar um teorema para meus alunos, quando a oportunidade assim se melhor se apresenta, ela é feita,

5.2 a demonstração, evidentemente que eu vou na lousa e escrevo alguma coisa, mas a demonstração ela tem muito de oral;

e essa é uma característica própria e própria da comunicação entre as pessoas, a oralidade.

5.3 Uma demonstração matemática, ela pode ser totalmente oral; ela precisa ser escrita com rigor, não é? no momento de se fazer uma comunicação oficial, de se apresentar um trabalho, alguma coisa mais sofisticada.

Mas o processo de ensino, a grande, o grande volume de comunicação, é via oral. Eu me lembro, me recordo neste momento exatamente de dias atras que eu estava resolvendo um problema para alunos, alunos na verdade um pouquinho especiais que têm um gosto especial pela matemática e com, com eles eu faço um trabalho diferenciado, trabalho resolução de problemas que é uma coisa que eu gosto muito de trabalhar.

5.4	E eu estava discutindo a resolução de um problema, acabei escrevendo no final a resolução do problema, e com certeza o que eu escrevi na lousa era precário, e uma das tarefas que eu passei para os alunos era escrever aquilo de uma maneira um pouco mais rigorosa, e me apresentarem, então, depois a escrita.

Alguns alunos, é...,

5.5	a intenção era assim..., é..., eram duas as intenções: primeiro era checar uma maneira de verificar através da escrita o que realmente eles tinham compreendido ou quanto eles tinham compreendido; e outra também era verificar a maturidade com que eles estavam escrevendo

porque tratava-se de um grupo de alunos bastante jovens, coisa de quatorze, quinze anos. Alguns alunos retornaram o trabalho escrito, eu fiz alguns comentários por escrito, apontando é..., o que na minha opinião eram deficiências da escrita da matemática e retornei aos alunos nesse primeiro momento. Mas então eu insisto em que a grande parte do tempo gasto no ensino da matemática, é oral; comunicação é oral; e isso para mim, eu repito, é uma característica não só da matemática, mas principalmente das ciências; é uma maneira oral. Quando eu quero comunicar uma idéia a um colega, uma idéia matemática, o primeiro e mais eficiente meio é o oral. É claro que

5.6	a lousa serve, o papel serve, para criar figuras, criar imagens, mas nada supera a qualidade da comunicação oral.

Até uma coisa interessante, eu vou te relatar: eu trabalho numa escola que pode ter muitos recursos do tipo multimídia, microfones, computadores, telões..., esse tipo de coisas; por exemplo no curso pré-vestibular, a única coisa que eu posso usar é o microfone; qualquer outro recurso multimídia para os alunos, eles têm uma resistência muito grande em aceitar; parece que há uma mágica no professor quando ele fala; o que eles querem é você falando. Então é uma coisa curiosa de se notar porque todos esses recursos, audiovisuais, eles acabam servindo, nos colégios caros, nos colégios de elite, é muito como..., como marketing. E uma história interessante que ocorreu, não neste colégio que eu trabalho, mas no colégio de um colega; gastaram uma sala com computadores, com equipamentos multimídia, com telões, com coisas desse tipo; coisa de duzentos e cinqüenta mil reais custou a sala. Essa sala, ela serve mesmo para, durante as matrículas, para que os pais visitem a sala; porque os alunos não curtem a sala;

5.7	a maioria deles dos alunos) têm computadores em casa, já conhecem muito bem coisas básicas de computadores e o interesse deles é um pouco diferente dos nossos; eles estão interessados em criar páginas na internet...; eles não estão interessados num aprendizado através do computador, por exemplo de matemática. Um exemplo concreto é o Cabri; é um programa fantástico para o ensino de geometria, mas é muito difícil em interessar os alunos em aprender um pouco de geometria através do Cabri. A impressão que eu tenho é que eles preferem a forma oral;

que se a gente pensar e comparar com as mídias modernas, nos somos um sistema de alta complexidade e de alta interação, muito melhor que qualquer computador; nos podemos ser interrompidos a todo momento; as perguntas dos alunos às vezes são simultâneas; no meio disso tem uma encenação que acaba sendo quase que um teatro; então nos somos uma mídia muito mais completa do que qualquer mídia moderna, e isso os alunos percebem. É interessante isso. Então, por exemplo, nessa..., na sala desse colégio, onde você pode ter projeções, onde você pode ter fitas, pode ter vídeos; isso é usado com mais sucesso, por exemplo, nas aulas de geografia, nas aulas de biologia, mas principalmente nas aulas de geografia parece que dá mais certo. A matemática tem alguma coisa que..., me parece que a tradição oral ainda e o principal elemento, a forma oral ainda é o principal elemento de comunicação. Nos usamos, no meu colégio particular, usamos os computadores de várias forma; como a grande maioria – é um colégio de elite – a grande maioria tem computadores em casa, então como ele é usado: provas - os alunos têm uma grande curiosidade em ver como foram as provas dos alunos do ano anterior; então essas provas estão hoje todas disponíveis via internet; eles podem acessar o colégio e fazer o dawn load das provas. E para isso, basicamente, que os computadores servem. Servem, evidentemente, também para todo um trabalho burocrático; as provas todas são editadas em computador, mas dentro da sala de aula a figura central é o professor e a sua capacidade oral. É incrível, mas é..., parece que nós vamos ainda tempo a fora, milênios a fora, isso vai ser o principal. E como eu disse anteriormente, se a gente parar para pensar um pouco, é porque nós somos um sistema extremamente complexo e bem equipado. Nos fazemos coisa pior do que o computador; um desenho feito no Cabri é fantástico, mas não tem esse elemento da interação oral que você consegue atender, mesmo uma classe com quarenta alunos, você consegue atender dúvidas de..., de caráter muito diferente de um aluno para outro, dadas as suas caraterísticas, dadas as características pessoais dos indivíduos; como o instrumento oral de comunicação nos conseguimos uma eficiência muito grande nisso, muito grande.

