ISBN 978-85-89082-23-5

cc BY NC ND

FREUDENTHAL, Hans. **Didactical Phenomenology of Mathematical Structures.** Dordrecht/Boston/Lancaster. D. Riedel Publishing. Co. 1983.[1]

Por Maria Aparecida Viggiani Bicudo[2]

Ao expor o seu método de trabalho, Freudenthal fala a respeito da sua concepção de Fenomenologia. Começa com a antítese entre "numeno"[3] {do grego noûmenon), que, para o autor, significa objetos pensados, e fenômeno (do grego phainómenon), cujo significado é "o discurso daquilo que se mostra como é". Diz que os objetos matemáticos, por exemplo, figuras geométricas são "números" e que uma parte deles pode ser experienciada como "fenômeno". Afirma que os conceitos, as estruturas e as idéias matemáticas servem para organizar os fenômenos, tantos os fenômenos do mundo concreto come os da Matemática. Diz, ainda. que por meio de figuras geométricas como triângulos, paralelogramos quadrados, consegue-se sucesso na organização do mundo em termos do contorno dos "fenômenos". Por meio dos "números", consegue-se sucesso para organizar os fenômenos da quantidade. Em um nível mais elevado, afirma, o fenômeno da figura geométrica é organizado por meio de construções- geométricas e de provas; o fenômeno do número é organizado por meio do sistema decimal. Diz que é isso que ocorre na Matemática quando se encaminha na direção dos seus níveis mais elevados de organização. A abstração contínua permite que se olhem os fenômenos matemáticos sob um conceito, tal como grupo, corpo, espaço topológico, dedução, indução, etc.

---

[1] Digitalizado por Analucia Castro Pimenta de Souza, Célia Barros Nunes, Fernanda Menino e Tatiane da Cunha Putti, alunas do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista, campus de Rio Claro.

[2] Professora Titular de Filosofia da Educação, IGCE, UNESP, Rio Claro.

[3] noumenon (plural noumena) significa:

in Kant: a realidade última ou a "coisa-em-si" que pode ser concebida pelo pensamento, mas que não pode ser percebida na experiência. Na Filosofia: trata-se de um objeto de intuição puramente intelectual em oposição ao objeto percebido. Trata-se da "coisa-em-si", independente do sensorial ou do perceptual. Para o grego: era o pensamento. O termo é gerado do "nouein", que quer dizer pensamento, apreensão".

ISBN 978-85-89082-23-5

Freudenthal afirma que, em sua terminologia, Fenomenologia de um conceito matemático, de uma estrutura ou de uma idéia Matemática significa descrever o número em sua relação com fenômeno do qual ele (conceito, estrutura, idéia) é o meio de organizar, indicar que fenômeno e criado para organizar, a que fenômenos esse fenômeno criado pode ser estendido, como age sobre tais fenômenos, aos quais foi estendido enquanto meio organizador e com que poder ele nos nutre. Diz que se nessa relação entre número e fenômeno' enfatizar o elemento didático, isto é, se prestar atenção ao como essa relação é desenvolvida na aprendizagem, no ensino, então se tem fenomenologia didática desse número. Diz ainda que, se substituir "o processo ensino-aprendizagem" por "crescimento cognitivo", se tem fenomenologia didática; que, se substituir "é... no processo ensino-aprendizagem" por "foi... na história", se tem fenomenologia da história. Afirma que está preocupado com a fenomenologia do número matemático, embora a terminologia possa ser estendida a outros tipos de fenômenos.

Freudenthal separa número e fenômeno. Com isso, está afirmando que no fenomental {daquilo que tem a possibilidade de ser fenômeno) existem conceitos, estruturas e ideias matemáticas que podem vir a ser o objeto da intenciona1idade de uma consciência, ou seja, que ainda não foram percebidos por um ser conhecedor, pois, se o forem, passam a ser fenômenos. Devo enfatizar que essa é uma questão ontológica a respeito das entidades matemáticas. No livro citado, todavia, não está explícito como esse autor concebe as entidades matemáticas. Se as vê como passíveis de existirem por si, independentemente do ser conhecedor que vive no mundo da vida isto é, se concebe tais entidades de acordo com a concepção platônica. Se as vê como sendo geradas por esse ser conhecedor, por ele comunicadas e, então, armazenadas no estoque cultural da Matemática conhecida pelo ser humano. Nesse ú1timo caso, ele poderia admitir o ser das entidades Matemáticas enquanto possibilidades que se atualizaram na atividade cognoscente do ser conhecedor o qual, por existir no mundo com os outros, portanto, por ser constitutivamente situado, responderia aos apelos culturais da realidade por ele vivida. Estaria, então, concebendo as entidades Matemáticas na perspectiva da Fenomenologia.

