

ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA: MODOS PELOS QUAIS SÃO VIVENCIADOS POR PROFESSORES NA COLÔMBIA

TEACHING AND LEARNING OF ALGEBRA: WAYS IN WHICH THEY ARE EXPERIENCED BY TEACHERS IN COLOMBIA

Arley Zamir Chaparro Cardozo¹.

Maria Aparecida Viaggiani Bicudo²

Resumo: O objetivo deste artigo é compreender como professores de ensino médio na Colômbia concebem álgebra e como realizam o seu ensino, no exercício de sua profissão. Para tanto, foram realizadas entrevistas com professores de escola desse nível de ensino médio, na Colômbia, que estão ensinando Álgebra. Mediante as análises e interpretações realizadas, foram evidenciados os modos pelos quais eles percebem e entendem o ensino e a aprendizagem da Álgebra, bem como os desafios que enfrentam no exercício de sua profissão. As análises e respectivas interpretações evidenciaram que há uma transição brusca na passagem do ensino entre Aritmética e Álgebra o que é um desafio contínuo e persistente, e ainda presente nas práticas escolares atuais. Evidenciaram, também, que a transição da “Álgebra da escola” para a “Álgebra da universidade” mostra haver um percurso de crescente abstração da Álgebra, sem que as ideias nucleares à Álgebra sejam explicitadas, de modo que a disciplina fica, muitas vezes, no âmbito de atividades que operam no âmbito de um conjunto de procedimentos operatórios.

Palavras chave: Educação Matemática. Pesquisa Qualitativa. Análise fenomenológica hermenêutica. Ensino de Álgebra. Compreensão de Álgebra.

Abstract: This article aims to understand how high school teachers in Colombia conceive algebra and how they carry out its teaching in their professional practice. To this end, interviews were conducted with teachers from a high school in Colombia who are teaching Algebra. Through analysis and interpretation, the ways in which they perceive and understand the teaching and learning of Algebra were highlighted, as well as the challenges they face in their profession. The analyses and corresponding interpretations revealed that there is an abrupt transition between the teaching of Arithmetic and Algebra, which remains a continuous and persistent challenge in current school practices. Furthermore, they showed that the transition from "school Algebra" to "university Algebra" indicates a trajectory of increasing abstraction in Algebra, without making its core ideas explicit. As a result, the subject often remains within the scope of activities that operate merely at the level of procedural operations.

Keywords: Mathematics Education. Qualitative Research. Hermeneutic Phenomenological Analysis. Teaching of Algebra. Understanding of Algebra.

1 O tratado neste artigo

A compreensão das concepções sobre a Álgebra e seu ensino é importante para identificar lacunas e oportunidades de aprimoramento na formação de professores, visando

¹ Chaparro-Cardozo, Arley Zamir. Mestre, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC). Doutorando, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro. São Paulo. Brasil.
e-mail: zamir.chaparro@unesp.br <https://orcid.org/0000-0002-1639-0184>

² Bicudo, Maria A.V. Doutora. Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro. São Paulo. Brasil, Pesquisadora CNPq 1-A. e-mail: mariabicudo@gmail.com <http://orcid.org/0000-0002-3533-169X>

à melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem dessa disciplina. Doerr (2004) aponta que um dos principais obstáculos para mudar o modo pelo qual a Álgebra é ensinada parece ser a falta de uma base substancial de pesquisas sobre o conhecimento e a prática dos professores no ensino de Álgebra. Segundo esse autor (Doerr, 2004),

[a]s pesquisas sobre o aprendizado de álgebra tendem a se concentrar na natureza algébrica das tarefas matemáticas, no desenvolvimento de ideias pelos alunos e, em alguns casos, na influência da tecnologia, mas raramente o foco do estudo incide nos professores, na natureza e desenvolvimento de seus conhecimentos e práticas de ensino³ (p.270, tradução nossa)

Esse autor expõe seu entendimento de que, combinada com a escassez de pesquisas sobre o conhecimento docente, essa realidade aponta para uma necessidade de descrever e explicar o que é que os professores precisam saber para ensinar Álgebra e como é que esse conhecimento é desenvolvido por professores novatos e por professores experientes.