5.8	Então na primeira parte da pergunta, a escrita como o processo de ensino é, que eu uso evidentemente, os alunos gostam; essa coisa ancestral ainda de copiar da lousa parece que está, ao contrário do que se poderia imaginar que fosse desaparecer, ela tem ganho..., eu tenho visto, constatado, ela tem ganhado uma força muito grande;

os alunos tem cadernos de apontamentos e querem...; se eles pudessem eles copiariam a gente da lousa, copiariam a gente; mas eles querem a gente, o contato humano com o professor, e

> 5.9 aquilo que você escreveu na lousa, ainda que do ponto de vista matemático seja imperfeito, necessite correções, necessite retoques, mas ele é muito mais próximo da humanidade do aluno, e da sua, e é esse contato que me parece fundamental no processo de ensino, essa humanidade, essa troca, esse agrado mútuo.

Eu, mesmo para mim, eu sinto isso quando eu tenho dúvidas matemáticas, eu vou à universidade, vou até à universidade que estudei, que é o instituto da matemática da USP, e procuro conversar com um professor, um ex-professor meu a quem particularmente eu tenho um carinho especial, e o grande prazer é a conversa, é a troca de idéias, é o oral; ele acaba resolvendo minha dúvida, depois a gente acaba..., ele acaba escrevendo; acaba, eventualmente, saindo até uma pequena coisa que pode ser publicado, mas o grande prazer está na troca, no encontro entre as pessoas; e o escrever a matemática ai acaba sendo secundário. É claro que ao escrever numa lousa para uma classe é uma forma de comunicação; eu procuro fazer isso..., creio eu que uma grande parte dos professores procuram escrever bem;

> 5.10 uma lousa bem feita também é um elemento muito interessante no processo de aprendizagem, no processo dele, dele penetrar nos significados dos conceitos matemáticos

- eu acho que uma lousa bem feita ajuda; uma lousa pré-pensada; claro que há momentos em que surgem..., a dinâmica da classe surge..., na dinâmica da aula surge situações em que você não pode deixar passar, ela é muito interessante para aquele momento, para induzir um aprendizado, para facilitar um aprendizado; são coisas voláteis, situações que não se pode padronizar, mas muito freqüente, extremamente freqüentes. Falando..., como dou muitas para alunos dos cursos pré-vestibulares..., claro é..., estou falando do topo da pirâmide educacional brasileira e tenho plena consciência disso; então, estou falando de uma experiência muito localizada; mas, por exemplo, o elemento de humor na aula é uma coisa essencial, faz a aula fluir de uma maneira muito mais agradável, e isso só é possível quase que com uma ação teatral do professor, e que a gente aprende com o tempo como fazer isso, não é? como contar uma piada de uma maneira agradável; isso na minha opinião, esses elementos que não são tão..., não são matemáticos evidentemente, mas são do humano, do professor, eles são fundamentais no processo de construção de aprendizagem e entendimento do assunto; poderia se dizer, no processo de dar significado para os entes matemáticos. A primeira pergunta eu acho que é mais ou menos isso que penso.

5.11	Deixa eu voltar aqui e ler a Segunda parte: a escrita da matemática no processo de aprendizagem matemática vivido pelo aluno; como eu compreendo a escrita da matemática no processo de aprendizagem. Bom, escrever é uma outra história. Escrever qualquer coisa não é tão simples; é..., e não são todas as pessoas que têm essa facilidade de escrever, né?

até escrever uma mensagem, um email, você precisa se policiar um pouco; creio que pessoas que mexe com trabalho na área de educação...; nós precisamos estar preocupados com a correção gramatical e coisas desse tipo. É...,

5.12	então escrever é um estágio, eu diria, um pouco mais avançado e que apenas alguns alunos chegarão a esse estágio no seu processo de aprendizagem. Alguns alunos poderão..., terão que escrever matematicamente com alguma qualidade.

Particularmente para esse grupo de alunos ao qual eu me referi, são alunos do pré-vestibular, o escrever matemática, torna-se..., para eles torna-se uma coisa imperiosa, e eu me preocupo com isso, com esse grupo; eles precisam escrever matemática bem; por que? porque eles vão passar por um processo seletivo onde precisam apresentar uma alta performance; estou falando de alunos que querem entrar na escola pinheiros de medicina, que querem entrar na medicina da UNESP; basicamente é este o meu padrão de aluno. É..., por outro lado eles têm uma enorme vantagem, porque

5.13 devido a este objetivo na vida deles, eles estudam muita coisa de literatura, estudam muita coisa de gramática, muita coisa de ciências humanas; eu diria que eles..., muitos deles escrevem muito bem e isso se transfere para a matemática,

para a escrita da matemática; facilita; facilita e muito. E está num contexto...,

5.14 escrever matemática está num contexto de escrever em geral; ela tem as suas especificidades, mas ela está numa articulação da escrita em geral;

5.15 e é claro que alguém que teve um forte treinamento em leitura, interpretação de textos literários, interpretar textos das ciências, é..., da geografia, da história, da biologia, é claro que eles levam uma tremenda vantagem até para escrever matemática; primeiro porque eles sabem, eles dominam os mecanismos da escrita da língua de uma forma muito boa; então escrever matemática para eles, para aqueles que têm algum interesse particularmente nesse assunto torna-se uma experiência mais fácil, uma experiência que flui com maior facilidade; mas isto porque eles vivem num contexto onde a escrita é muito valorizada.

