

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento

Dr^a. Maria Aparecida Viggiani Bicudo¹

A Educação Matemática se apresenta como área complexa de atuação, pois traz, de modo estrutural, em seu núcleo constitutivo, a Matemática e a Educação com suas especificidades. Essas especificidades se revelam nas atividades práticas pautadas nessas ciências, como aquelas de ensino ou de aplicação do conhecimento, bem como no que concerne ao próprio processo de produção de conhecimento.

Antes de adentrarmos em análises reflexivas sobre aspectos filosóficos que se impõem à atuação didático-pedagógica e à de investigação efetuada na área da Educação Matemática, deteremo-nos nas questões ontológicas, epistemológicas e axiológicas que, historicamente, têm habitado as regiões da Matemática e da Educação. Estamos simplificando e falando apenas desse trio, não por não considerarmos importantes os aspectos socioculturais para o entendimento da Educação Matemática, mas porque entendemos que quando consideramos questões específicas dos estudos ontológicos, que visam ao estudo da realidade, de modo apropriado, aqueles aspectos estão presentes.

Essa é a idéia central deste artigo: apresentar modos de ver a Matemática, a Educação e a Educação Matemática e alertar para a complexidade das atividades pedagógicas e investigativas que clamam por uma busca de compreensão dos aspectos ontológicos, epistemológicos e axiológicos de sua prática e do conhecimento que produzem.

Perguntas sobre a estrutura da teoria e sobre a realidade dos objetos matemáticos e sobre os modos pelos quais os mesmos podem ser conhecidos remontam à origem histórica do pensar filosófico e científico da civilização ocidental. Filósofos e matemáticos referidos em textos de História da Filosofia Ocidental trabalham em torno de ideias da Lógica Matemática, ao discursarem sobre a natureza do conhecimento verdadeiro (Russell, 2008). De maneira mais sistemática encontramos na obra de Platão a interrogação sobre os objetos matemáticos e modos humanos de conhecê-los.

A obra de Platão e sua concepção sobre os aspectos ontológicos dos objetos matemáticos representam um marco no questionamento e

¹ Professora Titular de Filosofia da Educação. Professora do Programa em Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP – Universidade Estadual Paulista. Pesquisadora do CNPq. mariabicudo@gmail.com

respectivas discussões sobre esse tema. Influenciaram significativamente o pensamento de matemáticos e de estudiosos da Educação e da Filosofia, bem como de educadores da civilização do mundo ocidental. Essa concepção constituiu-se em um modelo que acabou, muitas vezes, sendo tomado como uma realidade em si e constituindo-se em contraponto para críticas e propostas diferenciadas.

Nossa intenção é focar inicialmente a região de inquérito da Matemática e explicitar concepções de realidade dessa ciência, de pesquisa, de produção matemática, dando ênfase às questões filosóficas que vão além de atividades específicas de produção do conhecimento nessa área. Em seguida, focaremos a área de produção do conhecimento e de atividades pedagógicas relativas à Educação, mostrando a presença de questionamentos filosóficos postos em termos ontológicos, epistemológicos e axiológicos. Passaremos, no item seguinte, à discussão da própria Educação Matemática, visando evidenciar a presença de questionamentos que a tornam complexa. Sua complexidade solicita cuidado atento de professores e pesquisadores para efetuarem o movimento de busca da clareza do que está sendo produzido na prática pedagógica ou de investigação, afastando-se da perigosa mescla complexidade/ambigüidade (BICUDO, 2012).

Compreendendo aspectos ontológicos presentes na Matemática

Compreendemos que no âmbito da Matemática, aqui pensada na perspectiva da ciência do mundo ocidental, falar de seus aspectos ontológicos e epistemológicos não é uma tarefa fácil. Os aspectos ontológicos da Matemática, que dizem de concepções da realidade do objeto matemático, e os epistemológicos, sobre modos de conhecer consonantes com elas, solicitam estudos no âmbito da Filosofia e da História da Matemática, visando à compreensão das diferentes concepções que tratam desses temas. Encontramos especificidades quando enfocamos a Matemática como produção de teoria e respectivas possibilidades de aplicação; como ensino dessa produção; e como reflexão sobre o produzido e respectivo processo de produção. Entretanto, concomitantemente, as concepções ontológicas e epistemológicas da Matemática se diversificam e co-existem ao longo da história dessa ciência. Muitas vezes, conceitos com significados diferentes são nomeados do mesmo modo; outras vezes, ideias que sustentam uma visão de Matemática aparecem recortadas e inseridas em visões diferentes; outras, ainda, são encontradas explicações que esclarecem o buscado em visões antagônicas àquela em que as propostas de investigação em andamento encontram seu solo. Essa situação faz com que a prática pedagógica e a investigativa careçam de sustentação, por não se encontrar uma linha que conecte os passos dados, nem clareza do solo onde o pesquisador está se movendo e que pode conferir sentido às suas perguntas e encaminhamentos.

Vemos como importante, para a marcha deste texto, focarmos os aspectos relevantes na construção do conhecimento matemático, olhado aqui da perspectiva da ciência matemática do mundo ocidental, cujo entendimento se esclarece ao parafrasear-se Husserl (HUSSERL, 1970) ao

falar do pensamento europeu, que neste texto é tomado como ocidental, a ele se refere como o pensamento sustentado em uma lógica de produção específica. Isso significa que é um modo de pensar (e de proceder) presente na Europa, na América e, também, hoje, em todo o universo que trabalha com conhecimentos científicos e tecnológicos.

A linguagem da matemática, em seu desenvolvimento histórico presenciado do final do século XIX aos dias atuais, caminhou em direção a uma exigência rígida de formalização, no sentido em que um teorema é uma sequência em que todos os passos estão explícitos e cada um deles é obtido do passo anterior por regras de inferência, axiomas, linhas anteriores ou definições, como uma prova formal em lógica ou um programa computacional, e, então, para uma linguagem *quase* formalizada. Esta, mostrando-se como uma sequência de argumentos que indicam, a um interlocutor intencionado a compreendê-los e em avançar em possíveis indicações apontadas por essa sequência, que a demonstração do teorema almejado possa ser colocada na forma de uma prova lógica adequada, no padrão do rigor desejado.