O tratado neste artigo vai ao encontro dessas argumentações, pois seu objetivo é compreender como professores de ensino médio na Colômbia concebem álgebra e como realizam o seu ensino, no exercício de sua profissão. Para tanto, foram realizadas entrevistas com professores de uma escola desse nível de ensino, na Colômbia, que estão ensinando Álgebra. Mediante as análises e interpretações realizadas, buscamos evidenciar como eles percebem e entendem o ensino e a aprendizagem da Álgebra, bem como os desafios que enfrentam no exercício de sua profissão.

2 Procedimentos

A pesquisa, aqui reportada, se enquadra no âmbito da pesquisa qualitativa. Assumimos uma abordagem qualitativa, com base na fenomenologia, uma vez que nossa intenção é compreender o fenômeno estudado, qual seja, *como os professores compreendem a álgebra que ensinam e o ensino que realizam*. Ficamos atentos ao que se foi mostrando, nas entrevistas realizadas, destacando qualidades, sentidos que se iam evidenciando e significados expressos pela linguagem, mediante a qual os depoentes se expressaram nas entrevistas que realizamos.

³ The research on algebra learning has tended to focus on the algebraic nature of the mathematical tasks, the development of ideas by the learners, and, in some cases, on the influence of the technology, but rarely are the teachers, and the nature and development of their knowledge and teaching practices, the focus of the study.

Foram entrevistados 06 professores que se dispuseram a dar seu depoimento sobre o fenômeno aqui investigado, a respeito dos quais falaremos mais adiante neste artigo. Essas entrevistas foram disparadas pela pergunta “Se você tivesse que explicar para alguém (outro professor ou aluno ou um cidadão comum) sua compreensão sobre a Álgebra e seu ensino, o que diria? “. Os depoentes, denominados nesta pesquisa como *sujeitos significativos*⁴, foram convidados a expor suas compreensões e lembranças enlaçadas por essa pergunta, de modo livre. Ou seja, as entrevistas foram abertas, sem um roteiro previamente estabelecido. O pesquisador, ao se apresentar, esclareceu o objeto da investigação, a importância dos depoimentos deles e lhes foi afirmado que suas identidades seriam mantidas em sigilo. Perguntou-lhes, ainda, se autorizavam a gravação das suas falas. Dados os esclarecimentos e obtidas as autorizações, as entrevistas foram gravadas e, posteriormente transcritas em *verbatim*, isto é, na linguagem do sujeito. Os depoimentos transcritos transformaram-se em textos escritos, os quais se constituíram o material da análise e da interpretação. Em consonância com o objetivo acima exposto, nas análises realizadas concentramos nossa atenção nas concepções que os professores de Matemática manifestam sobre a Álgebra e seu ensino. E nossas análises as ditas concepções, expressas pelos *sujeitos significativos* não privilegiaram conceitos, os quais poderiam ser repetições do exposto na literatura por eles estudada, porém incidiu na explicitação das ideias apresentadas.

Realizamos uma análise *fenomenológico-hermenêutica*, o que exige o enxerto hermenêutico. A seguir, explicitamos esse procedimento e como nós o realizamos na investigação que sustenta este artigo.

Na investigação fenomenológica, o fenômeno é olhado em todos os modos pelos quais ele se manifesta. O pesquisador assume uma postura que busca *ir-à-coisa-mesma*⁵, passível de ser manifesta mediante os modos pelos quais o fenômeno, foco da pergunta

⁴ “Sujeito significativo é considerado aquele que vivencia o fenômeno investigado no contexto tomado como importante para a pesquisa, de acordo com a pergunta orientadora” (Lammoglia Bruna, 2013, p. 176).