Também esse tipo de aluno, ele já..., ele herda uma cultura acadêmica que vem do berço com ele; ele tem a felicidade de, normalmente o pai é um médico, o pai é um engenheiro, o pai é um advogado, o pai trabalha numa indústria; tudo isso cria uma maturidade intelectual, isto faz parte da formação global do aluno, não é? tudo isso cria uma maturidade intelectual que facilita a vida acadêmica do aluno. Agora

5.16	o escrever matemática de uma maneira mais perto do significado do termo, eu diria que é apenas para alguns, para alguns alunos, não..., não para todos..., não para todos. Como é que eu posso avaliar isso?. Por exemplo, a gente corrige um bando de prova, e uma das tarefas que eu faço questão de executar quando corrijo prova,

5.17	é uma tarefa que eu acho que tem um grande valor educativo: é pegar uma caneta vermelha, acompanhar o desenvolvimento matemático do aluno e entender o que ele fez;

5.18	muitas vezes ele teve uma idéia completamente diferente daquilo que foi trabalhado em sala de aula; é uma idéia totalmente original e que numa vista de olhos, assim um pouco apressada, é perigoso até o professor dar aquilo como errado; no entanto é o contrário, aquilo tem uma criatividade matemática; ele escreveu; ele teve uma idéia diferente daquela que foi trabalhada. Então no processo de correção dos textos de prova eu tomo muito cuidado, isso me toma muito tempo; eu gasto muito tempo da minha vida lendo provas escritas de matemática, onde eu tenho esse elemento da pergunta, não é?

que papel tem no aprendizado da matemática, a escrita; e para esse tipo de aluno que eu estou relatando, como ele está num contexto de uma complexidade cultural, acontece esse fenômeno, ele escreve bem; porque ele aprendeu, ele é treinado para escrever por esses motivos todos que eu já disse; então às vezes até ele cria uma coisa diferente na resolução de uma prova que eu preciso acompanhar com detalhes; claro que

5.19	acontece também de alunos que a gente fica se perguntando, ele está no..., ele está na..., para entrar numa universidade, ele está no final do ensino médio e escreve ainda coisas que a gente considera..., nos consideramos como professores,

olhando para a matemática que está ali, consideramos aquilo uma barbaridade,

com deficiências de aprendizado, coisas básicas que já deveriam estar perfeitamente dominadas, a gente constata, pelo menos naquelas circunstâncias de prova que evidentemente tem um lado emocional presente que pode alterar; nos estamos observando o resultado de uma escrita dentro de uma circunstância que tem um elemento emocional forte; eu estou falando de uma prova; pode ser que em outras circunstâncias colhêssemos; então nesse momento você constata que grande parte do esforço que se fez para ensinar, por exemplo toda álgebra básica, alguma coisa não foi apreendida, ele ainda comete erros que eu classificaria de infantil, de erros infantis; e nesse momento o escrever, o aluno escrevendo matemática, é..., estamos falando aqui de coisas tradicionais, daquilo que nós entendemos como aprendizado tradicional da matemática; observar o que ele escreve tem um papel também importante nesse momento,

5.20 infelizmente quase que exclusivamente nesses momentos de prova é que a gente pode constatar isso;

e nos procuramos corrigir; é claro que o nosso norte, a nossa..., nosso objetivo é que ele aprenda a escrever nos cânones tradicionais, até porque para ele isso vai ser importante no momento que ele vai fazer o pré-vestibular, isso para ele vai ser importante. Mas essa não é a única importância de escrever bem matemática, de maneira alguma; no mundo moderno, sem dúvida nenhuma, essa não é a única importância. Eu acredito que nos precisamos ensiná-los a escrever bem, tanto a nossa língua portuguesa, lidar bem com textos das mais variadas origens; ele precisa ler muito bem; ele precisa compreender discursos muito bem. Vou citar um exemplo que ocorreu comigo mesmo essa semana: eu gosto muito de ouvir o professor Mangabeira Unger falar; alguns o taxa de louco, de visionário, mas para mim ele é um intelectual de primeira linha, e ele tem uma característica no seu discurso, que é fazer pensar o mundo político; ele cria situações; ele tem uma capacidade muito grande de criar metáforas, e não só metáforas, mas ele tem uma cultura vastíssima da economia mundial, da economia de mercado, da concepção moderna de socialismo e de capitalismo, alias, categorias segundo ele, que ele se recusa conjugar atualmente; e essa segunda feira, no roda viva, eu pude observá-lo, e foi um aprendizado imenso, e todo ele oral; felizmente tinha uma banca de entrevistadores à altura, porque também para entrevistar alguém desse porte você precisa de uma banca à altura; eu destaco o Beluso da UNICAMP; o Heródoto Barbeiro, que estava presente na entrevista e que é muito hábil entrevistador; o Beluso é um professor de economia que já esteve no ministério da economia, professor da UNICAMP; tinha dois entrevistadores da revista carta capital; então, um time de peso; foi uma obra intelectual a entrevista com Roberto Mangabeira Unger. Esse tipo de coisa depois eu discuto com os meus alunos; eu lembro que estou falando de alunos que estão no topo de uma pirâmide educacional. Por exemplo, eu trabalho com outro tipo de alunos numa faculdade particular onde eu ensino cálculo II, é uma outra realidade completamente diferente desta; os alunos, esses alunos, certamente, a grande maioria deles, nunca ouviram falar de Mangabeira Unger. Mas os alunos do colégio particular dessa elite cultural brasileira, eles compreende muito bem essas coisas, é possível falar com eles sobre isso. E como eu ia dizendo, novamente, nessa entrevista onde para mim foi um grande aprendizado, ela se deu de uma maneira totalmente oral, não se escreveu nada, mas se conceituou muito a política moderna; o Mangabeira Unger me fez ver, é..., sisões na sociedade, para as quais eu não tinha prestado suficientemente atenção; ele chamou muito a atenção para uma sisão violenta da sociedade brasileira, que são minorias, mas não minorias de pobres e ricos, minorias de organizados e desorganizados; é isso que precisa ser compreendido. Bem isso é um outro assunto, mas eu acho que faz parte da..., do aprendizado escrito ai da matemática. Talvez para sumarizar e terminar,

