

Capítulo 6

Geometria e Fenomenologia

*Maria Aparecida Viggiani Bicudo
Verilda Speridião Kluth*

O proposto no título deste capítulo é ambíguo. Pode tanto trazer o entendimento de uma abordagem ampla e profunda sobre o que é Geometria e como é concebida e trabalhada na abordagem fenomenológica como também permanecer na dimensão de generalidades a respeito de ideias sobre Geometria, trabalhadas pela Fenomenologia.

Não pretendemos permanecer no nível de uma generalidade vazia que apenas anuncia sem desenvolver os raciocínios que sustentam o enunciado. Entretanto, sabemos que não daremos conta de explicitar analítica e historicamente os passos dados por Husserl ao longo de toda sua obra, no que se refere à Geometria e a sua constituição como ciência, mas também não é esse o objetivo deste livro.

Com o tema deste capítulo, temos a intenção de levar aos leitores a problemática da Geometria tratada na obra de Husserl e de alguns seguidores, notadamente Merleau-Ponty, e desenvolver alguns de seus aspectos. Para tanto, vamos explicitar como esse autor enfoca a gênese do pensar geométrico numa perspectiva fenomenológica e apontar aspectos desse modo de entender a Geometria que se mostram relevantes para o trabalho educacional. Ao abordar esse trabalho, serão prioritários os estudos de Merleau-Ponty sobre percepção.

Breve panorama da Geometria na Fenomenologia husserliana

A Geometria está no campo das preocupações de Husserl com a ciência moderna e, nesse contexto, com a Matemática. Ele se indaga: como se justifica essa ciência (a Geometria) e qual sua especificidade no âmbito da ciência Matemática? No início de sua obra, assim como procede em relação à Aritmética, trabalha os aspectos psicológicos constitutivos da Geometria, buscando sua construção lógica. Tais estudos se encontram em *Philosophie de l'Arithmétique* (Husserl, 1972), publicada em 1891. Na década de 1930, ao retornar à interrogação sobre a origem da Geometria, focaliza sua gênese histórica, que vai se solidificando nos processos de idealização, formalização e estratificação cultural. Essa sua maneira de compreender a Geometria é proposta como síntese compreensiva em *The Origin of Geometry* (Husserl, 1970b), escrito em 1936.

Mediante estudos sobre a Geometria à disposição em seu tempo, observa que nos últimos dois séculos havia ocorrido forte reação a Euclides, em relação ao método da síntese, que, por meio de admissões sucessivas, conduz aos procedimentos demonstrativos. Chama atenção para o aspecto de não ser tanto o método que é colocado sob suspeição, mas os fundamentos dessa teoria, como a definição de reta e o axioma da paralela. Atento ao nascimento da Geometria não euclidiana, observa que Riemann e outros, tomando o encaminhamento da curva de Gauss, interpretam a Geometria em termos analíticos, porque não se fixam nos conceitos euclidianos, mas na análise das relações estruturais constitutivas da própria ciência Geometria. Isso conduz à afirmação de que o espaço é uma multiplicidade tridimensional e a superfície, uma multiplicidade bidimensional, tratando-se, em resumo, de uma fundamentação lógico-matemática da Geometria.

Desse modo, a geometria euclidiana é um caso particular de um conjunto infinito de geometrias e assim se entende também porque não foram bem-sucedidas todas as tentativas de provar o décimo primeiro axioma de Euclides e como são possíveis geometrias, como aquela de Lobachevsky, que se baseiam em axiomas diferentes. (Bello, 1986 p.92)

O que está sob suspeição na discussão husserliana, ao criticar a maneira analítica de conceber a Geometria, é a questão: de onde surge o conceito matemático de curvatura?

De fato a posição de Gauss, Riemann e Helmholtz implica um círculo (uma tautologia): de onde surge o conceito matemático de curvatura? Isso pressupõe o espaço tridimensional e, ainda, a multiplicidade relativa ao plano não pode ser deduzida daquela relativa à curva. Isso poderia ocorrer se o conceito de curva tivesse prioridade sobre o de plano, mas ocorre o contrário. É como se se quisesse deduzir o conceito de unidade do conceito de número. Em realidade, todo número pressupõe o conceito de unidade. Então é claro que o conceito de curva não justifica a base da Geometria. (Bello, 1986, p.92)

Pressupor uma multiplicidade de planos numa dimensão significa que também se está levando em conta a Geometria euclidiana. Em decorrência, tem-se que o conceito de plano não é dedutível matematicamente em termos de conceitos primitivos, como ocorre com a Geometria euclidiana, mas sim de forma lógico-matemática. Portanto, construtiva.

De acordo com Husserl, a Geometria que se funda sobre uma multiplicidade qualquer em n dimensões é consequência do tratamento lógico-algébrico dado à Geometria euclidiana. Ao buscar justificar a Geometria e sua especificidade no âmbito da ciência Matemática, a investigação vai em direção à explicitação do espaço, mais do que naquela da justificativa pretendida.

