uma reflexão é mais um contraponto positivo no espaço-tempo da criação e organização de idéias. O hábito da filosofia cobra uma presença maior de quem escreve seu texto e pensa nele, obrigando a si próprio a falar de outro ponto e com outra perspectiva da vivência de seu tempo de escritor.

Tais aspectos foram de sutil relevância à pedagogia de nosso curso. Avaliá-los, e a essa relevância só foi possível caso a caso, vendo como cada aluno implementou sua trajetória no curso em geral e como a prática da reflexão o tomou — se o tomou — nos saltos que deu em direção a horizontes mais abertos, que, se não fazem cessar suas angústias, pelo menos solicitam um outro nível de angústia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BICUDO, M. A. V. & GARNICA, A. V. M., *Filosofia da Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

CIFUENTES, J. C., *Fundamentos estéticos da Matemática: da habilidade à sensibilidade*. In: BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática: concepções e movimento (Org.). Brasília: Plano Editora, 2003.

KLUTH, V., *Conhecimento geométrico: uma rede corpórea*. In: BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática: concepções e movimento (Org.). Brasília: Plano Editora, 2003.

MENEGHETTI, R. C. G., *O conhecimento matemático em Kant*. In: BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática: concepções e movimento (Org.). Brasília: Plano Editora, 2003.

MIGUEL, A., *Formas de ver e conceber o campo de interações entre Filosofia e Educação Matemática*. In: BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática: concepções e movimento (Org.). Brasília: Plano Editora, 2003.

VIANNA, C. R., *Filosofia da Educação Matemática*. In: BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática: concepções e movimento (Org.). Brasília: Plano Editora, 2003.

6

SIGNIFICADOS DA ESCRITA DA MATEMÁTICA

Antônio Pádua Machado[1]
Maria Aparecida Viggiani Bicudo[2]

Neste texto apresentamos a investigação conduzida pela interrogação "*O que é isto, a escrita da Matemática*?". Fomos movidos pela inquietação a respeito da escrita, modo de expressão inevitável na atividade matemática escolar.

Os procedimentos seguidos ampararam-se na abordagem de pesquisa qualitativa, modalidade fenomenológica. Buscamos pelo significado da escrita da Matemática na prática de ensinar e no processo de aprender, ouvindo e analisando o relato das experiências vividas por professores que trabalham com o ensino dessa ciência.

As análises efetuadas e as sucessivas reduções que se seguiram no desenvolvimento da investigação, apontaram três grandes categorias de significados: "*Realização da linguagem na Matemática*", compreendida como o esforço construtivo de buscar significados matemáticos por meio do suporte da escrita; "*Letramento matemático*", compreendido como o desenvolvimento de um conjunto multidimensional de condições, indo das primeiras manifestações gráficas a quaisquer aspectos ligados às atividades letradas

[1] Professor Adjunto-Doutor do Departamento de Ciências Exatas - UFMS - Campus de Três Lagoas - MS.

[2] Professora Titular de Filosofia da Educação do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, da UNESP - Universidade Estadual Paulista. Presidente da Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos.

da Matemática, e "*Aparecimento da Matemática para o aluno*", entendido como expressões do conhecimento construído pelos alunos a respeito de idéias matemáticas, veiculadas pela escrita nos textos que subsidiam a atividade docente. Essas três categorias reúnem os significados da escrita da Matemática como "formas do ser" de modo social e historicamente objetivado.

Iniciamos nossa investigação pela escolha criteriosa dos depoentes, entendidos como sujeitos que vivenciam e podem manifestar-se, discursivamente, sobre as suas vivências. Neste caso específico, trata-se da experiência vivida pelo professor ao estar com seus alunos, ensinando Matemática e atento à sua aprendizagem.

Obtivemos os depoimentos dos sujeitos mediante entrevistas, as quais, com a respectiva anuência, foram gravadas em fita cassete e transcritas em textos, mantendo a fidelidade em relação ao modo de expressão de cada um. Esses depoimentos foram objeto de estudo e de análise, momento em que procuramos não nos afastar do rigor que deve sempre presidir as investigações científicas. Cada depoimento foi lido de maneira que o sentido do dito se fizesse para nós. Compreendida a totalidade do texto, ficamos atentos aos destaques que nele surgiam ante nosso olhar interrogador, os quais passaram a constituir as "unidades de significado". Estas são unidades da descrição que fazem sentido para o pesquisador, a partir da interrogação formulada (Bicudo, 2000:81).