A articulação das ideias apresentadas a seguir buscam mostrar a produção matemática efetuada segundo a exigência de procedimentos da linguagem formal, indo em direção aos de uma linguagem quase formalizada.

Consideramos suficientemente clara a explicação de BICUDO (1998, p. 306) a respeito do desenvolvimento de uma teoria matemática que prima pela linguagem formalizada. Afirma, esse autor, “a missão do matemático é *definir os conceitos* da teoria e *demonstrar as propriedades* de tais conceitos”. Diz-nos que definir conceitos é explicá-los em termos de outros conceitos já definidos; e demonstrar uma proposição significa argumentar sobre sua validade, usando as regras de inferência fornecidas pela lógica, a partir de proposições demonstradas anteriormente. Essas explicações são apresentadas até um ponto do encadeamento lógico e, depois, para evitar caminhar-se infinitamente, há a conhecida fórmula *e assim por diante*, implicando que aquele encadeamento de sustentação lógica permita a continuidade de afirmações demonstradas como verdadeiras. A aceitabilidade da inferência implícita nessa fórmula apóia-se na aceitação de algumas proposições sem demonstração – as proposições primitivas, também denominadas *axiomas* - a partir das quais outras são demonstradas, os chamados conceitos derivados, também denominados *teoremas*. Ainda, conforme esse autor, a estruturação da Matemática, entendida como esse corpo de conhecimento presente na cultura ocidental, é herança da cultura grega. Falando mais especificamente, dos grandes sistemas filosóficos presentes na obra de Parmênides, Platão e Aristóteles.

De acordo com Bourbaki “não há dúvida de que houve uma matemática pré-helênica bem desenvolvida” (BOURBAKI, 1969, p.9, apud BICUDO, 1998, p. 307). Nessa matemática já há noções muito abstratas, porém, conforme Bicudo (1998) o salto qualitativo que encontramos na matemática grega é sustentado na mudança do critério de verdade. Na pré-helênica, a verdade é pautada no ver empírico, como sendo o correto, e na grega, é embasada na demonstração.

As concepções de estrutura demonstrativa, de verdade e de modos de compreender as ideias de maneira concreta e dadas em sua perfeição se emaranham em uma rede de significados. Conforme nosso entendimento, aspectos dessa rede foram explicitados por meio de *palavras-chave*, as quais, muitas vezes, retiveram o olhar de educadores matemáticos, criando uma massa densa em torno da obra de Platão. Assim, as concepções matemáticas que têm sido atribuídas a Platão são referidas como *abstratas, prontas e acabadas*, não plausíveis de uma construção racional efetuada pelo sujeito humano inserido em seu meio sociocultural, em que os processos cognitivos pudessem ser compreendidos e acionados.

Dada a complexidade das concepções presentes na teoria de Platão; dada a grande influência que esse pensador exerceu na estrutura do pensamento ocidental, prioritariamente na Matemática, cujo edifício caminha da base para o alto, em uma ascendência cada vez mais abstrata e complexa; dada a tendência no mundo ocidental contemporâneo de passar em um sobrevôo superficial sobre as análises mais detalhadas e repletas de raciocínios que vão do conhecido para o inferido, hoje tem ficado cada vez mais difícil compreender o significado da realidade das ideias matemáticas, na dimensão do processo de teorização. Acrescida a essa prática, encontramos outra, que tem se mostrado mais arraigada e firme na lógica da ciência ocidental. Essa se refere à ausência da explicitação do caminho que vai da experiência individual à estruturação de verdades ou de afirmações mais gerais e abstratas, de modo que a racionalidade dessa ciência passou a trabalhar apenas com o movimento dedutivo, indo do geral (leis científicas) ao particular (exemplos, aplicações a casos individuais). Esse modo de proceder e de conceber a ciência a separou irremediavelmente do mundo da experiência, corroborando com aquele modo de conceber as ideias platônicas. Implantou-se, assim, uma estranheza no modo de o indivíduo comum, não cientista, portar-se diante da Matemática e da Ciência. Essas se apresentam ao senso comum como incontestáveis, corretas, verdadeiras. Skovsmose (2007) se refere a essa ideia como a *ideologia da certeza* que impregna o discurso de muitos matemáticos e daqueles que dela se valem para afirmar a exatidão e validade de suas decisões.

Com as argumentações precedentes, pretendemos enfatizar a rede complexa formada pela passagem da matemática empírica, pré-helênica, cujo critério de verdade está no ver e fazer empírico que se mostra correto, para a *pura*, cuja verdade está fundada na demonstração, e na ligação entre essa verdade e o significado de *ideias*. Mais do que isso, pretendemos evidenciar a presença de Platão na constituição do pensamento demonstrativo.

Na filosofia platônica, as ideias aparecem de imediato como a verdade das coisas, também ditas essências e formas. Ideias, essências e formas consistem na estrutura central de todo edifício da realidade nessa filosofia. E aqui se encontra o *nó* que pode confundir o representado pela *união* das ideias passíveis de serem conhecidas como que por graça (seria o momento da evidência, tal como hoje a entendemos?), na medida em que a alma as teria contemplado antes de habitar o mundano, *com* o

esforço humano efetuado por aquele que busca ir além do mostrado pelos sentidos, dirigindo-se à compreensão dos conceitos.

Olhando para a lógica da estrutura da teoria matemática e para a influência exercida por Platão sobre a construção dessa teoria, compreendemos ser importante ir além daquelas afirmações, um tanto vazias de significado científico. Sua teoria traz afirmações importantes para a estrutura da ciência ocidental e, também, traz crenças diferentes, e não aceitas, daquelas presentes em nossa cultura, hoje. Compreendemos que é preciso adentrar a estrutura lógica da ciência e a compreensão do significado da abstração contínua que acompanha a trajetória da multiplicidade à unidade, para que compreendamos a produção do conhecimento matemático.