Segundo o estudo de Ales Bello (1986), a fundamentação da Geometria apresentada no início das investigações de Husserl permanece coerente com os trabalhos subsequentes desse autor. Porém, a pesquisa sobre o espaço, nessa fase, carrega seu ponto de vista psicológico, como ocorre também com a questão referente à Aritmética. De acordo com Ales Bello, a análise psicológica contém um momento descritivo e outro genético. Na dimensão descritiva, o espaço pode ser considerado relativo à vida cotidiana, espaço da Geometria pura ou aplicada, e espaço da metafísica.

Na percepção do espaço que se dá na intuição de experiências vividas no cotidiano do mundo-vida, o espaço não é percebido como uma unidade, pois esta é fruto de uma elaboração lógica. A lógica não é fundamentação da percepção do espaço, mas a intuição do espaço é importante para o processo de (re)elaboração lógica do espaço percebido. Essa (re)elaboração conta com a intuição e também com um processo de idealização do espírito.¹ Esse modo de compreender a ciência Geometria é crucial para o desenvolvimento da fenomenologia husserliana.

1 Ver significados de idealização e de espírito no capítulo 1.

A seguir serão abordadas as dimensões psicológicas e fenomenológicas pertinentes à construção do conhecimento geométrico; o processo de idealização, trazendo então a formalização da Geometria; história e mundo-vida na construção e na manutenção da Geometria; e alguns exemplos de atividades realizadas em situação de ensino e aprendizagem da Geometria que consideram a compreensão fenomenológica exposta.

Dimensões psicológica e fenomenológica na construção do conhecimento geométrico

A dimensão psicológica abrange as explicações de Husserl sobre o fundamento de conceitos geométricos, como figura, grandeza, ângulos. O autor afirma, contrariamente aos matemáticos, seus contemporâneos, que esses conceitos não são categorias formais. Para ele, por meio de determinações apenas formais não é possível conceber-se a multiplicidade do espaço. Trabalha com a ideia de que esses conceitos estão sustentados por fatos empíricos, dados na ligação entre a sensação do visível e aquela relativa ao movimento.

Em 1934, Husserl escreve um texto sobre a origem fenomenológica da corporeidade da natureza, no sentido da ciência da natureza e da espacialidade (Husserl, 1989). Nessa época, desenvolve o pensamento fenomenológico buscando efetuar a redução para focar o solo original da idealização e das concepções científicas de mundo na própria experiência vivida. Volta-se, uma vez mais, à interrogação sobre a origem do espaço, e seus escritos revelam que, ao fazê-lo, reflete sobre repouso e movimento, remetendo-se a um centro de referência que se confunde com a corporeidade, isto é, com a carnalidade do corpo. Em *La terre ne se muet pas* (Husserl, 1989), são reunidos três manuscritos póstumos de Husserl, dos quais um se denomina *Notes pour la constitution de l'espace*. Ao mencionar que andamos num espaço onde o movimento e o repouso dos corpos remetem a um centro de referência que se confunde com a "minha carne", interroga: o espaço não seria então constituído com base em diversos modos de minha maneira de ser encarnado e de diferentes campos de minha sensibilidade?

No caso da concepção nuclear de espaço, como estava então sendo tratado por Husserl, o foco da atenção volta-se para a descrição das ações do sistema cinestésico, como as visual-motoras, de distanciamento, modificação e orientação, que formam a base da percepção bidimensional e tridimensional do espaço.

Merleau-Ponty (1994) retoma essa orientação de Husserl e, em Fenomenologia da percepção, trabalha-a em detalhes, sem se afastar da postura fenomenológica assumida tanto como visão de mundo e de conhecimento como de método. Foca as questões da motricidade e do corpo-próprio, entendido como Leib, corpo com movimento intencional, cujas ações são efetuadas num campo-horizonte em que profundidade e direção orientam movimentos e propiciam experiências geométricas intencionadas.

Nesse item, vamos nos deter em Merleau-Ponty para trazer as questões da experiência vivida que dá origem também às ideias geométricas, em especial à noção de espaço, olhando-as na dimensão da relação noesis/noema, ou percepção/percebido.² Vamos também enfatizar as conexões com Husserl no que dizem respeito à evidência constitutiva do conhecimento geométrico. Nessa dimensão, estaremos trabalhando no nível do conhecimento pré-predicativo, por destacarmos a experiência vivida na imediatividade do agora, da verdade dada na percepção como presença, momento em que a evidência ilumina o visto e as interligações com a totalidade do solo-horizonte onde a percepção se dá. Merleau-Ponty (1994, p.3), leitor de Husserl, afirma, como este, que a ciência é um conhecimento de segunda ordem:

Tudo que sei do mundo, mesmo por ciência, eu o sei a partir de uma visão minha ou de uma experiência do mundo sem a qual os símbolos da ciência não poderiam dizer nada. Todo o universo da ciência é construído sobre o mundo vivido e, se queremos pensar a própria ciência com rigor, apreciar exatamente o seu sentido e o seu alcance, precisamos primeiramente despertar essa experiência do mundo da qual ela é a expressão segunda. A ciência não tem e não terá jamais o mesmo sentido de ser que o mundo percebido, pela simples razão de que é uma determinação ou uma explicação dele.