As unidades de significados foram destacadas em todos os depoimentos e agrupadas segundo as idéias significativas que as articulavam em um todo. Procedendo dessa maneira, foram detectados os invariantes, ou seja, os significados que se apresentaram constantes em diferentes unidades de significados. Essas idéias foram escritas em sentenças curtas, levando-nos, assim, às convergências finais, denominada: "*Realização da linguagem na Matemática*", "*Letramento matemático*", "*Aparecimento da Matemática para o aluno*".

Essas categorias foram interpretadas à luz de uma totalidade constituída pelos diálogos mantidos mediante um movimento dialético, no qual os pesquisadores empenharam-se em compreender o expresso pelos sujeitos e pelos autores estudados, em uma busca contínua de sentido. O sentido, que foi se fazendo para nós, transcendeu a própria inquietação inicial que nos nutriu, as análises dos depoimentos dos sujeitos, os textos dos autores importantes na área de conhecimento em que a pesquisa se situa. Tornou-se o fio que permitiu tecer o texto a respeito da interrogação formulada que, conforme compreendemos, lançou luz sobre a questão da presença da escrita no processo de ensinar e de aprender Matemática.

A seguir passamos a apresentar o movimento do nosso pensamento, ao procedermos a presente investigação, expondo o caminho que percorremos das unidades de significado às grandes categorias, ou às três categorias finais.

Das unidades às categorias

Interrogamos sete professores, escolhidos por suas experiências profissionais, a respeito de sua experiência em relação à escrita da matemática nas atividades desenvolvidas com seus alunos, visando ao ensino e à aprendizagem das idéias e conceitos matemáticos.

A pergunta que fizemos aos entrevistados foi: "*Como você vê o significado da escrita da Matemática na sua prática de ensinar, e como você a compreende no processo de aprendizagem do seu aluno?*". Seus depoimentos foram transcritos em textos, de onde extraímos as unidades significativas, como mencionado no parágrafo anterior.

Em um primeiro momento, ao procedermos às análises individuais, ou seja, de cada depoimento, elegemos duzentos e três unidades de significados. Para exemplificar o teor dessas unidades, apresentamos algumas a seguir: "a escrita serve como maneira de organizar o pensamento"; "a escrita formal é a estrutura de uma coisa informal"; "há conceitos que necessitam de uma escrita bem elaborada para poderem ser abordados"; "para atingir o escrever em Matemática há um longo caminho de construção de conceitos, de um campo conceitual"; "a escrita, como vemos, é mais ampla que o próprio ato de escrever, o ato de escrever faz parte da escrita".

Concluídas as análises individuais, denominadas por MARTINS & BICUDO (1988) de "análise ideográfica", agrupamos as unidades em conjuntos de idéias, pelo sentido que fizeram para nós no movimento dessa análise, iniciando, então, o movimento denominado, também por esses autores, de "nomotético". Nesse processo de "redução", foram obtidos treze grupos, os quais já foram indicando os invariantes do fenômeno interrogado.

Os significados dos treze grupos obtidos foram expressos pelas seguintes proposições: (01) "A escrita está presente na entidade Matemática e na atividade matemática"; (02) "A escrita contribui com o desenvolvimento do raciocínio"; (03) "A escrita da Matemática é um conhecimento paralelo ao conhecimento escolar da Matemática"; (04) "A escrita da Matemática permite a abordagem formal das idéias e das operações na Matemática"; (05) "A escrita expõe a Matemática para o indivíduo e por meio dela ele expõe seu conhecimento à comunidade"; (06) "A escrita da Matemática é necessária à construção conceitual que se vale de formas comuns da comunicação"; (07) "O professor ministra o ensino da escrita da Matemática"; (08) "A escrita da Matemática requer o letramento matemático"; (09) "A escrita da Matemática é uma etapa posterior à construção dos conceitos"; (10) "A escrita da Matemática produzida na lousa não basta, é necessário o livro"; (11) "O desenvolvimento do aluno é acompanhado por meio da sua escrita"; (12) "A correção matemática cobrada do aluno é aquela que aparece na sua escrita"; (13) "A escrita da Matemática é associação de sinais gráficos a conceitos".

Os sentidos e significados dessas proposições foram objeto de análise hermenêutica, quando buscamos pela interpretação do que estava sendo expresso. Para tanto, recorremos aos próprios depoimentos, bem como a autores estudados e, num esforço articulador, buscamos explicitar nosso entendimento. Sobre esse conjunto de idéias proveniente da primeira busca de convergências, ainda empreendemos novas análises e, procedendo a mais uma redução, visualizamos as três grandes categorias que abrangem os sentidos percebidos e os significados atribuídos.