Não há como negar a engenhosidade da teoria platônica a respeito da Matemática, mesmo Platão não sendo matemático. Tanto que encontramos, na Filosofia da Matemática, versões de platonistas, assim chamados por “compartilharem algumas, ainda que não todas, ideias originais de Platão. São platonistas em suma as filosofias realistas de algum modo, em ontologia ou epistemologia” (SILVA, 2007, p. 64). Este autor afirma que há vantagens que explicam a atração de matemáticos por essas teorias. Ele aponta algumas, na perspectiva platonista, como: a Matemática é uma ciência exata; é assumida uma teoria *natural* da verdade matemática - natural entendido aqui como objetivamente dado, concebido como a teoria que toma o visto como fato, como sendo tal qual se mostra - e uma semântica também *natural* dos enunciados matemáticos; os enunciados matemáticos são tomados como tendo um valor de verdade (verdadeiro ou falso, mas não ambos) determinado de uma vez por todas, mesmo que não saibamos qual deles; a matemática é uma ciência *a priori*, ou seja, independente da experiência; é admitido um equivalente intelectual da percepção sensível que dá conta da experiência do *insight* matemático; não é imposta nenhuma restrição aos métodos usuais de definição e de demonstração matemática.

Para resumir as argumentações que desenvolvemos nos parágrafos anteriores temos que, do ponto de vista ontológico, a realidade dos objetos matemáticos, pelo que se pode compreender na obra de Platão, é exposta pela sua concepção de idéia, entendida como essência e forma, e cuja existência se dá de modo diferente daquela percebida pelos sentidos, na mundaneidade do mundo da empiria.

Onde existem esses objetos, tomados como essência e forma? Uma possibilidade de responder a essa indagação é dizer que as ideias se encontram em mundo diferente deste, passível de ser lembrado pela alma, que lá já esteve. Esta resposta conduz a compreensão da Matemática por regiões nebulosas, porque escapam às possibilidades racionais da vida vivida aqui e agora, caindo em esferas de compreensões religiosas. Outro modo de responder a essa questão é dar menos peso aos aspectos *religiosos*, presentes de alguma maneira na obra platônica, e dar ênfase à compreensão dos conceitos e da construção da estrutura teórica da matemática, também trabalhados por ele. A compreensão dos conceitos revela um caminho que vai do particular, ou seja, da multiplicidade dos aspectos percebidos na empiria, para a unidade visível na multiplicidade, ou seja, como uma compreensão que

transcende os dados empíricos e reúne aspectos do visto em uma síntese articuladora. Uma trajetória que passa pelos obstáculos apresentados é a que persegue o domínio da dialética, entendida como procedimento científico por excelência. Isto é, “como método através do qual a investigação associada, em primeiro lugar consegue reconhecer uma única idéia e em segundo lugar passa a dividir a única idéia em articulações específicas” (ABBAGNAMO, 1962, p.734). Platão aplicou o termo dialético “ao método pelo qual os filósofos obtêm conhecimento das formas” (AUDI, 1999, p.233). Esse modo de responder pelo movimento dialético, contudo, exige grande esforço para compreender os conceitos e a construção teórica da Matemática, uma vez que essa construção não se dá de imediato e de modo simples. O curso desse encadeamento é complexo e não fica claro como ocorre.

Outro modo de conceber a realidade da Matemática, diferente daquela apresentada por Platão, e assumida por muitos matemáticos, é pautada na teoria empirista.

Em trabalhos de Filosofia da Matemática e de Filosofia da Educação Matemática encontramos referências a buscas constantes, no mundo ocidental, para explicar a construção de conceitos e da teoria matemática com base na experiência empiricamente efetuada. Para os empiristas clássicos a verdade matemática é fundamentada na evidência empírica, aproximando-se ou não se diferenciado da busca da verdade tal como é entendida no domínio das ciências naturais. A evidência empírica pode ser entendida como intuição sensível, natural, ou seja, não crítica, isto é, como uma crítica transcendental pela qual um processo de atenção focada toma o intuído sensivelmente e reflete sobre a que se refere, ou seja, ao que diz. Podemos entender as bases empíricas mencionadas, tanto em termos de experiências realizadas pelas pessoas, como em termos de aplicação e respectivo resultado bem sucedido de suas fórmulas e como considerações sobre o caráter de utilidade pragmática do conhecimento matemático.

Diferindo do empirismo clássico, o empirismo lógico, que floresce em Viena no início do século XX, concebe a Matemática como “analítica, isto é, suas asserções nada mais eram do que consequências lógicas de definições que, por sua vez, eram estipulações de significado para termos matemáticos” (SILVA, J.J. 2007, p.62). Nesse caso, a veracidade de uma afirmação matemática, ainda que sustentada em encadeamentos lógicos das afirmações assumidas pelo seu sentido sintático, está diretamente relacionada ao seu sentido semântico, isto é, aos significados dos termos ou conceitos envolvidos nessa afirmação interpretados em seus diversos modelos (por exemplo, o espaço tridimensional usual como entendido em engenharia, por exemplo, é um modelo da teoria dos espaços vetoriais, no caso com dimensão 3; assim, uma expressão formal que afirme a existência de 3 vetores independentes é verdade nesse modelo, mas não de quatro vetores independentes). Entendemos que as interpretações semânticas devam, em atividades pedagógico-didáticas, estenderem-se aos contextos histórico-sociais e aos das experiências vividas pelos sujeitos em processo de ensinar e aprender, caminhando-se, desse modo, para outras concepções tratadas ainda neste artigo.

Outra modalidade de visão empirista na Matemática é o *quase-empirismo*, desenvolvido por Imre Lakatos e como Ernest afirma “trata-se da visão que matemática é o que os matemáticos fazem e têm feito, com todas as imperfeições inerentes a qualquer atividade ou criação humana” (ERNEST, 1991, p.34/35). De acordo com essa concepção, a primazia do conhecimento matemático é atribuída à prática matemática que pode ser compreendida como o renascimento recente do empirismo. Ainda, de acordo com Ernest (1991), podem ser identificadas cinco teses do quase-empirismo: o conhecimento matemático é falível; a Matemática é uma ciência hipotético-dedutiva; a história é central a esse conhecimento; afirma-se o primado da matemática informal; na teoria do conhecimento está incluída a criação.