Detém-se no fenômeno que quer desvendar, ou seja, compreender, os múltiplos sentidos e significados desse fenômeno no mundo onde ele aparece "mundamente". Faz referência ao "mundo concreto" e aos "objetos da Matemática". Entretanto, como entender esse mundo concreto? É o mundo das entidades físicas? Se for, como nos relacionamos com as mesmas? Podemos abordá-las no seu em-si? Ou, ao aproximarmo-nos delas, já o fazemos, pelo nosso próprio modo de ser enquanto seres humanos que somos, sentindo, compreendendo, interpretando tais entidades físicas. Se assim for, então, em vez de termos um mundo concreto já teríamos tão somente um mundo real vivido, o mundo da vida, onde experienciamos (percebemos, compreendemos, interpretamos, comunicamos o compreendido) os entes e seres com os quais somos no mundo. Nesse caso, então, os objetos matemáticos fariam parte do mundo real vivido onde somos com os demais seres humanos e entes envolventes, dentre os quais estão as entidades matemáticas, as quais já representam compreensões, interpretações, e comunicações de aspectos matemáticos do mundo real vivido percebidos, compreendidos, interpretados e comunicados pelo ser conhecedor. O cerne da questão do desenvolvimento da compreensão e da interpretação dessas entidades matemáticas se localiza na peculiaridade da experiência desenvolvida pelo ser conhecedor para se aproximar delas (gerando-as, reinterpretando-as). É sobre isso que constantemente indagamos aqueles preocupados com o conhecimento matemático. É com isso que Freudenthal se preocupa também.

Ao fazer fenomenologia de um conceito matemático, Freudenthal coloca esse conceito (ou idéia, ou estrutura matemática) sob o foco do seu olhar (epoché), descreve o que vê e, então, procura ver o que e fundamental ao mesmo (redução fenomenológica), ou seja, procura compreender o fenômeno que foi criado para organizar, o que esse fenômeno organiza, como age enquanto elemento organizador e qual o poder que tal conceito possui.

Trabalha os seguintes assuntos matemáticos: Comprimento; Conjuntos; Números Naturais; Frações; Razão e Proporcionalidade; Estruturas; em particular; Estruturas Geométricas; colocando em contextos geométricos; O Contexto Topológico; Figuras e Configurações; Transformações Geométricas; Medindo por meio da Geometria; Topografia com Geometria; Números Negativos e Magnitudes Dirigidas; A Linguagem Algébrica; Funções.

Como exemplo do seu procedimento fenomenológico, apresenta no 1º Capítulo "Comprimento". Aborda esse fenômeno na seguinte seqüência de enfoque: 1.

Fenomenologicamente; 2. Fenomenológica Didática; 3. Comparação de Comprimentos; 4. Medindo Comprimentos. "Procede do seguinte modo. Coloca em suspensão (epoché) o fenômeno "Comprimento" e procura compreender os sentidos e significados do mesmo na aparência que esse fenômeno assume no mundo. Indaga "O que é (isto o) comprimento?" e caminha na direção de desvelar os múltiplos sentidos e significados desse fenômeno. Afirma: comprimento possui mais do que um significado" (3; pág. 1). Vê tais significados na existência comum, onde aparece a relação entre comprimento e outras magnitudes, tais como: peso, duração e significados como largura, objeto longo, distância, latitude, profundidade. Enfoca o sentido de comprimento na abordagem "comprimento de ...é ...", transformando termos isolados em símbolos de funções. Enfoca comprimento como um símbolo funcional, como no exemplo "o comprimento desta cama é 1.90 m". Trabalha com os significados de magnitudes, de adição de comprimento nas suas várias possibilidades; com ordem de comprimentos, multiplicação de comprimentos; múltiplos racionais de comprimentos; múltiplos reais de comprimentos e, ainda, procurou ver o que estava faltando. Ao por em evidência uma estrutura matemática, trata-a como um produto cognitivo. Esta, então, buscando o conhecimento da Matemática e das suas aplicações.

Ao trabalhar com a "fenomenologia didática", trata da questão da aprendizagem e da do ensino, como fenômenos situados, vê as estruturas matemáticas com o desenvolvimento cognitivo. Diz que a fenomenologia didática solicita, além do conhecimento das estruturas, um conhecimento sobre ensino e que a fenomenologia genética é uma parte da psicologia que é necessária para esse conhecimento.

O que deve ser enfatizado nesse trabalho de Freudenthal é que ele coloca em suspensão a própria estrutura matemática do assunto matemático estudado. É por isso que ele interroga. É nessa interrogação: "qual a estrutura matemática do assunto matemático estudado e como o conhecimento da mesma é desenvolvido no ser conhecedor?" que ele persegue de modo fenomenológico no seu livro. Afirma:

"Todas as investigações psicológicas deste tipo que eu conheço sofrem de uma deficiência fundamental: investigações sobre aquisições matemáticas (em certas idades) envolveram as estruturas matemáticas relacionadas de um modo ingênuo — isto é, falta-lhes qualquer análise fenomenológica procedente — é, como conseqüência, estão repletas de interpretações superficiais e mesmo errôneas. A falta de uma fenomenologia didática precedente, por outro lado, é a razão pela qual tais investigações são designadas em quase todos os caso Instantâneos Isolados ao invés de serem designados como estágios em um processo de desenvolvimento". (3; pág.-1O).

Isto significa que ele não assume previamente as estruturas matemáticas como tais e trabalha a partir dessa certeza, mas que pergunta "qual a estrutura matemática desse fenômeno que olho, por exemplo, o comprimento?" Supõe que só a partir da compreensão e interpretação dessa estrutura é que uma fenomenologia didática pode ser realizada.