A seguir apresentamos uma síntese dos estudos realizados e do trabalho de interpretação dessas categorias, explicitando nossa compreensão do significado da escrita no ensino e na aprendizagem matemática.

1. Realização da linguagem na Matemática

Dos treze conjuntos de significados que apresentamos acima, cinco deles, (01), (02), (04), (08) e (13) convergiram para a nossa compreensão do que diz a expressão *"Realização da linguagem na*

Matemática". O termo "realização" está sendo empregado para expressar a ação ou o movimento de tornar real ou efetivo; de acontecer, efetuar; de pôr em ação ou em prática a expressão da compreensão de idéias matemáticas mediante a linguagem.

Essa proposição reúne invariantes que se firmam em função da escrita na manifestação do sujeito que constrói o conhecimento matemático e que articula a compreensibilidade matemática. Essa articulação compreensiva é considerada por Heidegger (2000: 219) como "discurso", cujo pronunciamento é o que o afirma ser a *"linguagem"*.

Assumimos que essa compreensão filosófica e a materialidade do pronunciamento do discurso formal na Matemática são dadas pela sua escrita. Essa interpretação também converge para os significados compreendidos em trabalhos significativos estudados, como o de Machado (2003: 45-48), quando afirma que a prática do escrever realiza a condução do raciocínio, e o de Auroux (1998: 73-74) ao se referir à *"Razão Gráfica"*.

Ao descrever esse tipo de razão como uma forma de inteligência, Auroux diz que a forma gráfica de a razão se manifestar é distinta daquela oral, por permitir realizações que seriam inviáveis à manifestação oral da linguagem. Para esse autor, o traço mais marcante da Razão Gráfica é a bidimensionalidade, ou seja, o aproveitamento do espaço plano para produções gráficas como expressão da linguagem. A escrita, segundo Auroux, vem a ser o único suporte transposto da fala humana, de natureza espacial, e que dispõe de recursos para fixar o que está sendo dito. O autor cita o cálculo como uma prática intelectual que teve a escrita como condição de desenvolvimento. A técnica oferecida pela escrita, além de realizadora da linguagem no nível ordinário das relações, permite novas performances cognitivas ligadas à Razão Gráfica.

Há uma pressuposição piagetiana, descrita em Fürst (2003), de quatro *linguagens-códigos* que estariam vinculadas aos processos cognitivos: *a linguagem das formas*, dando a condição ao homem de estruturar os estímulos; a *designação*, como a condição de atribuir significados; o *episódico*, com que o humano associa a percepção à imaginação, e a *lógica*, como a prontidão para o estabelecimento de regras. Seriam formas internas de manifestação do sujeito dotado de razão. A *Razão Gráfica* diz respeito à manifestação psico-motora percebida no espaço, diferentemente das quatro condições anteriormente mencionadas. Entretanto, compreendemos que em atividades como a concernente ao letramento em Matemática, aquelas quatro condições manifestam-se mediante a linguagem efetivada por meio da *Razão Gráfica* do sujeito ao produzir todo um conjunto de traçados gráficos, de esquemas e dos inúmeros tipos de codificações escritas.

Em síntese, compreendemos a escrita da Matemática como uma expressão da Razão Gráfica, efetivando uma modalidade de linguagem.

No esforço de interpretação que realizamos sobre unidades significativas evidenciadas nos discursos pronunciados por nossos depoentes, ficou explícito que na Matemática do currículo escolar a escrita é um procedimento comum para o aluno ao compreender e expressar sua compreensão de idéias matemáticas. Merleau-Ponty (1991: 89), referindo-se a Edmund Husserl quando esse autor propõe uma eidética da linguagem, diz que nesse processo as línguas empíricas, como compreende ser a sintaxe da Matemática, são modalidades da linguagem. Seguindo esse pensamento, diremos que a escrita se desenvolve com a língua. Nessa compreensão, e sob a expressão merleau-pontyana, diremos que, como em outros campos de atividades da linguagem, a escrita na matemática é uma realização da linguagem no âmbito desse conhecimento. Para Ricoeur (1987: 37), como para Merleau-Ponty e para Heidegger, "a escrita é a plena manifestação do discurso", o que, seguindo o pensamento do último autor, pode ser entendido como "na escrita da Matemática encontramos uma *articulação compreensiva da Matemática*".