5.21 eu diria que especificamente com os meus alunos, o processo de ensino ele é muito, muito oral; não sei dizer, traduzir isso em porcentagem, seria uma ousadia que eu não vou cometer; ele é muito oral; é uma conversa; a matemática é uma ciência de tradição oral e o seu ensino continua sendo desta forma.

Repito que essas experiências, com equipamentos, computadores sofisticados, salas..., gasta-se um dinheiro enorme com isso; o retorno que eu tenho visto é ínfimo, eu diria pífio; os alunos não têm interesse nenhum em ficar aprendendo coisas do Excel, coisas do Cabri; o que eles querem é aprender a construir páginas na internet; isso eles aprendem sozinhos, ninguém ensina; até porque eles criam problemas na escola com criação de páginas alternativas que é um problema, tudo quanto é lugar o professor tem lista de votação do professor mais..., melhor professor, professor que você mais gosta, isso para dizer as coisas que se pode dizer numa entrevista, mas tem muito mais. Então, muito dessa coisa ai de novas mídias, ela..., ela..., novas tecnologias, melhor dizendo, eu poderia dizer novas mídias;

5.22 colégios caros de São Paulo, da região do ABC, têm gasto fortunas nisso e o resultado que eu e colegas que trabalhamos, que damos essas aulas afinal, nós estamos lá dando essas aulas, o resultado é pífio; você chega no final do ano o aluno não aprendeu a usar o Cabri, porque ele não quer usar o Cabri; então, vai muito ai..., mas para a mídia da escola faz muito bem. O que o aluno quer realmente é essa comunicação oral com o professor;

ele quer perguntar uma dúvida, mas oralmente para o professor; e eu repito, se é para ter um conceito moderno, nós somos um sistema de alta complexidade, com terminais altamente complexo e conseguimos, acho, que processar informações em paralelo, que conseguimos responder quase que simultaneamente; então, é um sistema que vai ser difícil algum computador superar. Claro que isso não..., não diminui a importância que o computador vai ter na vida desses alunos; essa é uma outra história. Acho que é mais ou menos isso.

DEPOIMENTO 6

Bem, eu vou falar da minha prática, do que eu presenciei, do que eu vivi e que eu ainda vivo dentro da sala de aula, no contexto da sala de aula. Ah..., eu

6.1	estou trabalhando com escolas públicas, com escolas particulares...,
6.2	e a gente percebe que há uma ênfase muito grande na questão da escrita,

uma cobrança muito grande na escrita.

6.3	A prova é um momento e esse momento ele..., ele se constitui da escrita.
6.4	O aluno é avaliado por aquilo que ele apresenta na escrita.

Agora..., para se chegar a esse ponto, eu vejo que tem..., um longo caminho. Eu acho que então você cobra de um aluno, a escrita...,

6.5	existe um longo caminho que é de construção dos conceitos, de construção de um..., de um sistema, de um..., de um campo conceitual,
6.6	e isso daí passa muito por..., por diálogos. Eu acredito muito numa questão que antecede a escrita, que antecede a formalização, que é a questão de dialogar sobre o assunto, sobre o conceito.

Um ...,

6.7	vamos dizer que seja uma..., vamos dizer que seja uma..., um tempo de maturação para a escrita.

E esse tempo..., no meu entender, deve existir esse tempo de maturação. E isso daí se faz como? É aquela relação que o indivíduo vai tendo com o objeto em estudo, é como, por exemplo, penso, incorporar no nosso vocabulário alguns termos que de vez em quando surge diante da..., desses... avanços tecnológicos, ou de..., ou de mudança de paradigma e tudo mais, que você só vai passar a utilizá-lo a partir do momento em que você vai interagindo e vai vendo a ..., esse termo em diversos contextos, você vai formando esse contexto. Eu penso que..., é como você é..., constrói..., é como uma criança constrói um conceito com passar do tempo, tá? Ela tem, por exemplo, esse conceito num primeiro momento ele é, ele é..., é bem íntimo, é uma coisa bem..., é um conceito bem dele próprio, aí ele tende para um âmbito um pouco maior, certo? vai ampliando cada vez mais até se construir, por exemplo, uma entidade..., alguma coisa de entidade pública. Então, a partir desse momento é que ele vai poder falar normalmente utilizando esse termo. Eu