A concepção de mundo vivido é aquela explicitada por Husserl como *Lebenswelt* nas obras escritas na década de 1930 e tratada de maneira sistemática em *Crisis of the European Sciences*, explicitamente na Parte II A (Husserl, 1970).

2 Os trabalhos efetuados pela Fenomenologia em Educação Matemática (FEM), e que constituem os capítulos apresentados a seguir, focam a construção do conhecimento geométrico na perspectiva do pré-predicativo. Tal perspectiva é entendida como o que está na gênese da construção do conhecimento geométrico realizada pela pessoa, individual e intersubjetivamente, e por seus companheiros, na medida em que o percebido na percepção faz sentido e é expresso.

Para Husserl, o mundo, vivido como uma totalidade harmonicamente consistente, é dado de forma imediata na percepção, ato que confere a cada um de nós, num primeiro momento, na praticidade do empiricamente vivido, a certeza ôntica de sua realidade. De acordo com ele, é o bastante para a prática do conhecimento diário. Está-se no mundo sempre em termos de algum conteúdo, que se apresenta nas alterações dos modos de ser. Eis uma das estruturas do mundo-vida: doar-se e ser intuitivo diretamente na experiência de cada sujeito, ego-polo.³ Assim, temos como relevantes, na descrição do mundo-vida, o ego-polo e o mundo-polo, que, mesmo sem abordar as outras características de sua estrutura, revelam uma díada em constante movimento. Movimento dos atos da consciência que, na intencionalidade dirigida aos conteúdos do que se doa à percepção, intui o que se mostra em modos de aparecer, também em movimento. Nessa díada há uma correlação entre percepção e percebido.

O percebido é a "coisa". Não algo objetivo, dado em si, existindo em termos de forma e conteúdo precisos, mas algo fluido, mutante, que se mostra e se esconde, que se exhibe em múltiplas aparências, cada uma funcionando como exibição de um conteúdo, de uma função prática, de um "para quê". Como parte da percepção da coisa⁴ estão o horizonte do mundo e a intencionalidade do ego-polo. Dada a conexão já posta pela intencionalidade que abarca na percepção o percebido (o mundo e, nele, a coisa), temos que, ao falar dessa característica da estrutura do mundo-vida, a coisa é sempre um índice de um sistema subjetivo. Pela intencionalidade e pela unidade harmônica do horizonte, os índices se constituem matéria para a efetivação de sínteses de unificação da coisa, que então se apresenta como uma unidade e não algo disperso em percepções múltiplas e mutantes.

O mundo-horizonte é o solo de toda certeza ôntica. É pré-dado como um campo universal, como horizonte que se abre a compreensões. Nessa onticidade, vive-se na certeza do mundo, uma vida consciente do mundo e de si mesmo como ser vivente que experiencia e efetua na praticidade de suas

3 Ego-polo se refere ao eu. Para Husserl (1970a, p.183), cada eu é considerado o ego-polo dos seus atos, hábitos, capacidades e inquéritos retroativos, que ocorrem em todas as direções de reflexão e, como intencionalmente dirigido ao que aparece à sua volta, com certeza ôntica, volta-se ao polo-objeto particular e seus respectivos polos-horizontes.

4 A coisa é sempre um índice de sistema (de percepções) subjetivo e intersubjetivo de correlação entre a percepção e o percebido. De acordo com Husserl (1970a, p.166), tudo que existe, seja concreto, abstrato, real ou ideal, tem sua maneira de se doar à percepção e, pelo lado do sujeito, sua maneira de intenção em modos de validade.

ações a certeza do mundo. Tal dimensão empírica possibilita as avaliações do correlato do percebido, ou seja, o mundo em seu fundo, a coisa percebida. É o solo primeiro, ou o primado, em termos do conhecimento filosófico-científico.

Como já explicitado em outros capítulos, os atos da consciência dão-se na carnalidade do corpo-próprio, que intencionalmente está e se movimenta no mundo-horizonte. Nessa dimensão vamos falar da constituição de ideias de espaço e, com elas, de profundidade, distância, e comparações de distância. Estamos no nível do conhecimento pré-predicativo, ainda não elaborado e trabalhado em desdobramentos possibilitados pelos atos da razão e amparados na lógica e na metodologia à disposição no mundo da ciência.