2. Letramento matemático

Os conjuntos de unidades de significados que nomeamos com as sentenças (03), (06), (07), (08), (09) e (13), foram reunidos pela expressão *"Letramento matemático"*, suscitada mediante a análise daquelas unidades e do trabalho articulador entre a compreensão estabelecida e o estudo do tema "Letramento".

As leituras efetuadas abrangeram autores da Lingüística, da Educação e da Educação Matemática. *"Letramento Matemático"* tomado como grande categoria de significado nesta pesquisa, sobre a compreensão do significado da escrita da Matemática, levaram-

nos a entender que "a escrita da Matemática é uma prática do sujeito da atividade matemática, mas o domínio do discurso matemático e de suas aplicações solicita que o sujeito, além de alfabetizado em matemática, seja também letrado nessa área de conhecimento".

A concepção de Letramento é abrangente e é encontrada em trabalhos da lingüística voltados para a Educação, como em Kleiman (2001: 15-64) e Soares (2002: 65-125), que utilizam o termo "Letramento", referindo-se a um conjunto multidimensional de condições associadas ao uso da escrita, entendida como sistema simbólico e como tecnologia, tomadas, essas condições, dos contextos específicos da prática individual, como diz Kleiman (2001: p.19) às atividades sociais mais amplas, como considera Soares (pp. 80, 81).

Teberosky (2000: 63) explicita que, além de reconhecer e reproduzir a escrita, a prática efetiva da linguagem por meio da escrita requer do sujeito conhecimento a respeito de essa prática tomada como um conhecimento técnico, ligado a uma prática efetivada no ensino formal institucionalizado, que implica operações diferentes do mero reconhecimento ou reprodução memorizada de um texto.

Sting (1999: 55-66) salienta que cabe às instituições, como por exemplo as escolas, "aportarem obrigações dentro da massa do escrito", zelando pela "harmonização" dos saberes no contexto das diferentes comunidades. A "educação da escrita", segundo esse autor, é dependente da "modernidade" nos diferentes círculos, científicos e literários. Ainda nessa direção, "*Mathematical literacy*" é uma expressão americana que Kilpatrick (2000: 101-116) utiliza para referir-se à produção do letramento da Matemática que deve estar à disposição do público, visando popularizar o estudo dessa ciência. Compreensão conceitual, fluência procedural, competência estratégica, raciocínio adaptativo, que se refere ao pensamento lógico, e disposição produtiva, que diz da inclinação para perceber a Matemática como assunto proveitoso, são condições demarcadas pelo autor como importantes para o sujeito do *letramento matemático* ou, como denomina em inglês, à *mathematical literacy.*

Conforme as considerações de Lorenzo (1989: 13, 14), em si mesma, como teoria dedutiva ou em outros campos do conhecimento, quando tratada como lógica inerente ao método científico, a Matemática está sujeita a equívocos, como aqueles que podem ocorrer na leitura da sua codificação. A superação dessas dificuldades, nos dizeres do autor, passa pelo *Letramento* como condição de o sujeito pensar matematicamente, indo da axiomatização à formalização.

Os *estilos matemáticos* descritos na História da Matemática indicam uma ligação prática com o *Letramento*. São modos de expressão percebidos na literatura matemática que indicam as nuanças de expressão do pensamento em cada setor da teoria matemática. Esses estilos são considerados como as diferentes formas de o sujeito conduzir o movimento do seu pensamento, nas diferentes categorias do conhecimento matemático, a exemplo do *estilo algébrico-cartesiano* descrito por Lorenzo (1989: 81), tipicamente notacional, que revela como Descartes atuou no seu modo de raciocinar quando vivia os primeiros momentos da Álgebra Moderna. São modelos sintáticos de produções semânticas que permitem caracterizar um certo domínio. Cada estilo é reconhecido como um modelo de raciocínio, onde necessitamos da assistência da codificação letrada para que seja compreendido sua forma e conteúdo.

Compreendemos que o desenvolvimento daquelas habilidades descritas por Kilpatrick e que estão no campo da noção do Letramento Matemático está no cerne da atividade de educar matematicamente.

3. Aparecimento da Matemática para o aluno

Esta última categoria de significados é uma convergência dos conjuntos invariantes (05), (10), (11), (12) e (13). Como exemplo, apresentamos um recorte do texto que sintetizamos ao definir a expressão da categoria (05): "A escrita da Matemática é utilizada como elo no processo de comunicação do sujeito. Porém, ao mesmo tempo que ela facilita esse trabalho, também cria obstáculos. O professor atua como agente no processo de ensino, removendo obstáculos e explicitando idéias. O aluno não se comunica somente com o professor, mas também com a comunidade escolar ou não. Entendemos que o professor deve desenvolver atividades de ensino a partir do que o aluno pode escrever porque, ao lidar com processo de construção da matemática, o aluno pode compreender a Matemática ali construída. Há conceitos matemáticos que necessitam da escrita específica para serem explicitados adequadamente. Essa escrita diferenciada, comumente, é distante do campo de experiência do aluno. Para fazer sentido para ele, é importante que sejam trabalhados significados presentes na língua comum.