6.8 vejo assim, que em matemática também tem isso, tá? Em matemática eu acho que existe esse caminho, existe esse processo,

6.9 e esse processo é feito ª.., através da..., da interação ou do conceito do objeto que esteja sendo estruturado, dentro de um campo que cai se ampliando..., se ampliando, onde a gente vai percebendo essas relações, as relações que ele tem com..., no seu sistema e com outros sistemas e aí então acho que o aluno é capaz de estar escrevendo mais tranqüilamente a respeito disso, certo?

então, ah..., voltando aqui à questão da pergunta: é? é. Eu acho que é o ponto final da aprendizagem de um conceito ou de um campo..., ou do domínio de um campo conceitual, não é? Mas existem esses graus de..., de incorporação desse objeto ou desse conceito. É..., eu vejo assim que a psicologia é que trata bastante disso, não é? de como é que se forma esse conceito, essa amplitude que sai de um..., de um micro espaço para um Macro, não é, nem de um micro para um macro.

6.10 É..., por exemplo, a questão do ..., da escrita que vem no livro didático, se nós considerarmos uma estrutura formal como até a pouco tempo o livro tradicional se apresentava, é... a gente

	percebe as dificuldades que o aluno tinha em..., em compreender e incorporar determinados conceitos,

propriedades, relações..., em fazer..., em constituir uma estrutura para aquilo que ele estava estudando, quero dizer, localizar dentro de uma determinada estrutura, não é? e...

6.11	atualmente essa linguagem ela está sendo mais modificada, está sendo mais modificada, está sendo..., essa questão do diálogo, do autor com o aluno, com o seu usuário, ela está se modificando, tanto é que está se partindo..., por exemplo, de dar um conceito de situações problemas em que o aluno vai se sentindo dentro desse problema.
6.12	E daí, a importância do papel do professor, por que? o professor é o ..., vai ser o intermediador entre aquilo que o autor quer colocar entre a proposta do autor e aquilo..., e o objetivo que o professor quer chegar. Por que? porque a escrita matemática no livro didático não se dá conta se o aluno entendeu ou não.

Então, as conjecturas que vão surgindo nesse processo, no meu entender, é que vai fazer com que o aluno consiga ter um domínio da linguagem e a partir de um determinado momento ele passa se sentir mais à vontade e estar escrevendo sobre aquele ente matemático que ele está estudando. Então, por exemplo, quando nós há uns tempos atras tínhamos que decorar os teoremas e..., os teoremas só podiam ser daquela forma, naquela estrutura lógica, oh... o recurso de que o aluno utilizava era simplesmente a memorização. Então, muita coisa era memorizada.

6.13	Hoje não..., hoje a gente consegue primeiro estar discutindo com o aluno ou ele pode utilizar diversas formas, inclusive de linguagem, não só uma simbologia, mas uma retórica

também, que eu acho que isso é importante, não é? uma linguagem retórica, é ..., para poder chegar numa linguagem simbólica. Então, eu penso que deve ser por aí. E pelo que a gente tem vivenciado, nas pesquisas que a gente tem realizado, nos projetos que a gente tem desenvolvido com crianças, ah...

6.14	nós temos utilizado esse procedimento de partir.., deixar falar sobre o objeto,

sobre o conceito, de colocar num âmbito maior de compreensão, de relações, verificar onde ele aparece, até mesmo a questão da palavra..., a palavra segmento, o que que vem..., o que que significa segmento..., para ele entender segmento de reta; no contexto da nossa língua, o que que significa um segmento? Não é? na parte..., e na reta então? o que significa? Quero dizer, pegar aquilo que a gente quer estudar, apresentar em diversos contextos e..., ampliando e voltando as questões matemáticas.

6.15	A escrita..., acho que o ponto final, a gente se comunica pela escrita, a forma de..., um entendimento universal é através da escrita, da simbologia, então acho que isso é importante, é uma forma de você comunicar um pensamento de tal forma que outras pessoas consigam entender,

6.16	mas isso (a forma escrita) é um processo final,

não sei nem se é um processo final porque a partir daí eu acho ainda que tem muito a crescer e a vivenciar para poder dar os passos seguintes, mas..., é..., um processo que eu julgo muito importante. É por exemplo..., é como se hoje você não.., não colocasse seu aluno a pensar sobre o que é uma hipótese, sobre o que é uma tese..., certo? e você simplesmente conversa a respeito de um resultado..., de uma propriedade, mas você não distingue o que é uma hipótese, o que é uma tese..., quero dizer que linguagem formal esse aluno vai obter? Acho que vai ser meio difícil, não é? depois num determinado momento ele se comunicar com seus pares ou.., ou até entender uma..., um texto escrito que chegue às suas mãos. Por que? porque é uma linguagem universal... Agora, é um processo..., é como a gente vê, por exemplo, o

YUNG falando que para ele, o que que significa a igual a b? Para ele, a é igual a a e b é igual a b.