Para Merleau-Ponty (1994), a origem do espaço está nas relações orgânicas estabelecidas entre o sujeito e o mundo, ou seja, no poder exercido pelo sujeito sobre o mundo. Esse poder é entendido como a força presente na motricidade do corpo-encarnado que, nos movimentos intencionais, define o lugar em que está por meio das tarefas, do que intenciona efetuar, e das situações específicas, delineadas por sua unidade harmônica com o mundo-horizonte. Nesse movimento investiga o espaço aquém da distinção entre forma e conteúdo. "Meu corpo está ali onde há algo a fazer" (Merleau-Ponty, 1994, p.336).

A nitidez visualizada na percepção e na ação define o solo perceptivo que se põe como fundo em que coexistimos: corpo-próprio-mundo. Esse é o modo primeiro de compreender o espaço. Portanto, a noção de espaço, conforme a compreende a Fenomenologia, não é construída pela ciência Geometria. Nós não localizamos porque nos baseamos em suas teorias, mas, ao contrário, sempre estamos localizados. Não há uma percepção primeira que dê o nível primordial sobre o qual a noção de espaço será construída. Há um corpo-próprio intencionalmente situado no mundo-horizonte, na contingência de nossa existência. Espaço não é um objeto constituído em ato de unificação efetuado pelo sujeito. Não pode ser observado.

De acordo com Merleau-Ponty, percebemos-nos num campo em que as coisas estão ligadas a nós mesmos por um elo indissolúvel, o que nos revela a profundidade. E, de novo, ao compreendermos o significado de profundidade, deparamos com a abordagem fenomenológica, com uma mudança de eixo. A profundidade pertence à perspectiva da qual se olha, portanto, está ligada ao ponto zero, que é o do corpo-encarnado e não pertence às coisas. O objeto é sempre visto de certa perspectiva da qual se olha, de um certo viés, dado pelo sujeito que olha. As relações de alto, baixo, próximo e distante indicam

o lugar ocupado pelos objetos em relação ao nível espacial e ao ponto zero de onde são olhados.

Noções de grandeza: grande, pequeno, maior, menor; de posição: alto, baixo, direita, esquerda; de distância: longe, perto, são constituídas a cada momento num nível espacial em relação ao qual as coisas se situam. Essa é uma experiência primordial, não exigindo um terceiro objeto para que se possa efetuar a comparação.

É sobre esse solo de experiências vividas, de atos intencionais, que a Geometria interroga o espaço e constrói seu universo teórico-prático. Como toda obra husserliana que tem por tarefa a explicitação da ciência moderna como construção assentada no mundo-vida, a Geometria é assentada sobre esse conhecimento primeiro, direto, que não tem uma origem, um ponto de partida, mas um horizonte-solo onde estamos. Atos de evidência são originais em sua clareza para aquele que compreende e ocorrem no âmbito do sujeito.

Pode-se afirmar que a Fenomenologia husserliana trabalha com diferentes níveis de evidência quando temos em mente que as vivências são conteúdos passíveis de elaboração intencional realizada no âmbito do subjetivo e do intersubjetivo. Essa elaboração intencional se dá emaranhada no "para que" da coisa percebida nos modos de doação no mundo-vida e nas maneiras de a intersubjetividade se constituir na dimensão da comunicação empática e também na mediada pela linguagem.

O conteúdo da elaboração intencional, agora tomada em suas características subjetiva e intersubjetiva, que diz do mundo e do sujeito por expressar o mundo percebido, transpõe os limites temporais de existências humanas individuais ao ser expresso por meio da linguagem. Assim, pelas camadas sucessivas e interpenetradas umas nas outras de conteúdos e respectivas formas de expressão, a tradição se materializa na dimensão cultural e histórica do mundo-vida, que se dá como solo das ciências em geral e, em particular, da Geometria.

Está na raiz desse modo de conceber a Geometria a certeza de que sua finalidade nunca foi a de definir o espaço e sim a de evidenciar possibilidades de compreendê-lo.

A seguir, na próxima seção deste capítulo, será explicitada a elaboração geométrica intencional, que emerge do ato de perceber o espaço ao estarmos na presença do mundo, no âmbito do subjetivo/intersubjetivo. Para a Fenomenologia, essa é a origem primordial da idealização dos constituintes da ciência Geometria, que, ao se fazerem presentes nos modos de ser in-

tencionados, disponibilizam modos de formalização que desembocam na maneira axiomática de expressar níveis de elaboração e compreensão postos na construção do conhecimento dessa ciência.

A origem primordial da idealização da forma geométrica

Numa perspectiva do senso comum, ao falarmos da idealização de uma meta ou um objeto, pensamos em alguma ideia completa que nos vem à mente e tentamos, por um processo exaustivo de realizações sucessivas, concretizar esse objeto. Algo que está posto em sua completude e que precisa ser alcançado ou obtido. Por exemplo, quando nos referimos a nosso ideal de vida, sentimos saber o que buscamos; então, basta saber como alcançá-lo. É nesse "como" que muitas vezes, num nível psicológico, quando as expectativas transcendem as possibilidades concretas, perdemos nosso norte.