Há autores que avançam em caminhos pelos quais a exatidão e a certeza da matemática são colocadas (ou postas) sob suspeição, olhando a realidade dessa ciência no âmbito do contexto onde suas ações se fazem presentes e onde ela própria é produzida. Trago a noção de *educação matemática crítica* de Skovsmose, uma vez que esse autor entende a Matemática à luz dessa sua concepção e, além disso, mostra um desses entendimentos. Na perspectiva de Skovsmose (2007), a Matemática é real, pois sua realidade está em movimento, uma vez que sua produção é gerada pela ação e não pode se desfazer do aparato da razão que a realiza e sustenta. Considera a matemática como um recurso para a ação e, ao falar sobre matemática e realidade, ele procura se concentrar em tais ações. Toma como dado que essas ações são efetuadas no mundo real, entendido como o mundo em que se vive. Vê a matemática como abrindo novas possibilidades, ao auxiliar as pessoas a tomarem decisões, apresentando alternativas para uma dada situação, consideradas como particulares; como assegurando possibilidades de investigar aspectos particulares de uma investigação ainda não realizada, e aqui se refere ao raciocínio hipotético, considerando que esse raciocínio não é idêntico à situação quando realizada e que, além disso, esse raciocínio poderia supervalorizar aspectos importantes da situação focada. Afirma, ainda, que “Quando consideramos a situação realizada, testemunhamos a matemática em operação” (SKOVSMOSE, p.221).

Para esse autor, o modo pelo qual os recursos matemáticos de tomar decisão no cotidiano são usados não é diferente daqueles usados em ações sociotecnológicas. A matemática está em toda parte, está em ação, e mesmo sendo assumida dessa maneira, pode ser usada de maneiras diferentes para fins diversos. Nesse aspecto enfatiza a postura crítica mediante a qual as hipóteses, os recursos científicos e tecnológicos e a situação para a qual são chamados a “operarem” devem ser postos em discussão, buscando compreender o que está em jogo.

Essa visão é trazida por esse autor para criticar aquela de matemática como sendo uma ciência exata e pura, que dá sustentação para afirmações de que decisões tomadas em nível político e social, por exemplo, uma vez sendo baseadas na matemática, são neutras e corretas.

Conforme entendo a partir da leitura de Skovsmose (2007), esse autor não nega a Matemática como um campo de conhecimento estruturado mediante premissas assumidas em encadeamentos lógicos sucessivos, que pode, de modo internalista, focar temas e avançar com

raciocínios e demonstrações em nível hipotético; porém coloca em evidência que a matemática não existe de modo abstrato e isento de “contaminação” do mundo humano. Ou seja, tanto em termos da constituição dos objetos matemáticos, como em termos de sua aplicação e de sua inserção na lógica das ações efetuadas no cotidiano, o modo desse campo de conhecimento ser sempre está mesclado à realidade mundana e sociopolítica na medida em que impõe uma ideologia da certeza, potencializando o poder de decisões. A ideia que Skovsmose expõe sobre a « matemática em ação » é tomar as afirmações matemáticas - já trabalhadas em suas estruturas e simbologias e buscar compreender - no campo de ações da realidade mundana onde vivemos - o que elas dizem, como são assumidas em sua veracidade, como o caso , por exemplo, de programas que dão sustentação para as decisões de distribuição de assentos em aviões (booking). Onde fazer sentido sua afirmação « eu sugiro um realismo da matemática em ação como sendo parte de um trabalho filosófico da matemática crítica » (SKOVSMOSE, 2007, p. 222).

Se assumidas essas visões, de Lakatos e de Skovsmose, sobre matemática e respectivo modo de produzir conhecimento matemático, a ênfase passa a ser posta na descrição da atividade matemática e não na essência e forma passíveis de serem destacadas na “definição de conceitos e na demonstração de suas propriedades e encadeamentos lógicos das afirmações mantidas como válidas”. Há, assim, uma virada no entendimento do modo de produzir conhecimento matemático que tem como base a prática social, justificando o considerado como atividade matemática. Podemos, então, cair na armadilha de um círculo vicioso ou de um relativismo sociológico.

Para evidenciar as implicações de diferentes visões ontológicas e epistemológicas de concepções matemáticas, trazemos, também, o modo de Edmund Husserl ver e tratar essas questões. O pensamento desse autor mostra-se relevante, conforme compreendemos, em virtude de assumir uma perspectiva que não ignora as concepções platônicas, nem as experiências vividas, ainda que não as assuma de modo imediato e sem análise crítica e reflexiva. Ou seja, mediante sua interrogação e investigação persistente, que se estendeu por toda sua vida intelectual ativa, assume a idealidade dos objetos matemáticos em cuja constituição encontram-se experiências dos indivíduos e processos de teorização, sustentados na comunicação, primordialmente na registrada pela linguagem escrita.

Escolhemos apresentar o modo de compreender a realidade matemática como Husserl dela fala, uma vez que ele trabalha a criação/construção da matemática em um nível social, cultural e histórico de complexidade, a qual envolve a linguagem. Sendo matemático e tendo estudado com matemáticos renomados de sua época, como, por exemplo, Weierstrass, sua preocupação é compreender como uma idéia matemática nasce na subjetividade de um sujeito, mediante um ato original de evidência, transcende essa esfera, passando ao conhecimento intersubjetivo veiculado na cultura e mantém-se na objetividade que persiste de maneira a estender-se por diferentes culturas e épocas (HUSSERL, E. 1970). Em sua obra, que é extensa, foca essa

interrogação de diferentes perspectivas: do ato de evidência, dos aspectos psicológicos presentes na constituição do conhecimento matemático, da constituição da intersubjetividade, quando trabalha a empatia, da comunicação que se dá pela linguagem falada e escrita, da história, da cultura, da constituição da objetividade matemática. Essa objetividade não ignora a experiência vivida pela pessoa no mundo-vida em que estamos – entendido, o mundo-vida, como a espacialidade (modos de sermos no espaço) e temporalidade (modos de sermos no tempo) em que vivemos com os outros seres humanos e os demais seres vivos e natureza, bem como, com todas as explicações científicas, religiosas, e de outras áreas de atividades e de conhecimento humano - nem os aspectos culturais, sociais e linguísticos que veiculam e estruturam sentidos e percepções. Estas, as percepções, são desdobradas pelos atos intencionais em atos que vão se enredando em outros atos de maneira que aqueles concernentes à abstração refletida conduzem à constituição de idealidades (BICUDO, 2010).