Os cinco conjuntos de convergências, desta última categoria, trazem idéias a respeito de como se dá a exposição matemática por meio da escrita. A lousa, o livro, os sinais gráficos, a correção sintática, a avaliação do rigor na escrita, a escrita simbólica, fato mental versus escrita da Matemática, escrita como linguagem matemática são expressões que centralizam os dizeres dos depoentes. Apontam os invariantes evidenciados no trabalho de análise, os quais convergem para esta última categoria de significados

Na educação escolar há, em nossa compreensão, uma "apresentação" da Matemática como um tema a ser trabalhado, cujo conteúdo e solicitações de atividades de aprendizagem, na maioria das situações, são veiculadas por meio de textos escritos.

Esse modo pelo qual vemos a Matemática ser colocada à disposição do aluno, em situações promovidas pela instituição escolar, é uma constante em nossa cultura ocidental. Conforme Jaeger, na obra "Paideia" (de 1936: 3, 322, 340, 341), o ideal de Educação, que subjaz nossas práticas educacionais, já está presente à comunidade grega, ao delinear a essência de um currículo, composto pelo *quadrivium*, formado da Aritmética, da Geometria, da Música e da Astronomia e pelo *trivium*, formado pela Gramática, Retórica e Dialética. São disciplinas que completam o conjunto do conhecimento colocado culturalmente à disposição. Esse modo de organizar o currículo encontra ressonância na organização que hoje é praticada em nossas escolas, dando sustentação também ao ensino da Matemática.

"Há conceitos que necessitam de uma escrita bem elaborada para poderem ser passados". Esta é uma unidade de significado que destacamos entre aquelas que nos permitiram evidenciar os invariantes: *"A escrita expõe a Matemática para o sujeito e, por meio dela, ele se expõe à comunidade"*. Esta proposição, que afirma que a escrita expõe a Matemática, associamos à expressão *"óculo intelectual"* para explicitar o significado que atribuímos à categoria *"Aparecimento da Matemática para o aluno"*. Entendemos essa afirmação no sentido que é por meio da escrita que o sujeito pode "*ver*" objetos matemáticos ou mesmo que objetos matemáticos, no discurso e na prática pedagógicos, são produzidos com a escrita.

Como exemplo disso podem ser citados os polinômios algébricos no ensino fundamental e no ensino médio, os números complexos e as matrizes. No discurso pedagógico da sala de aula, ou no discurso presente no livro didático, que busca expor esses objetos, há uma prática que persegue a compreensão semântica unida àquela da sintaxe escrita.

Associação de sinais a conceitos

Dos treze conjuntos de significados, que evidenciam os invariantes do fenômeno investigado, um conjunto de unidades, em especial, se destacou pela freqüência de expressões significativas convergentes à idéia de que a escrita da Matemática é uma associação de sinais gráficos a conceitos. Denominamos essa convergência de "*A escrita da Matemática é associação de sinais gráficos a conceitos*". Essa associação revela-se como nuclear à compreensão da escrita, à medida em que está presente às grandes categorias: a realização da linguagem; ao letramento, e à prática de ensinar Matemática, quando privilegiamos o aspecto sintático da experiência matemática. Essa associação encontra consonância em afirmações dos depoentes como: "*se o aluno não associar um significado à escrita, então ele não consegue pensar no referente por meio dela*". Ao dizermos que "associação de sinais a conceitos" está presente nas três grandes categorias de significados, queremos dizer que essa associação não é uma super categoria, ou seja, uma convergência de todas as convergências obtidas, mas que se trata de um modo de fazer que está presente nas atividades pertinentes àquelas categorias.

Um episódio esclarecedor

Um episódio do ensino da Matemática no ambiente escolar, que apresentamos como exemplo elucidativo de nossa compreensão sobre os significados da escrita matemática, diz respeito aos números complexos.