6.17 Então..., na Álgebra, as dificuldades que eu percebo mais com os alunos e o significado da linguagem algébrica, por que? porque não há uma..., não houve uma relação com..., com a linguagem do dia a dia, não é?

não houve uma relação com outras formas de..., outros encaminhamentos, como por exemplo as questões aritméticas que são intrínsecas num... na Álgebra. É..., é como por exemplo um aluno sempre sentir a necessidade de ter uma expressão e igualar a alguma coisa porque ele não via significado naquilo. Então, eu acho que...,

6.18 o que que faltou..., no meu entender faltou essa formação de um conceito nos seus diversos níveis, até chegar a essa linguagem que ele está tendo que manipular,

mas ele não sabe como, porque ele não teve esse entendimento, Daí.., tem esses cursos institucionais que podem ajudar ª.., a pensar... essas relações,

6.19 essa maturação, ela acontece por meio do que? por meio de situações que são apresentadas..., ai pode entrar por meio de jogos...

e outros recursos que levam a isso. Eu vejo que a questão da linguagem matemática, ela pode hoje ser feita por diversas formas, por exemplo, no estudo de função, está certo? quando você.., começar por uma linguagem formal, definindo o que é função, provavelmente esse aluno não vai entender o verdadeiro significado de função, nem na questão da língua o que é estar em função de. No entanto, se...,

6.20 se ele (o estudante) começar a observar fenômenos mais simples, por exemplo, envolvendo contagem, onde ele vai, é..., primeiramente ele vai ver uma lei de formação, certo?

6.21	aí ele (o estudante) vai transformar essa lei de formação numa lei matemática,

6.22	onde ele possa pegar essa lei matemática e perceber que essa lei matemática pode estar expressa numa linguagem gráfica;

essa lei matemática é da correspondência que tem naquilo que ele observou, quando você está trabalhando com um probleminha de contagem, por exemplo, pilhagens de cubo como a gente faz aqui com alunos que vêm participar de projetos, a gente percebe que..., o aluno às vezes,

6.23	ele (estudante) não tem a linguagem matemática num primeiro momento, mas ele consegue observar o fenômeno, ele consegue tirar uma lei de generalização, mas ele não sabe transformar aquilo numa linguagem matemática.

Então, por exemplo, a linguagem..., o que é uma variável, as letras não têm significados.

6.24	Então, enquanto ele (o estudante) não vivenciar bastante isso, ele não participar de..., diversas situações, ele nunca vai chegar na questão, por exemplo, do valor do que é um *n* numa lei de generalização, não é?

então, quero dizer, não é através de um único exemplo que vai ocorrer essa matemática. Depois..., ai o que acontece, ele vendo...,

6.25	ele (o estudante) escreve a lei, ele vai ver se aquela lei realmente está representando o fenômeno, ele volta, ele faz essa interação,

6.26	então aí nos temos diversos tipos de linguagem, a linguagem comum do dia a dia,

passando por

6.27	uma linguagem, por exemplo, de notações,
6.28	de tabelas,

que passam pela, pela..., lei matemática, que passa por um outro tipo de linguagem que é

6.29 a linguagem gráfica, que pode ..., que traduz muitas vezes muito mais que uma lei aritmética, não é?

uma lei matemática, que possa ter...

6.30 Então, a partir do momento que ele..., no meu entender, que ele tem esse domínio dessas linguagens sobre um mesmo objeto, sobre um mesmo objeto de estudo (objeto matemático), aí sim, ele vai conseguir, com certeza, ah..., escrever, escrever a respeito daquilo que ele estava fazendo, de uma forma matemática.

A partir dali então ele vai poder passar, então, para..., para variáveis contínuas, certo? e..., e estar em função de aí já começa a ter sentido para ele. A partir do momento que começa sentido, com certeza ele vai conseguir utilizar essa linguagem com mais tranqüilidade. Um fato que ocorreu numa escola, que eu acompanhei um aluno que estava na fase de alfabetização matemática, e ele apresentava um nível de entendimento matemático muito bom. E..., qualquer na idade dele, próprio para a idade dele que era proposto, ele conseguia resolver. Ele resolvia mentalmente e ele expressava um resultado, e a escola estava para reprová-lo, porque a prova, que é um documento de que ele..., que ele tem entendimento, não é, com entendimento, não representava nada para esse aluno, não é? E aí, o que aconteceu? Houve um debate a respeito disso, o aluno sabe matemática ou não sabe? O que é saber matemática? é ter um raciocínio matemático aguçado ou é saber escrever ou é ambos certo?..., ou são ambas as coisas? A conclusão em que chegamos é que ambas as coisas são importantes, mas, que naquele momento, que naquele momento há uma alfabetização matemática ainda, que está nas séries iniciais do..., do ensino fundamental, não tinha sentido cobrar do aluno ou..., ou reprovar esse aluno porque ele não conseguiu se expressar matematicamente. Então..., ou seja, expressar as fazes do seu pensamento, ou seja, ele resolver por escrito. Então, com esse aluno o que é que foi feito? Foi feito um trabalho à parte com pedagogos da escola e esse aluno conseguiu ir superando, então ele tinha um raciocínio muito rápido, muito bom e não conseguia colocar no papel aquilo que..., as fases do processo do raciocínio dele, não é? Então foi uma coisa interessante por que? porque num primeiro momento, esse aluno, um bom aluno, poderia estar retido, certo? e num trabalho que foi feito com esse aluno, ele se revelou depois um excelente aluno de matemática, certo? escrevendo inclusive de forma clara, o ..., o seu pensamento, o seu raciocínio. Talvez uma forma de cobrança desde o início o levou a isso, ou o que a gente pensou o seguinte, que para º.., o garoto, não interessava muito, o principal para ele era resolver o problema, independente da forma. A pedagoga fez um trabalho interessante, inclusive de..., na forma de ele estar explicitando para ela esse tipo de pensamento, como ele chegou à resposta, ela num primeiro momento, estruturando esse pensamento dele e passando para ele, e aí aos poucos ele foi estruturando também por meio da escrita esse seu pensamento, não é? Então muitas vezes, em uma sala de aula onde você tem diversos alunos é difícil você perceber quantos..., quantos provavelmente não ficaram retidos ou não tiveram problemas por causa disso, não é? Acho que já disse tudo, pelo menos o essencial.