A idealidade como concebida no âmbito da fenomenologia é constituída na intencionalidade da subjetividade transcendental, no solo em que as experiências ocorrem e fazem sentido, tanto para o sujeito como para a comunidade de co-sujeitos, os outros com quem está no mundo-vida e com quem o sujeito dialoga. A subjetividade transcendental, como o nome indica, transcende as próprias experiências perceptivas desdobradas nos atos da consciência quando o sujeito se dá conta do que está processando e pelo movimento de reflexão e de atos de abstração, reúne de forma articulada compreensões e interpretações já efetuadas sobre o objeto focado, dando origem a outros objetos. Estes, ao serem expressos e comunicados a cossujeitos, ganham vida na dimensão histórico-cultural, porém com características agora diversas, daquelas concernentes às vivências de individuais. Portanto, não se trata de uma concepção de idealidade como concebida pela filosofia platônica, vista ontologicamente como realidade existente de modo perfeito no mundo supramundano das ideias. As idealidades fenomenológicas são livres, pois independem do ato original que as constituíram pela primeira vez. Transcendem a subjetividade, mantêm-se na temporalidade sustentada pela linguagem, e abrem possibilidades de complementaridade, aplicabilidade e de mobilidade na cadeia de suas articulações.

Refletindo sobre essas concepções de realidade da Matemática, compreendemos que a pesquisa em Matemática, não em Filosofia da Matemática, superpõe-se à produção do conhecimento matemático, uma vez que investigar matematicamente um problema, demonstrar um resultado, construir de uma forma mais geral, modos de aplicação de uma teoria ou de um resultado, etc. é um processo de produção desse conhecimento. Esse processo caminha por trajetos específicos em maior ou menor consonância com a visão de realidade matemática assumida, explicitamente ou não. A questão é que o produto desse processo investigativo fica à disposição, na região de inquérito da Matemática, para ser aplicado, ensinado, desenvolvido, estudado. Muitas vezes é tomado como próprio à Matemática, vista como objetividade natural e na exatidão que lhe é característica.

No âmbito da produção do conhecimento matemático as concepções platônicas e empiristas permitem que com elas se trabalhe sem considerar questões éticas e históricas, uma vez que os aspectos dessa produção não carregam consigo tais preocupações e características. As concepções quase-empiristas e fenomenológicas trazem em seu cerne aspectos sociais, históricos, culturais, da linguagem e, portanto, também éticos.

No âmbito da *Educação Matemática* essas concepções carregam atitudes relativas às práticas pedagógicas e às de produção de conhecimento.

Nessa região de prática pedagógica e de inquérito é mais comum tomar o conhecimento matemático produzido como uma realidade objetivamente dada, cabendo ao aluno saber os conceitos, os passos da demonstração de tal modo que possa produzir conhecimentos repetindo essa prática ou aplicá-los em atividades do mundo circundante. A aplicação traz consigo o desencadeamento de desenvolvimento de técnicas e tecnologias e tanto contribui com a Matemática produzida, ao confirmá-la, como pode levantar problemas, solicitando outras investigações. Nesse caso, fica-se refém do encantamento do produzido. Trabalha-se com ele, assumindo-se, de modo explícito ou não, as duas primeiras concepções aludidas.

Entretanto, pode-se, e é desejável, caminhar em direção à liberdade do movimento investigativo e nele pautar-se a atividade pedagógica. Nesse caso, vai-se além de apenas usar o produzido, aplicando-o e desenvolvendo-o. Busca-se compreender do que essa produção fala e que sentido faz para aquele que está em processo de conhecimento e para o mundo-vida em que se encontra com seus companheiros, bem como, busca-se compreendê-la em sua dimensão histórica, focada no momento atual e também retrospectiva e prospectivamente. Está-se, então, trabalhando com as concepções: quase-empirista, crítica e fenomenológica, como acima tratadas.

Compreendendo o processo de construção da área de conhecimento da Educação

Na região de inquérito da Educação deparamo-nos com situação diferente da que se mostra no âmbito da Matemática. O produzido não aparece com força de verdade e exatidão, ainda quando por questões religiosas ou políticas isso seja almejado. Por mais que busquemos teorias a respeito da Educação, elas são fugidias. Articulam questões de ordem filosófica, psicológica, histórica, sociológica, cultural, antropológica e de outras áreas que tratam do humano, da realidade, do conhecimento, dos valores, porém olhados da perspectiva da pessoa humana ou, conforme o enfoque, na perspectiva da sociedade ou da comunidade. Diferentemente da Matemática, não conseguimos focar com clareza o núcleo de ideias e de desdobramentos, entendidos em termos de investigações e de intervenções políticas e pedagógicas, concernente à Educação. Esse núcleo sempre escorrega, apontando para o *o que* e para *como fazer*, fundamentados nas Ciências Humanas, primordialmente na Psicologia, na Sociologia e na Filosofia. Se investigarmos na história

das ideias e teorias sobre Educação, encontramos abordagens sociológicas, como a de Durkheim (1952 p. 29-32) que afirma “A educação é a ação exercida, pelas gerações adultas, sobre as gerações que não se encontram ainda preparadas para a vida social; tem por objeto suscitar e desenvolver, na criança, certo número de estados físicos, intelectuais e morais, reclamados pela sociedade política, no seu conjunto, e pelo meio especial a que a criança, particularmente, se destine”. Vemos aqui que a visão mantida por esse autor evidencia a tendência de um conservadorismo político e de manutenção do status social. Para seus críticos, a definição de Durkheim, sub-repticiamente, estaria dizendo o seguinte: *existe uma ordem social universal e imutável. A tarefa da educação é corroborar essa ordem, enquadrando os jovens nas determinações dos adultos.* Como a de Piaget (1973) para quem a educação consiste de uma forma ou de outra, em acelerar os estágios de desenvolvimento cognitivo, possibilitando ao sujeito do conhecimento crescimento em termos de elaboração de raciocínio lógico e de possíveis decisões éticas. Filosóficas, como a de Platão que apresenta na República todo um programa político e pedagógico de formação do rei filósofo que inclui diferentes níveis de educação para pessoas com capacidades diversificadas, preparando-as para o desempenho ativo e importante no desempenho de posições sociais.