O número complexo aparece nos compêndios sobre a Matemática, por exemplo em Katz (1993: 239-337), como um atributo de conceito para embasar com teoria a prática da resolução de equações algébricas. As soluções complexas das equações quadráticas,

conforme a exposição do autor, estavam ficando sem um tratamento definitivo, quando, em torno do final da Idade Média os estudiosos do assunto puderam determinar o conceito de número complexo. Esse feito possibilitou a construção de ferramentas para as soluções *reais* das equações cúbicas por procedimentos de redução às equações quadráticas.

Uma pergunta que formulamos sobre esses números: por que o número complexo tem a forma algébrica $a+bi$, com "a" e "b" dados como números reais e a forma $i=\sqrt{-1}$, estranha ao conjunto dos números reais, chamada unidade imaginária?

Uma resposta também obtida por meio do "discurso pedagógico", como caracterizado por Hariki (1992: 14), deve ser que o número complexo aparece originalmente como solução de certas equações polinomiais quadráticas de expressão $\alpha x^2+\beta x+\delta=0$, sendo α, β, δ números reais e x a incógnita, cuja solução genérica já aparece deduzida nos livros do final do Ensino Fundamental, como a expressão

$$x=\frac{-\beta\pm\sqrt{\beta^2-4\alpha\delta}}{2\alpha}$$

(Caraça, 1989: 156-158).

O embaraço surge quando o discriminante da equação resulta em um número negativo, ou seja, $\beta^2-4\alpha\delta=\Delta<0$, já que tal raiz não é definida no campo dos números reais.

Essa expressão algébrica, explicitando a forma da solução x, é algo que preferimos destacar e considerar como um "discurso", passível de ser explícito somente pela escrita matemática. Ou seja, tal qual a equação em x que aí está como um objeto posto na codificação escrita, a solução para x está formalizada por meio da escrita e não a conhecemos se não por meio desse recurso de expressão.

Entendemos, então, que a forma algébrica do número complexo vem do parcelamento daquela expressão com raiz quadrada, resultando a expressão

$$x=-\frac{\beta}{2\alpha}\pm\frac{1}{2\alpha}\sqrt{\Delta}.$$

Para iniciar a teoria, deu-se existência à raiz quadrada do número negativo por analogia à propriedade da raiz quadrada de números positivos. Com isso, tornou-se possível efetuar aqui as operações-chave para o "aparecimento" visual da forma algébrica dos números complexos. Olhando para o ideograma $\sqrt{\Delta}$, podemos visualizar apenas seu conceito, que Δ é um número negativo. Para que o número negativo seja visualizado aí, na raiz quadrada, devemos utilizar o conceito da operação "módulo", com sua escrita notacional e a rescrevemos por $\sqrt{-|\Delta|}$. Essa é uma realização inicial, e importante, da escrita nesse episódio.

Essa realização é um trabalho de "*letramento*" e que possibilita o aparecimento de um objeto matemático por via de dedução codificada. Com a assunção de que essa raiz é um número e pode ser sintaticamente modificada por um manuseio usual, como se o argumento fosse positivo, devemos escrever que $\sqrt{\Delta} = \sqrt{-|\Delta|} = \sqrt{|\Delta|(-1)} = \sqrt{|\Delta|}\sqrt{-1}$, sendo que essa fatoração num produto de raízes na última igualdade é a operação essencial para a forma dada aos números complexos. Com essa forma, podemos rescrever aquele parcelamento por

$$x = -\frac{\beta}{2\alpha} \pm \frac{\sqrt{|\Delta|}}{2\alpha}\sqrt{-1},$$

com atenção à escrita da notação com módulo em $|\Delta|$, pois delta representa um número negativo e a partir daí é que "aparece" a *unidade imaginária*.

Essa frase simbólica, que formula o cálculo da incógnita x, é a chamada forma algébrica do número complexo, onde já aparece o número e sua forma conjugada. A raiz $\sqrt{-1}$ é a chamada unidade imaginária no conjunto desses números, registrada com o sinal "i", o que faz aparecer nos textos a escrita $i^2 = -1$. A definição que $(\sqrt{-1})^2 = -1$ é essencial para a teoria dos números complexos e com ela evitamos a falácia embaraçosa da falsa expressão $(\sqrt{-1})^2 \doteq \sqrt{(-1)}\sqrt{(-1)} = \sqrt{(-1)(-1)} = \sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1$. O desmembramento da primeira igualdade, por definição, não é permitido.