Ao falarmos da idealização de objetos matemáticos na perspectiva fenomenológica, não nos referimos a algo que já nos está dado na forma última. O que temos, no decorrer da idealização, são perfis construídos, abertos às compreensões que vão se articulando e se complementando na constituição de um todo coerente. Tudo que a cada momento possa ser identificado como possibilidade de um mesmo objeto matemático, mesmo que cumprindo finalidades diversificadas. Vejamos alguns exemplos:

[...] um aluno que trabalha sem compasso dirá que a forma redonda que traçou em seu caderno é um círculo. Isto não quer dizer que o círculo esteja colado ao desenho, aliás, pensando bem, isto também é válido para o caso em que o círculo seja desenhado com o compasso. Nesse desenho, nessa expressão temos o círculo como possibilidade, não é um círculo físico, que se desloca do material concreto; a sua presença se dá como pura possibilidade. (Kluth, 2001b, p.366)

Da mesma forma, aquele que tem uma compreensão de Geometria Analítica e Cálculo Integral vê na fórmula da circunferência $x^2 + y^2 = r^2$ a possibilidade do círculo como cálculo de área. Portanto, o objeto matemático vai se mostrando em suas possibilidades ao ser construído ou, como Husserl dizia, vai se doando nos modos de ser, deixando-se complementar. Assim, sua idealização vai sendo intencionalmente concretizada.

Ora, o leitor crítico por certo perguntaria: o que legitima o círculo como objeto da ciência geométrica? E mais contundente ainda seria a pergunta:

como a Fenomenologia associa o círculo ao espaço e às questões cognitivas referentes à percepção?

É na percepção de espaço que a “forma”, um círculo ou outra figura qualquer, se faz presente como fenômeno. Muito antes de a “forma” ser visual, ou seja, vista no desenho ou extraída de uma fórmula, a “forma” é algo que pode ser vivido como realidade em que “o valor sensorial de cada um de seus elementos é determinado por sua função no conjunto e varia com ela” (Merleau-Ponty, 1975, p.203). Assim, o raio de um círculo não se restringe à função de um segmento de reta. É um elemento que se constitui como raio ao constituir o círculo ou a circunferência. O mesmo pode-se dizer da curvatura que se constitui como círculo ou circunferência ao constituir o raio. Há, portanto, uma coexistência desses elementos explicitada por suas funções no conjunto harmonioso do mundo-vida, e que constituem uma noção de “forma”, no nosso caso, a noção de círculo, que pode ser vivida até mesmo numa brincadeira de ciranda, numa constelação formada junto com outros sujeitos.

Essa noção, formada por invariantes estruturais, compõe o perfil primordial da idealização do círculo. Refere-se ao que é percebido todas as vezes e nas possibilidades de acontecimento e vivência de um evento, de onde emanem elementos com essas funções, que declaram um valor expressivo: a razão de ser do círculo, ou, como mencionado antes, o “para que” do círculo no contexto em que ele se doa à percepção. Isso constitui a “forma percebida”, aquela composta pelos elementos primitivos da percepção, que põe à mostra os invariantes estruturais presentes e vividos naquela apresentação da forma.

Da mesma maneira, os três lados do triângulo percebidos na vivência espacial não são apenas segmentos de retas. São lados ao constituírem o triângulo que, concomitantemente à sua construção, os constituem como lados. O mesmo se dá com os pontos que só se constituem como vértices ao participarem de maneira ativa da constituição do triângulo como um todo.

Ao refletirmos a respeito das ideias merleau-pontyanas sobre a percepção do fenômeno “forma” (Kluth, 1997), temos que o triângulo percebido não é algo subjetivo, que designa o triângulo de um indivíduo. O triângulo percebido é a própria aparição da ideia de triângulo, como possibilidade de mundo, perfilada. É o nascimento de uma norma e não se realiza segundo uma norma. Isso quer dizer que o triângulo e sua norma se presentificam concomitantemente na vivência espacial de mundo, que se dá no corpo-próprio como sujeito da percepção.

O conteúdo da vivência perceptiva de triângulo, o triângulo percebido, compõe, segundo Merleau-Ponty, a primeira camada do ato “ver o triângulo”, que vai ser elaborado por um sujeito carnal, corpo-próprio, que sabe “olhar” porque realiza a síntese temporal, ou seja, interconecta o percebido ao agora sentido e pode orientá-lo para o vir a ser como futuro.

É um “eu corpóreo” que realiza a própria síntese, a qual tem, como camada subsequente à percepção, a exploração sensorial do percebido, realizada pelos órgãos dos sentidos de um sujeito próprio. A posse própria do percebido, realizada pelo indivíduo na exploração sensorial, nos possibilita dizer que há modos de sentir a percepção e afirmar que “toda sensação é espacial, [...] ela própria constituinte de um meio de experiência, quer dizer, de um espaço” (Merleau-Ponty, 1994, p.298), que se abre a uma exploração, própria daquele que explora e atribui significados aos conteúdos vividos e percebidos.