⁵ Husserl (2002) “[p]ropõe a “*volta às coisas mesmas*”, interessando-se pelo puro fenômeno tal como se torna presente e se mostra à consciência. [...] E fenômeno é tudo aquilo de que podemos ter consciência, de qualquer modo que seja. Fenomenologia, no sentido husserliano, será pois o estudo dos fenômenos puros,” (p.12, grifos do autor).

indagadora, se evidencia ao olhar daquele que busca compreendê-lo. Na pesquisa, aqui mencionada, a “coisa-mesma” é a Álgebra e o modo de ela ser compreendida por professores em exercício de sua profissão que contribuem com a formação de futuros professores de Matemática. Essa postura assumida nos conduz a proceder hermeneuticamente, uma vez que a interpretação não se dá de modo arbitrário, mas sim em um movimento dialógico entre a experiência vivenciada pelo depoente e por ele descrita e a estrutura de significação que a sustenta.

2.2 Especificando os sujeitos significativos e o modo de realizar as entrevistas

Para obter os dados significativos que estejam em correspondência com a interrogação e a perspectiva de pesquisa assumida, fomos na busca dos sujeitos significativos, isto é, professores que possam dizer de experiências por eles vivenciadas, sobre o fenômeno investigado. Focamos nossa atenção em um dos primeiros programas de Licenciatura em Matemática na Colômbia e nas escolas onde os alunos do último semestre dessa licenciatura realizam seus estágios. Contamos com a participação voluntária de seis professores de Matemática que lecionam no Ensino Médio em escolas parceiras do referido programa, os quais também atuam como supervisores de estágio dos licenciandos. Para referirmos aos professores de escola usaremos a seguinte notação: P1E, P2E, até P6E.

Segundo Kvale (2011), o foco das entrevistas em pesquisas qualitativas é o mundo-da-vida, observado na particularidade do cotidiano vivenciado por esses sujeitos. Em particular, na pesquisa de orientação fenomenológica,

[a] entrevista não segue um questionário pré-elaborado, pois, neste caso, o pesquisador estaria direcionando o dito pelo entrevistado e partindo de a prioris. Há sim uma interrogação: a do pesquisador. Esta é transformada em pergunta disparadora da entrevista que, para ser realizada e gravada, há que haver concordância por escrito e assinada pelo entrevistado. Deve acontecer ao modo de um diálogo em que o pesquisador fique atento ao dito, ouvindo o exposto. Nesse ouvir, algumas pequenas intervenções podem ocorrer e cujo sentido se faz na realidade que está sendo vivenciada por ambos (pesquisador e entrevistado) (Bicudo, 2020a, p.53).

Para estimular o diálogo com os sujeitos significativos, realizamos a seguinte pergunta disparadora: *Se você tivesse que explicar para alguém (outro professor ou aluno ou um cidadão comum) sua compreensão sobre a Álgebra e seu ensino, o que diria?* Após realizar as entrevistas, que foram gravadas e nós ouvimos atentamente as gravações várias vezes e as transcrevemos na íntegra, formando o *corpus textual* a ser analisado.

2.3 A interpretação no movimento de análise dos depoimentos

Considerando que o movimento de análise está intrinsecamente ligado à visão de mundo e realidade assumida por nós na pesquisa, e tendo como horizonte a busca pela compreensão, nosso interesse se centrou na busca de sentidos e significados que, ao serem expressos, trazem relatos das vivências dos sujeitos significativos sobre Álgebra e seu ensino. O movimento fenomenológico, com enxerto hermenêutico, se articula como sendo o *logos* que sustenta nossos procedimentos de análise do *corpus textual*. Assim, pela via da fenomenologia, buscamos dilucidar a estrutura do fenômeno, com ajuda das reduções fenomenológicas, e pela via da hermenêutica buscamos compreender o que significa o apontado nessa estrutura.