Na forma de x acima reduzimos as notações dos termos reais a "a" e a "b" fazendo $a = -\beta/2\alpha$ e $b = \sqrt{|\Delta|}/2\alpha$ e escrevemos a forma genérica da solução da equação quadrática com discriminante negativo apenas por $x = a \pm bi$, e concluímos, desse

modo, o "aparecimento" da popular forma algébrica dos números complexos, por uma atividade de associação de sinais gráficos a conceitos. Nessa última forma não haverá o termo i se aquele argumento Δ não for negativo, havendo, nesse caso, dois valores reais para a incógnita x.

Ampliando a discussão, há o teorema das raízes conjugadas na álgebra dos polinômios, contido nos livros escolares, garantindo que as soluções complexas sempre aparecem aos pares conjugados. Encontrada a solução $a+bi$, também haverá a solução $a-bi$, fundado no que vimos acontecer.

Essa abordagem, que acabamos de desenvolver, segundo o estudo de Hariki (p. 14), que analisa formas de discurso matemático, não é própria do discurso científico do matemático, mas própria do discurso pedagógico desenvolvido entre professor e aluno, e também está presente no discurso dos autores de livros didáticos, onde esse autor afirma estar presente uma complexa relação dos dois discursos anteriores.

Segundo B. Russell (1974: 77), visando ao discurso científico, para os matemáticos, o número complexo pode ser considerado e definido como simplesmente um par ordenado de números reais. Nesse ou em outros pontos onde são possíveis outras definições, diz esse autor, que basta que a definição adotada conduza às propriedades convenientes para o objeto. Os números complexos adotados como pares ordenados de números reais, são fundados e explicados a partir da adição e da multiplicação desses números nessa forma, definidas por, $(a, b)+(a',b')=(a+a', b+b')$ e $(a, b)(a',b')=(aa'-bb', ab'+a'b)$. Também são escritos na notação de matriz 2x2, com as operações usuais desses objetos, sendo que o número $a+bi$, equivalente ao par (a, b), equivale a matriz que tem nas colunas os números reais a e -b; a e b, nesta ordem. É uma situação em que a unidade imaginária não surge sintaticamente como "aparece" na nossa abordagem, mas é dada como o par ordenado (0, 1) que, na forma matricial, o quadrado produz o simétrico aditivo da matriz identidade.

No discurso pedagógico, o *referente* do número complexo é a solução da equação quadrática com discriminante negativo; a *referência* é o conceito que o caracteriza como não sendo um número real; o *símbolo* é a forma escrita $a+bi$ que explicitamos. Indo aos termos da lingüística saussureana, trocamos os nomes dessas duas últimas entidades, *referência e símbolo*, que na fonologia são conceitos e imagem acústica, por significado e significante, cuja união forma a entidade psíquica, ou a unidade lingüística, chamada "*signo*" (Saussure, 1987) que, afetando nossa percepção, acústica ou visual, permite-nos perceber o objeto.

A caminho de uma síntese compreensiva

"*O que é isto, a escrita da Matemática?*", nossa interrogação norteadora, é iluminada com a interpretação das três categorias abaixo explicitadas.

"*Realização da linguagem na Matemática*", entendida com uma categoria de significados estabelecidos com a convergência de unidades significativas que foram organizadas em conjuntos de expressões que consideram a escrita como constitutiva da entidade "Matemática". Nessas unidades, a escrita foi explicitada como atividade humana; como procedimento intelectual e possibilidades de formalização; como associação de sinais a conceitos por meio do letramento. Encontramos na expressão "*Razão Gráfica*", termo empregado no contexto da Filosofia da Linguagem, um modo de explicitar, sinteticamente, esses significados descritos.

Entendemos linguagem como expressão da compreensão, ou seja do percebido e articulado em discurso, exposto mediante as várias possibilidades da linguagem humana. Dentre essas possibilidades, está aquela da expressão da atividade matemática.

"*Letramento matemático*" é a categoria de significados que se estabeleceu mediante a convergência de unidades significativas que apontam para a escrita da Matemática como atividade efetuada pelo sujeito. A atividade de letramento solicita a presença de um feixe de condições, como aquelas descritas por Kilpatrick, que se tratam de habilidades desenvolvidas para a prática dos atos de ler e de escrever em Matemática. Abrange habilidades concernentes à compreensão semântica, à fluência em relação às estratégias sintáticas, à construção do raciocínio lógico-formal, à afinidade e envolvimento com os temas da Matemática letrada. Nossa interpretação desta categoria evidenciou aspectos pertinentes à escrita da Matemática e as características de sintaxe que a Matemática requer para pôr-se como ciência dedutiva.