DEPOIMENTO 7

Então, eu vou tentar aqui esclarecer um pouquinho. Vou pegar a parte da minha prática, não é? então, a gente, na verdade,

7.1 a gente está trabalhando com duas coisas, que seria a matemática, não é? o conceito, a idéia, e a escrita, que seria a representação da idéia, do conceito da matemática, porque aqui dá para perceber isto, não é? está separando a matemática da escrita da matemática.

Então

7.2 quando eu estou preparando uma aula, por exemplo, eu vou desenvolver um assunto, eu tenho a preocupação sempre de partir do conceito que ele vai, que o aluno vai formar através de um material, de um material didático ou de um livro, de algum probleminha, algum probleminha, não é? do dia-a-dia e daí, ele entendendo, ele formando essa idéia, eu vou, é..., por exemplo, escrever aquela idéia; então daí usa a escrita da matemática;

7.3 então daí eu saliento que a escrita ela é universal, porque tanto eu quanto um outro povo vai estar escrevendo aquela idéia da mesma maneira; é o x é o x; o mais é o mais; o igual; o implica; o pertence, etc. não é?

então quando eu estou preparando uma aula eu tenho esta preocupação de fazer uma escrita bem simples, não é? que seja universal e que mostre, que represente claramente aquela idéia, aquele conceito que o aluno, de onde ele tirou, não é? lá, manipulando um joguinho, etc. Agora, então na sala de aula, a mesma preocupação, não é? a gente..., porque é...,

7.4 a escrita acho que é uma coisa que a gente tem que ir produzindo para o aluno, não é tão natural como o conceito, não é?

então

7.5 à medida que os conceitos vão sendo trabalhados, a gente vai colocando a necessidade do registro, então vai mostrando a escrita,

é..., sempre e voltado para isso ai,

7.6 essa escrita ela é bem concisa e ela ajuda a gente a, como é que fala? a registrar,

não é? eu quero ver depois, mais tarde, então através da escrita eu volto naquela idéia, naquele conceito de novo. Bom, agora, ai, a segunda parte, a escrita no processo de aprendizagem vivido pelo aluno. Então,

7.7 muitas vezes o aluno que ele fica só no nível do..., da idéia, que ele tem dificuldade na escrita, então, ele formou o conceito, que é importante, não é? mas daí ele não consegue entender a escrita que representa aquele conceito,

então se eu tenho uma situação problema que ele vai falando, ele resolva, não é e...,

7.8 mas tem problema que além de falar ele tem que fazer os cálculos e tem que usar a escrita, etc. que seria o caso do polinômio, não é?

então, o polinômio, quero dizer, para a gente chegar no polinômio, a gente dá a idéia lá do monômio; então o monômio, o monômio 2x, não é? que seria, é..., estou trabalhando com uma medida linear, não é? o x seria uma unidade ai, não é? eu estou integrando com a geometria, não é? então o x uma unidade, 2x eu tenho um seguimento onde eu tenho duas unidades de x; então, 2x é um termo algébrico linear; daí eu já tenho lá: $3x^2$; então, x^2 é um quadradinho, é a área de um quadradinho de lado x; então $3x^2$ eu tenho três quadradinhos de área x^2, que já é uma medida de duas dimensões, não linear, a assim por diante, a espacial, então a de três dimensões, lá, o 3x..., $3xy^2$, então já seria, o que que é isso ai, visualizando, o volume de um cubo, não é? de arestas x, y e y, não é? ou 3xy, ou $3y^3$, não é? que seria daí o regular... (E como você associa essa questão do polinômio com a nossa questão da escrita? – perguntou o entrevistador) então, ai,

7.9 o polinômio, a escrita do polinômio, é a escrita da matemática, é a linguagem, e..., misturou, não é? para o aluno já misturou, ele está trabalhando um polinômio que tem termos ai de, de, uma dimensão, duas, três, quero dizer, então é difícil para o aluno visualizar, ainda que a gente trabalhe assim..., 2x com mais 3y ou com mais 3x, ele entende, ele pode visualizar fazendo operação com segmentos de segmentos; agora, um polinômio que tenha, não é? termo de primeiro grau, segundo grau, terceiro grau, ele já não..., então é a parte que é difícil para a gente fazer o aluno entender que a linguagem, que a escrita é importante, porque ela está registrando algo concreto, mas ai o concreto para ele é difícil dele visualizar, então a escrita então vai ficar mais abstrata ainda.