O que se destaca nessa área de investigação é a tendência de as Ciências Humanas, como a Psicologia, a Sociologia, a Filosofia fornecerem as bases para propostas educacionais. Nas décadas de 1960, 1970, 1980, por exemplo, houve momento de supremacia da Psicologia, outros da Sociologia e assim por diante, de maneira que estudiosos preocupados com características da Educação que apontavam para a necessidade de considerá-la de modo mais abrangente chamavam a atenção dos educadores para o perigo que os “ismos” (psicologismo, sociologismo, filosofismo, etc.) representam.

Compreendemos que as Ciências Humanas têm muito a oferecer ao esclarecimento de aspectos que se encontram no cerne da formação humana e da educação. A formação humana clama por compreensões sobre o ser do humano e da pessoa individual e socialmente considerada, solicitando estudos filosóficos; abrange, também, aspectos psicológicos concernentes ao desenvolvimento cognitivo e ao tratamento de aspectos emocionais, de relacionamento entre pessoas, etc. Abrange ainda visão sobre a sociedade, sua organização e força determinadora de modos de as pessoas se comportarem. Poderíamos avançar, e muito, nessa lista.

Entretanto, Educação vai além: exige um projeto político pedagógico que, necessariamente, envolve valores e posições políticas, de um povo, de uma nação, que permanecem no solo histórico-cultural, como um fundo, em que os projetos mais situados temporal e espacialmente sobressaem como figura.

Estamos afirmando que, ao focar a Educação, deparamo-nos com uma região densa que exige análise atenta sobre questões ontológicas, epistemológicas e axiológicas a respeito da própria educação, da pessoa, do mundo, entendido não como um objeto “sobre o qual tenho em minha posse a lei de sua constituição”, mas como “o ambiente natural e o

campo de todos meus pensamentos e de todas minhas percepções explícitas” (MERLAU-PONTY, M., 1962, p.xi).

São questionamentos que podem se abrir para aspectos psicológicos, relativos a afetos, expectativas, disposição em relação às Ciências trabalhadas e às pessoas, co-sujeitos da situação de aprendizagem, bem como para aspectos cognitivos referentes à construção do conhecimento e respectivas expressões; para aspectos sociológicos, históricos e culturais concernentes ao contexto em que as ações educadoras são efetuadas, bem como à constituição da pessoa e das ideias com as quais se trabalha. São indagações que podem se encaminhar para modos de ensinar, abrangendo aspectos pedagógicos, os quais têm a ver com as características ontológicas da área de conhecimento trabalhada em consonância com aqueles concernentes aos possíveis modos de conhecer. E, a partir dessas considerações, podemos antever os questionamentos e procedimentos que se sobressaem nas dimensões focadas: sociológica, histórica, filosófica, da comunicação, etc. A produção do conhecimento nessa área se diversifica. Permanece ambigualmente entre produção das ciências que embasam perspectivas do fenômeno *educação* e produção de conhecimento da (área) Educação.

Entretanto, focar “educação”, entendida como uma realidade mais abrangente, que envolve a individualidade da pessoa, seus modos de estar no mundo com os outros (pessoas, ideias científicas ou não, técnica, tecnologia, linguagens, etc.), bem como sua inserção na história de um povo, de uma nação, do mundo, solicita ir além desses conhecimentos, não os ignorando, e buscar compreender isso que se denomina “educação”. E aí nos deparamos com uma imensidão de possibilidades, pois ela não diz apenas daquela trabalhada e visada em contextos escolares ou de ensino, mas diz de uma totalidade de aspectos de o humano ser. Talvez se superponha, em termos de ideia, ao que se possa entender por “formação” da pessoa. Formação entendida no caminho do explicitado por Ales Bello:

(O ser humano)...apresenta-se no seu processo de desenvolvimento com características peculiares que o fazem uma “pessoa” enquanto sede de criatividade, de expressividade e de ação e as consequências da sua atividade possuem uma extraordinária relevância porque introduzem na realidade novos elementos que a transformam no bem e no mal; por isso, o ser humano é chamado a assumir responsabilidades decisivas para si mesmo e para o ambiente ao seu redor. Nesse sentido compreende-se a importância da formação da qual depende sua orientação teórica e seu comportamento prático. (ALES BELLO, P.21/22).

Entendo que focar a Educação, buscando compreendê-la em sua complexidade e tratá-la como um tema passível de processo de teorização, à medida que são reunidas diversas investigações e discursos sobre o tema em um todo mais coeso e abrangente, é um trabalho que está à espera de realização. Essa preocupação deve estar no horizonte dos que se dedicam à Educação, quer seja como professores, ou como

investigadores, quer seja como formadores de outros educadores, chamando a atenção para um pensar que vá pelos caminhos de busca de uma meta-compreensão disso que fazem ao educar.

Dada a abrangência das possibilidades que se descortinam, a escolha de um caminho se pauta nas visões de mundo, de conhecimento e de valores assumidas. Daí a urgência de tanto o pesquisador, dessa área, como o educador terem clareza a respeito do solo ontológico, epistemológico e axiológico em que se movem. É essa clareza, ou pelo menos a busca de dar conta dela, que sustenta as escolhas efetuadas e seus desdobramentos em pesquisa e em atividades pedagógicas.