Nessa descrição da sensação, recupera-se a camada originária do sentir sob a condição de coincidir com o ato de percepção em que se vive a unidade do sujeito e a unidade intersensorial do percebido, pois a percepção é analisada e constituída como ato que tem o corpo-próprio como sujeito, primado de todo e qualquer saber de mundo.

Dessa maneira, ao se perguntar sobre o que é sentido do percebido e de como é sentido o percebido pelo indivíduo, temos a descrição qualitativa do indivíduo que vivencia o fenômeno “forma” e os invariantes estruturais da forma, que designam suas qualidades como entes geométricos, por deixar vir à tona a forma sentida, no nosso caso, o “triângulo sentido”.

Ao investigarmos a exploração sensorial do triângulo percebido (Kluth, 2001a, b e c; 2003), focando a vivência corpórea da qual emergiu a razão de ser do triângulo, vimos que, nessa camada da construção do conhecimento, os entes geométricos se dão como:

- *Constatações*, que selam o percebido, como aquelas que dizem da possibilidade de o indivíduo sentir-se um vértice ou um lado, de perceber a relação intrínseca entre vértice e lado, de perceber o triângulo existindo ao sentir sua presença e a comunhão entre sujeito, Matemática e mundo.
- *O sentido que se faz*, indicando o movimento contínuo da compreensão. Vimos que o aluno se sente construindo um triângulo com os outros, seus cossujeitos em situação, e o processo de conhecer de novo o triângulo se revela.
- *Síntese de transição*, que aponta saltos ou o solo para um salto de compreensão. O aluno se sente um ponto de um ângulo, num lugar qualquer,

revelando um lugar que é qualquer, uma possível abstração espacial como solo na camada do sentir.

Após a vivência de situações de acontecimento do triângulo, como possibilidade ao estar-se no mundo-vida, o aluno, sujeito da pesquisa, ao desenhar o vivido, deixa à mostra uma forma, que denominamos forma produzida, o triângulo produzido, signo de um primado do pensar matemático que transmite o triângulo percebido e o triângulo sentido.

É nesse âmbito da construção do conhecimento geométrico que vemos o valor educacional das construções geométricas elementares. Elas trabalham com afirmações que descrevem, de maneira bastante próxima, a situação vivida na "origem" da idealização dos entes matemáticos. Dizemos que essas situações são próximas da "origem" porque expõem a relação dos constituintes da forma. No caso do triângulo, expõem as interdependências entre as funções de seus constituintes, embora de maneira mais elaborada.

Na abordagem fenomenológica, a noção de triângulo, o triângulo percebido não se constitui, por exemplo, como uma união de lados. Não é um agrupamento normativo tacitamente programado de segmentos de reta que fecham uma região e que tem a soma dos comprimentos de dois lados maior do que o comprimento do terceiro lado. Essa já é uma afirmação matemática que pode ser desenhada, porém também é dedutível de comparações e relações entre comprimentos de lados e aberturas de ângulos de um triângulo, constituídas por uma visão intencional que se refere ao triângulo produzido, aquele expresso numa linguagem matemática, que, sem dúvida, também se refere ao triângulo percebido e ao sentido, quando submetido a uma análise intencional.

A maneira fenomenológica de compreender a dinâmica da construção do conhecimento de uma forma geométrica, desde a origem primordial, diz da forma percebida que, nas características intersubjetivas, presta-se como solo de expressão, gerando a forma produzida nos diferentes modos de objetivar a intencionalidade humana, como a artística ou a científica.

Os modos de objetivação científica que tecem as camadas da construção do conhecimento geométrico estão nuclearmente ligados aos modos de eles próprios serem expressos. Significa que o percebido vai sendo constituído como objetividade em concomitância com os modos linguísticos que os expressam, e vice-versa. Esse fluxo indica que a formalização e a idealização são dinâmicas inseparáveis.

A construção da ciência Geometria

Até este momento do capítulo, enfocamos prioritariamente a descrição dos atos pelos quais o conhecimento geométrico vai sendo constituído nas dimensões subjetivas e intersubjetivas. Enfatizamos as características pré-predicativas dessa constituição, pois é nessa dimensão que as experiências são vivenciadas e os núcleos de sentido e de significação se formam, num tecido bem amarrado com o próprio mundo-horizonte. É desse fundo que as percepções se destacam, de maneira que deixam de ser atos puramente psicológicos para se assumirem inseridas em harmonia na totalidade do mundo-vida.