"*Aparecimento da Matemática para o aluno*" é a categoria de significados da escrita da Matemática que reúne significados da prática da escrita com os de exposição da entidade Matemática, no sentido de tomar a escrita: como condutora do raciocínio; como estratégia intelectual do sujeito para "ampliar" sua percepção e a sua intuição; como significados que associam a escrita com os textos onde encontramos os conhecimentos já produzidos; como extensão do sujeito ao expor o conhecimento construído.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUROUX, Sylvain. *Filosofia da linguagem*. São Paulo: UNICAP, 2000.

BICUDO, M. A. V. Sobre a Origem da Geometria. In: *Cadernos da Sociedade de estudos e Pesquisa Qualitativos* — volume 1. São Paulo: SE&PQ, 1990, pp. 49-72.

BICUDO, M. A. V. *Fenomenologia - confrontos e avanços*. São Paulo: Cortez, 2000.

CARAÇA, B. J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa (Portugal): Livraria Sá da Costa Editora, 1989, pp. 49-63.

FÜRST, P. A Sintaxe Humana Inata e sua Utilização no Ensino da Matemática. *II Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática*. Santos: Anais, 2003.

HEIDEGGER, Martin. *Ser e Tempo*. Petrópolis - Rio de Janeiro: Vozes, 2000.

HESSEN, J. *Teoria do Conhecimento*. Coimbra (Portugal): Arménio Amado, Editor, Sucessor, 1960.

JAEGER, Werner. *PAIDEIA - a formação do homem grego*. Lisboa (Portugal): tradução grego-inglês em 1936. pp. 3, 322, 323, 340, 341.

KATZ, V. J. A. *Histhory of Mathematics*. New York: Harper College Publishers, 1993.

KILPATRICK, Jeremy. Understanding Mathematical Literacy: the contribution of research. In: *Educational Studies in Mathematics*. Volume 47. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 2002, pp. 101-116.

KLEIMAN, Angela B. (Org.). *Os Significados do Letramento*. Campinas: Mercado das Letras. 2001.

LORENZO, Javier. *Introducción al estilo matemático*. Madrid: Editorial Tecnos, 1989.

MACHADO, A. P. *Do Significado da Escrita da Matemática na Prática do Ensinar e no Processo de Aprendizagem a partir do Discurso de Professores*. Rio Claro: Tese de Doutorado - UNESP, 2003.

MARTINS, Joel; BOEMER; M. R.; FERRAZ, C. A. A. Fenomenologia como Alternativa Metodológica para Pesquisa - Algumas Considerações. In: *Cadernos da Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos* - v 1. São Paulo: SE&PQ, 1990, 33-47.

MERLEAU-PONTY, Maurice. Signos. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

RUSSELL, Bertrand. *Introdução à Filosofia Matemática*. Rio de Janeiro: Zahar, 1974.

SAUSSURE, Ferdinand. *Curso de lingüística geral*. São Paulo: Cultrix, 1987.

SOARES, Magda. *Letramento - um tema em três gêneros*. B. Horizonte: Autêntica, 2002.

STEHNEY, Ann K. Mathematicians Write; Mathematics Students Should Too. In: Sterrett, A. (editor). *Using Writing to Teach Mathematics*. USA: Mathematical Association of America, 1992, pp. 26-29.

STING, Stephan. Escritura y Educación - una integración no determinista en el horizonte de la cultura conteporánea de la escritura. In:*EDUCACIÓN*. Volume 59, pp. 55-65. Alemania: I. W. Zusammenarbet, 1999.

TEBEROSKY, Ana. *Aprendendo a escrever: perspectivas e implicações educacionais*. São Paulo: Ática, 2000.

7

FORMAÇÃO DE PROFESSORES: SIMETRIA MATEMÁTICA E TEMPO-VIVIDO

Verilda Speridião Kluth[1]

Deus, Vossa grande simetria,
Que a mim um agudo prazer colocou
De onde minhas tristezas escapam
Em todos os trincados dias
Que tenho em formas agudas gasto
Dê-me uma coisa perfeita.

ANNA WICKHAM

Introdução

Este artigo tem por objetivo apresentar uma pesquisa sobre Formação de Professores vinculada a projetos apoiados pelo CNPQ — Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico — que vem sendo desenvolvida na área de Filosofia da Educação Matemática desde 1997.

O trabalho realizado por mim, neste projeto, como um membro do GEFEM — Grupo de Estudos em Fenomenologia e Educação Matemática —, diz respeito à construção do conhecimento matemático na perspectiva fenomenológica que abrange: estudo de teorias,

[1] Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista - UNESP - Rio Claro - SP. Professora da UNICSUL.