Questionamentos pertinentes à Educação Matemática

A Educação Matemática, nos últimos cinquenta anos, tem se constituído como uma região de inquérito em torno de questionamentos específicos e busca de procedimentos apropriados às ações de educar e ensinar Matemática. De modo ingênuo, foi entendida como união de Educação e Matemática, como se possível fosse tomar os conteúdos matemáticos e adequá-los aos níveis de desenvolvimento do aluno em consonância com modos apropriados de ensiná-los.

Assumimos a Educação Matemática como sendo constituída pelo « entre » que se estabelece entre a Matemática e a Educação, o que exige posturas investigativas inter, multi e transdisciplinares. Essa exigência traz consigo outra, qual seja, a de ficarmos atentos às especificidades das disciplinas que convergem para a interdisciplinaridade solicitada, que pode ser entendida como pautada na lógica das disciplinas, operando de modo a conectá-las (BICUDO, 2008).

Esse modo de assumir a produção em Educação Matemática, seja ela a efetuada mediante processo investigativo, seja a efetuada em atividades didático-pedagógicas, tem conduzido a uma prática de tomarem-se estudos, obras, teorias de autores que se dedicam às Ciências Humanas e à Filosofia que dão sustentação à Educação e conduzir os trabalhos em Educação Matemática de acordo com o assumido nessas obras. Não estamos dizendo com isso que o comum nessa área é haver uma aplicação ingênua daquele conhecimento às investigações e práticas didático-pedagógicas concernentes à Educação Matemática, aqui sendo entendido tanto o ensino da Matemática, como preocupações com a formação matemática de pessoas quaisquer que vivem de modo contextualizado em comunidades e sociedades. Mas estamos afirmando que a lógica que impera é a desse procedimento, o que configura uma ausência de reflexão primeira sobre a própria Educação Matemática, entendida como uma totalidade constituída no espaço do “entre”, com suas características que dizem do seu modo de ser e de aparecer.

Tentando ir um pouco além, trago os significados possíveis de *inter*, *multi* e *trans* que aparecem em muitas discussões e discursos que buscam delinear o modo de ser da Educação Matemática. O prefixo *inter* diz da ligação entre o intervalo que separa duas disciplinas. No caso aqui tratado, Educação e Matemática. O prefixo *multi* diz da multiplicidade, no caso de disciplinas. Isso significa que traz um número plural delas, focando-as sob um tema, neste texto entendido no âmbito da Educação

Matemática. E aqui nos deparamos com uma possibilidade de bifurcação de procedimentos. Podemos trazer diversas disciplinas que tratam do tema focado, destacando o que dizem a respeito do que está sendo investigado, tecendo esses destaques de modo a elaborar um discurso esclarecedor da pergunta/problema/interrogação levantada. Podemos, também, focar o tema de modo transdisciplinar, indo além das disciplinas, porém permanecendo atentos às transformações dos conteúdos disciplinares, não mais olhados nos limites da disciplina, mas buscando compreendê-los no raio de possibilidades de compreensão que se abrem em relação ao assunto sob análise. O prefixo *trans* significa ir além de, estar depois de uma situação ou ação, travessia, transposição, transmigrar, transferência, mudança, transformação. *Transfazer* significa ir além do fazer. Em Martins, (1992), esse termo é exposto como um recriar interminável e sempre inacabado, que avança nas direções indicadas pelas possibilidades do ser, em uma dialética contínua, que se dá no encontro homem-mundo, jamais aprisionada em uma síntese conclusiva. O Dicionário da língua portuguesa consigna mais de 800 termos com este prefixo, extremamente prolífico, observando que se liga sempre sem hífen à palavra derivadora (HOUAISS, 2001).

Assim, transdisciplinaridade carrega consigo o sentido de ir além das disciplinas, mas ir de certo modo, caracterizado, esse modo, pelo sufixo *dade*. Esse modo é indicado pelas concepções de mundo e de conhecimento e, também pelos valores, que apontam a ética assumida, em uma atitude que persegue a transformação. No caso específico, transformação da Educação e da Matemática, constituindo uma região de inquérito própria.

Porém há uma característica da qual não se pode fugir: a Educação Matemática trabalha com duas áreas distintas, dos pontos de vista ontológico e epistemológico. Ambas as áreas se revelam como seu objeto de preocupação: a Matemática, ciência exata; a Educação, ciência humana. Como já tratado em itens anteriores, essas disciplinas já carregam, em sua própria constituição, diferentes modos de assumir realidade e conhecimento o que revela que não se resumem a uma concepção única, aceita por todos sem dúvidas e sem questionamentos.

Isso quer dizer que o modo de conduzir a Educação Matemática há que estar consonante com concepções daquelas disciplinas.

Mas a Educação Matemática, como já afirmado, é uma totalidade diferente de Educação + Matemática. Ao se trabalhar com a Matemática em Educação Matemática o que se pretende?

Dentre estudiosos e pesquisadores matemáticos, é comum ouvir-se que “a matemática da escola” não é a matemática dos matemáticos. Não é? Essa Matemática tem outra lógica, outros objetos, outros modos de demonstração, de trabalhar com raciocínios hipotéticos e de derivar possíveis consequências no contexto focado, de produzir conhecimento, de negociar “certezas” no contexto de comunidades? Pensamos que a afirmação é equivocada. Não é a Matemática que é outra. Talvez o trabalho pedagógico-didático solicite visões da matemática quase empiristas, críticas e fenomenológicas. Mas o que é outro é o modo de trabalhar-se com ela, esse, sim, caracterizado por aquele das ciências humanas e da filosofia. Isso significa que o contexto em que o trabalho

didático-pedagógico é desenvolvido há que ser tomado em consideração, bem como a realidade em que os sujeitos desse processo vivem, os processos cognitivos em desenvolvimento nas atividades realizadas por alunos e professores e por aí se vai. Dar-se conta desses aspectos constituintes da Educação Matemática pode, em certas atividades, trabalhar com o rigor próprio da construção matemática de outros modos, dando-se, por exemplo, maior atenção à percepção de movimentos, de formas, de ações, de maneiras de expressá-las tendo em vista o processo de significação de termos, símbolos, predicados, operações e, a um olhar mais desavisado, dando menos valor ao “rigor” da ciência matemática, tomado como existindo em si e alheio a embates e negociações efetuadas intracomunidades. Estamos de acordo com o trabalhado por Schubring (2011, p. 97) que afirma:

...de fato, a consequência de minha concepção é que não existe objetividade, pelo menos uma objetividade total. Não é apenas na aprendizagem que significados de conceitos estão em processo de negociação, tanto que diferenças a respeito de significados estabelecidos por vários grupos podem desaparecer como resultado de comunicação, quando esses grupos entram em contato e encontram significados compartilhados... (SCHUBRING, 2011, p. 97).