Na seção anterior expusemos compreensões dos atos de idealização mediante os quais as experiências vividas e os respectivos sentidos e significados gerados na amarração da subjetividade, intersubjetividade e das expressões linguísticas vão se constituindo realidades diversas das próprias experiências. Isso é efetuado na medida em que há um trabalho de reunião desses sentidos e significados numa unidade, constituindo um objeto com características próprias, diferentes das experiências que originaram tais sentidos e significados. É um trabalho contínuo de reunião de variedades de percepções, evidências e compreensões noemáticas em "todos" que manifestam aquelas variedades específicas, mas que as transcendem, uma vez que dizem algo mais. De maneira intencional, são elaboradas organizações estruturais que os sustentam e lhes permitem ser tomados agora como unidades passíveis de serem vivenciadas, intuídas e vistas na clareza de evidências nos modos característicos de se apresentarem no mundo-vida e na região do conhecimento com a qual aqui estamos trabalhando. Em nosso caso, a Matemática, e, nela, a Geometria.

A estrutura da ciência Geometria é por certo constituída pela idealização, mas não só. Também constam dessa estrutura a formalização e a categorização. Quanto à idealização, a formalização é um pouco mais complexa por abranger a relação da ciência com a Lógica.

De acordo com Bello (1986), Husserl distingue e não distingue a idealização da formalização. Isso porque, do ponto de vista da Lógica, Husserl trabalha à exaustão para explicitar os significados da Lógica formal, de maneira a transcender o dado na História fatural e apresentar a Lógica formal e transcendental. Isso quer dizer que efetuou um trabalho de análise reflexiva, intencionalmente buscando o eidos da lógica formal. Nesse aspecto, Husserl aponta um sistema axiomático completo em termos sintáticos. A forma da

ciência, no caso da Matemática, é dada pela Lógica. Entretanto, pelo lado epistemológico, a ciência Matemática não conta com um sistema semanticamente completo.

Husserl, porém, não considera a Matemática formal um jogo de símbolos. Ele faz uma distinção entre a meta do lógico, ou seu campo de interesse, como referida ao domínio do objeto e à teoria do possível, e a do matemático como se atentasse à verdade possível, no âmbito da forma da teoria com a qual trabalha.

Na perspectiva fenomenológica husserliana, o momento semântico prevalece em relação ao lógico-formal. Isso se compreende pelo movimento da própria intencionalidade que, ao trabalhar sempre com objetos intencionais, já os traz para a relação noesis-noema, de maneira que a intenção cognoscitiva se faz presente. E também pela intencionalidade, em Husserl o momento formal que se refere a "qualquer objeto que seja" não perde uma intenção significativa.

De acordo com Ales Bello, a tendência semântica de Husserl não pode ser vista como a tentativa dos logicistas, como Tarski e Carnap, de unirem a Semântica à Lógica, fazendo com que aquela entre nesta. Entretanto, para eles, a verdade é rigorosamente formal. Para Husserl, a questão ontológica paira além daquela apofântica.

Portanto, na operação da formalização apresentada pela fenomenologia husserliana, estão presentes articuladamente os atos cognoscitivos, pois ela abrange as *Erlebnisses*, a forma dos juízos e a região ontológica à qual os juízos remetem. Esse último aspecto se abre à questão da categorização da ciência.

A categoria indica a região característica da ciência em questão, com respeito aos atos cognoscitivos ligados à realidade da região ontológica. Tentando deixar essa afirmação mais clara, fazemos referência aos atos perceptivos que se dão em consonância com as modalidades do ver e do visto. Ou seja, o visto se apresenta com características próprias à sua região ontológica.

O movimento da categorização segue o modo da idealização. Não se dá de maneira dedutiva, como se já estivesse aprioristicamente definida a região ontológica. Mas esta vai se fazendo à medida que compreensões das características de formas de conhecer e da realidade como se mostra são articuladas mediante a análise transcendental em "todos" relativos a esses atos e realidades. Assim, a categoria pode indicar diferentes regiões, como a matéria, referentes aos objetos em sua concretude e individualidade, a região formal que inclui todo objeto, qualquer que seja, e assim por diante. As

regiões indicadas pelas categorias podem se apresentar como um pequeno patrimônio de verdades que servem de axiomas. Nesse âmbito, trabalha-se com procedimentos dedutivos e não descritivos.

Ao trazermos essa compreensão para a região da Geometria, deparamo-nos com toda a complexidade da constituição de uma ciência: pelas experiências vividas que preenchem de sentido as afirmações sobre o percebido; pelo movimento de idealização, em que a variedade da formação espacial se estrutura segundo propriedades lógicas; pelo movimento de categorização que delinea a região formal e ontológica dessa ciência.