(Mas voltando ao caso do polinômio, se ele não pudesse ser escrito, que imagem o aluno teria dele? – perguntou o entrevistador) Então, ele teria, ele teria a imagem, no caso ai, aquela imagem lá, é..., dos..., das operações com medidas, de áreas, de comprimento e tal; agora eu acho que tirando ai, o aluno já faz mecanicamente, ele faz mecanicamente, então, ele conceitua bem o monômio, então

7.10 o polinômio para ele, não é? até por..., por lógica ai, não é? são vários monômios e tal, então ele..., ele mais aceita do que entende a escrita ai; ele aceita porque ele conceituou bem o monômio, então ele trabalha; tem aluno que trabalha até..., vem fazendo tudo e tal, direitinho, quero dizer, ele abstraiu então, é uma fase importante que ele foi capaz de se desvincular do concreto e já está trabalhando só com a escrita que é..., na maioria das vezes abstrata;

então

7.11	é um objetivo da gente, não é? que ele abstrai, que ele não fique sempre na fase concreta; então, o que a gente procura fazer é..., partir do concreto, chegar no abstrato, dependendo da idade do aluno; quero dizer, é Quinta série? Fica mais abstrato; na Sexta série, na sétima série a gente já começa a trabalhar com os dois, concreto e abstrato, para depois chegar na oitava e no ensino médio a gente mais trabalhar com o abstrato, mais com a linguagem.

(No processo do aluno... quando o conteúdo é mais abstrato, você diria que a escrita e mais presente? – perguntou o entrevistador) Isso, é..., é inversamente proporcional, não é? é...,

7.12	na Quinta série é mais concreto, então menos escrita, não é? Sexta e sétima já está dosando ai um equilíbrio entre a matemática e a linguagem, não é? e na oitava em diante a gente já passa mais assim uns setenta, oitenta por cento de linguagem.

Se bem que..., a gente está dando aula lá no primeiro ano do ensino médio, não é? que é o colegial, o aluno tem dúvida..., a gente faz o que? se apega no concreto, mais assim, um minutinho e a gente já volta para o abstrato; quero dizer...,

7.13	o concreto a gente está sempre lançando mão dele, não é? por que? ou ele esqueceu ou ele teve uma formação defeituosa do conceito lá nas primeiras séries, não é?

que a gente pela lá...; eu dou aula no supletivo, primeiro ano; a gente pela aluno que tem todo tipo de problema; está voltando a estudar depois de oito anos, depois de treze anos, de dois anos, e aqueles que vem estudando sem parar, não é? então esses que voltaram a oito anos, cinco anos, treze anos, a gente tem que sempre pegar o concreto de novo. Aqueles outros não, já entenderam; a gente está parando um pouquinho, retoma para seguir, não é?

(Mas voltando um pouco sobre a questão da escrita no processo de aprendizagem do aluno, você teria alguma coisa a dizer sobre o desenvolvimento dele, no aprendizado dos conceitos, com associação da escrita, se o aprendizado caminha junto assim de maneira que você pode perceber se existe uma separação? – perguntou o entrevistador) Como eu falei,

7.14 eu trabalho ai há trinta e um anos, não é? no começo da minha carreira eu talvez não tivesse essa preocupação, mas depois que a gente já pegou ai um pouquinho de experiência, eu sempre tive essa preocupação ai, de fazer caminhar juntas as duas coisas, não cobrar do aluno ou verificar do aluno só um aspecto, só o aspecto de conceito, mas também o aprendizado dele em termos de escrita,

de simbologia, de linguagem; então tanto na..., na aula da gente, a gente chama a atenção para os dois como na cobrança, na avaliação; a gente procura avaliar as duas coisas, não é? (O que você diz para o aluno, para convencê-lo de que essas duas coisas são importantes? – perguntou o entrevistador) Bom, eu não convenço, eu deixo ele se convencer sozinho, porque eu pego, assim por exemplo, eu sempre trabalho, começo num problema do cotidiano, do dia-a dia; então ele vai ver que toda a matemática que eu desenvolvi ali foi para resolver um problema do cotidiano, do dia-a-dia dele, não é? se mesmo que ele não esteja enfrentando agora, mas ele sabe lá que um comerciante, ou outro projetista e tal, estão usando. (Mas e a escrita no processo dele, onde você encaixa a escrita nessa matemática do cotidiano? – perguntou o entrevistador) Como assim...? a..., então, eu não falo, eu deixo ele perceber sozinho, quero dizer, desse jeito ai, não é?

7.15 a escrita ela vai se tornar importante na medida em que ela..., ela é uma..., ele é uma tradução daquela idéia

lá; ela é uma, não é? é..., é uma tradução daquele conceito lá, é uma como é que fala? estou representando, estou gravando ali, não é? granvando no sentido de deixar anotado ali, não é; então quer o dizer, quando ele vai dar uma estudadinha, ele vai..., a escrita é que

7.16 vai ajudar ele, porque ele não vai toda vez ter que estar recorrendo a material concreto para voltar a idéia na cabeça dele de novo; pela escrita, pela linguagem ele vai..., daí é que ele abstrai, não é? porque através da escrita ele consegue voltar a lembrar do conceito direitinho,

que sem a escrita não daria para fazer isto, teria que ficar tudo repetitivo: esqueceu? Então, olha, pegue os grãozinhos de areia, de pauzinhos e tal, vai fazer tudo de novo; então a escrita já vai abreviando um monte de etapas, não é? (Então veja se você tem mais alguma coisa a dizer sobre a escrita nesses processos; se não, podemos encerrar – interveio o entrevistador) Mas, é difícil a gente ver aluno assim que mostre gosto pela escrita, ele mostra mais pelo conceito, não é? a turma que vai bem na matemática, a gente vê que é..., que às vezes a gente começa a dar uma aula só em escrita, o aluno chia, ele quer o que? ele quer estar ali no grupinho, ele quer estar fazendo a atividade, nem que para responder ele precisa usar a escrita, mas ele não quer só uma aula só escrita, não é?