Em busca de um fechamento do tratado neste texto

A atividade pedagógica em Educação Matemática há que ser direcionada pelas análises e reflexões sobre modos de conceber a Matemática e a Educação. Ela não se restringe à produção do conhecimento matemático. Por sua vez, não basta adentrar pelas questões da Educação, tanto postas em termos ontológicos, quanto epistemológicos, axiológicos e culturais para definir procedimentos de pesquisa. É preciso, sim, considerar esses aspectos, porém à luz de concepções da Matemática e sua realidade, modos de conhecer seus objetos e de trabalhar com eles.

Entendemos que o pesquisador em Educação Matemática há que ficar atento sobre a concepção de Matemática assumida e, ao mesmo tempo, indagar-se se essa concepção está consonante com a visão de Educação que conduz sua busca e sustenta sua prática. Entendemos, ainda, que a concepção de Educação indica o norte para a escolha dos procedimentos, uma vez que a Educação Matemática tem por meta a formação de pessoas, que não prescindem da realidade social, histórica e da comunidade onde se vive, e, portanto, é uma área de conhecimento concernente às Ciências Humanas. Entretanto, o conteúdo que serve como material do trabalho efetuado para ensinar e educar, formando pessoas e intervindo na dimensão sociocultural, é de uma Ciência Exata, a Matemática. É nesse transferir - ou seja, no *trazer* o conteúdo trabalhado nas atividades desenvolvidas ao educar-se matematicamente *para* modos de trabalhar que explicitem posturas éticas, concepções de cognição, de formação de pessoa, de *estar-com* o aluno, de visão de mundo e de conhecimento - que a Educação Matemática se revela como

área de ação pedagógica, de intervenção política e de investigação. A pesquisa em Educação Matemática há que se nortear pelos modos de ser e de revelar-se *sendo* de ambas as disciplinas, Educação e Matemática, pelos procedimentos apropriados ao inquérito das mesmas, transfazendo-os de maneira que se tornem apropriados ao investigado e à região de inquérito que assim se caracteriza.

Referências bibliográficas

ABBAGNANO, N. *Dicionário de Filosofia*. São Paulo: Editora Mestre Jou, 1962.

ALES BELLO, A. “A formação da Pessoa: reflexões de um ponto de vista antropológico” *In*: Bicudo, M.A.V. & Belluzzo, R.C.B. (orgs.) *Formação Humana e Educação*. Bauru: Edusc, 2001.

AUDI, R. *The Cambridge Dictionary of Philosophy* (second edition). Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

BICUDO, Irineu. *Platão e a Matemática*. Letras Clássicas. São Paulo, n.2. p 301-315, 1998.

BICUDO, M.A.V. “A pesquisa em Educação Matemática: a prevalência da pesquisa qualitativa”. *In*: *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*. Ponta Grossa: Vol.5. n.2, 2012.

BICUDO, M. A. V. “Filosofia da Educação Matemática segundo uma perspectiva fenomenológica”. *In*: Bicudo, M.A.V. (org.) *Filosofia da Educação Matemática – Fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas*. São Paulo: Editora UNESP, 2010.

BICUDO, M. A. V. “A pesquisa interdisciplinar: uma possibilidade de construção do trabalho científico/acadêmico”. *In*: *Educação Matemática Pesquisa*. São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 137-150, 2008.

BICUDO, M. A V. “Pesquisa Qualitativa: significados e a razão que a sustenta” *In*: *Revista Pesquisa Qualitativa*. São Paulo, ano I, n. 1, PP, 07-26, 2005.

BICUDO, M. A V. *Fenomenologia: confrontos e avanços*. São Paulo: Cortez, 2000.

DURKHEIM, Émile. *Educação e Sociologia*. 3. Ed. (Tradução de Lourenço Filho). São Paulo: Melhoramentos, 1952. p. 29-32

ERNEST, P. *The Philosophy of Mathematics Education*. London: The Falmer Press, 1991.

HOUAISS, A. e outros. *Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa*.(Primeira edição). Rio de Janeiro: Editora Objetiva, 2001.

HUSSERL, E. The Origen of Geometry. *In: Husserl, E. The Crisis of European Sciences and Transcendental Phenomenology*. Evanston: Northwestern Press, 1970. P.353 a 378.

MARTINS, J. *Um Enfoque Fenomenológico do Currículo: Educação como Poíesis*. São Paulo: Cortez, 1992 (Tradução de Vitória H.C.Espósito).

MERLEAU-PONTY, M. *Fenomenologia da Percepção*. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

MERLEAU-PONTY, M. “O olho e o espírito”. In: CHAUI, M. S. *Textos selecionados: seleção de textos*. Tradução de M. S. Chauí e P. de S. Moraes. São Paulo: Nova Cultural, 1989

PIAGET, Jean. *Para onde vai a educação?* Rio de Janeiro: Livraria José Olympio Editora – UNESCO, 1973.

RUSSELL, B. *História do Pensamento Ocidental*. Rio de Janeiro : Publicações Ediouro, 2008.

SCHUBRING, Gert. “Conceptions for relating the evolution of mathematical concepts to mathematical learning – epistemology, history and semiotics interacting”. *In: Educational Studies in Mathematics*, 2011 (77:79-104).

SKOVSMOSE, Ole. *Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade*. São Paulo: Cortez Editora, 2007 (tradução de Maria A.V. Bicudo).

SILVA, Jairo José. *Filosofia da Matemática*. São Paulo: editora da UNESP, 2007.