A construção do campo de conhecimento da Geometria: questões da Linguagem e da História

A Geometria, como toda ciência, é construída no mundo-vida. Significa que todos os procedimentos que a estruturam como região de inquérito têm como fundo o mundo-horizonte onde as experiências vividas são subjetivas e também carregam consigo o mundo e sua história. Mundo-vida é a tradução de *Lebenswelt*, termo que aparece nos escritos de Husserl da década de 1930, ao focar como interesses a História e o mundo. Consideramos a tradução desse termo como mundo-vida (Kluth, 2000), pois

entendemos que a vida assume primazia e que, devido às suas especificidades, ela tem um mundo. Mundo-vida mostra-se para nós como um "mundo" que tem "vida". Este sentido se faz valer à medida que olhamos atentamente para o mundo e buscamos compreendê-lo com a sua força, impondo-se e tudo abarcando, ao modo de um caldo grosso que vai se alastrando, cobrindo o que aí está, ao mesmo tempo em que se engrossa e se nutre disso. É um mundo vivo. Portanto mutante, temporalizado, espacializado. (Bicudo, Rosa, 2007, p.2)

A Geometria está imersa nesse caldo, que a nutre e que por ela é nutrido. De que modo? Mediante camadas de sentido e de significados que vão se superpondo de maneira interconectada, formando uma totalidade tecida por fios constituídos pela intencionalidade de sujeitos, pelo *Gheist* da cultura, pelas demandas socioeconômicas, pelas perguntas e interrogações de uma civilização, pelos modos de procedimentos e tecnologias à disposição. Fios esses que se materializam e alongam na espacialidade e temporalidade, cuja concretude se faz pela realidade vivida subjetivamente por sujeitos individuais, intersubjetivamente pela comunicação do visto e compreendido por

meio da linguagem, sustentada em ligações pré-predicativas empáticas, entre cossujeitos, comunidades e culturas.

Essas camadas não são justapostas de maneira linear, mas se amalgamam, formando um todo coeso e harmônico, de modo que não podemos encontrar o começo do fio da meada, mas apenas colocarmo-nos, de forma intencional, na perspectiva de onde olhamos, buscando significar o que vemos e compreendemos. Trata-se de um modo de proceder que abrange atos específicos da síntese passiva, mediante os quais “sabemos” do mundo geométrico à medida que nos locomovemos em direção a determinado objeto, de um determinado modo, como indo para frente, dando voltas, voltando ao ponto de partida, virando à direita, à esquerda; em que comparamos distâncias; em que vemos objetos de maneiras diferentes conforme a distância em que nos colocamos, conforme o jogo de luz e sombra que nos envolve (a nós e ao objeto), em que os objetos se doam na percepção, que sempre traz consigo a profundidade do mundo-horizonte. Traz também procedimentos da síntese ativa, quando intencionalmente destacamos a experiência vivida para entendermos o que estamos vivenciando, não apenas em termos de atos subjetivos e psicológicos, mas também históricos e culturais. Não nos é dado traçar uma linha-limite entre esses procedimentos. Um se enrola no outro, fazendo-se presente na carnalidade do corpo-próprio e na do mundo-vida.

A carnalidade do mundo, como aqui a denominamos, é constituída pelo que Husserl denomina de tradição e que veicula maneiras subjetivas e intersubjetivas de compreender, expressas pela linguagem. Esta ao mesmo tempo comunica e retém sentidos e significados produzidos em atos noéticos e noemáticos, em processos de idealização e em estruturas formais constitutivas do próprio domínio linguístico. Assim, a História se materializa, trazendo consigo a temporalidade e a espacialidade vividas, idealizações formatadas, experiências havidas e atos em que “o sentido se faz” e que enriquecem e confundem, pela densidade de sentidos possíveis, as palavras que se referem às coisas.

Constitui-se, desse modo, o a priori histórico em que a ciência Geometria tem seu solo. Solo movediço, passível de ser organizado e desarranjado conforme contextos, buscas, metas.

De que perspectiva vamos olhá-la? Daquela da experiência vivida pelo corpo-próprio quando pré-predicativamente os núcleos de ideias sobre o espaço e suas características estão em processo de constituição para o sujeito? Da comunicação dessas compreensões entre cossujeitos que vivenciam situações num contexto definido, como o de uma sala de aula? Da veiculada por textos

que expõem teorias de Geometria? De processos dedutivos desenvolvidos com base nessas teorias e que se expandem em aplicações possíveis? De processos de idealização de experiências vividas que privilegiam atos cognitivos? De processos de idealização de núcleos de sentidos e de significados expressos? De processos de formalização e de categorização?

A escolha de uma perspectiva indica um caminho, pois já traz consigo uma pergunta, uma dúvida, uma busca de fazer o que e como. O trajeto percorrido revela as camadas e, no próprio processo de busca e de revelação, evidências são atualizadas, estruturas são arranjadas, textos são produzidos, aplicações diferentes são encontradas, enfim, entra-se no movimento da sua construção.

Fechamento e encaminhamento para os capítulos seguintes

O Grupo de Pesquisa Fenomenologia em Educação Matemática (FEM) escolheu como perspectiva investigar as experiências vividas em situações de ensino e de aprendizagem de Geometria. São dessas investigações que tratam os capítulos a seguir, à exceção de um, que investiga os processos de idealização e de expressão dessas idealidades por meio de figuras.