Conforme Bicudo (2011) os procedimentos da abordagem fenomenológica visam dois momentos, a análise ideográfica e a análise nomotética. No movimento de análise ideográfica, inicialmente realizamos a leitura atenta e cuidadosa das transcrições para compreendê-las em sua totalidade. A seguir, debruçamo-nos sobre os depoimentos, tendo em vista destacar as passagens que fazem sentido para nós, pesquisadores, condizentes com a pergunta norteadora, as quais denominamos Unidades de Sentido – US. Nesses destaques, sublinhamos palavras ou afirmações que, conforme nosso entendimento, solicitam explicitações, para que o dito pelo depoente se abra à nossa compreensão e à de nossos leitores. Com o auxílio da hermenêutica buscamos abrir sentidos e significados desses destaques, possibilitando a elaboração das Unidades Significativas – USg, que buscam expressar o que é dito pelo sujeito de forma mais clara, porém sem mudar o sentido do dito, no intuito de ir desvelando as muitas camadas que velam, ou seja, cobrem, o fenômeno. Na seguinte figura apresentamos um exemplo de unidade analítica no movimento de Análise Ideográfica. Os professores foram indicados por P1E, P2E, P3E, P4E, P5E e P6E, tendo em vista distinguir cada depoimento. Em seus depoimentos foram destacadas as US – Unidade de sentidos, enumeradas, por exemplo, para o professor P1E, como US1.P1E, US2.P1E, etc. e assim para cada depoente. Estas US, após a análise do que diz essa unidade, com o auxílio do enxerto hermenêutico, foram transformadas em USg – Unidades de significado, as quais também enumeramos, por exemplo, para o professor P1E, como USg1.P1E, USg2.P1E, etc. e assim com cada depoente. Esse foi o movimento realizado na análise ideográfica.

Figura 1 Exemplo de unidade analítica no movimento de análise ideográfica

Unidade de Sentido: fragmento de texto (neste exemplo o número 7) destacado do dito pelo sujeito P1E.

Tradução da Unidade de Sentido

Espanhol → Português

Abrindo sentidos e significados do dito pelo sujeito P1E nas US.

Código USg: Neste exemplo, a Unidade de Significado 7 está associada ao sujeito P1E.

Unidade de Significado: asserções articuladas na linguagem do pesquisador

Sentenças que expressam as ideias centrais na USg

US7.P1E. [...] yo digo la parte de álgebra ellos la inician cuando empezamos a trabajar la parte de ecuaciones, ¿sí?, [...] de poder pasar del lenguaje verbal al lenguaje simbólico algunas expresiones para resolver algunos problemas.

Tradução: eu digo que eles começam a parte de álgebra quando a gente começa a trabalhar a parte de equações, certo? de [...] poder passar da linguagem verbal para a linguagem simbólica algumas expressões para resolver alguns problemas.

Excerto Hermenêutico: Ao dizer “eu digo” o professor toma posição sobre o modo como ele entende que se deve iniciar o ensino da Álgebra na escola. Ele enfatiza que este início deve realizar-se a partir do trabalho com equações. O tipo de equações que a professora se refere são aquelas de primeiro grau que incorporam valores inteiros, como se estabelece nos Estândares Curriculares de Matemática do MEN para 6 e 7 ano de Ensino Básico. Do dito por P1E, busca-se que nas atividades de aula seja estimulada a necessidade de uma linguagem que permita comunicar os modos de compreender a variável e seus diferentes significados. Ao se referir a “poder passar”, ele indica que o estudo de equações possibilita, ou pode ser uma ponte, entre a linguagem verbal e a linguagem simbólica. Ao contemplar esse caminho, parece que o professor P1E está preocupado em que o estudante consiga dar sentido as expressões Algébricas, assim ele entende que isto pode ocorrer quando o estudante preenche de sentido a variável, enquanto esta assume ou não um valor determinado. Este modo de trabalhar o ensino da Álgebra, via um acesso intuitivo da linguagem verbal para a linguagem simbólica de expressões, tem por meta, conforme o depoente, que o aluno possa resolver problemas.

{ **Usg7. P1E.** Para professor P1E os alunos inician o trabalho com a Álgebra quando trabalham com equações. E de esse modo, os alunos podem passar expressões da linguagem verbal para a linguagem simbólica, com o finalidade de resolver problemas.

O que diz essa US:

- *Início do trabalho com Álgebra na escola
- *Transição entre linguagens comum e a algébrica
- *Propósito de ensino da Álgebra

Fonte: Elaboração própria.

Realizada a análise ideográfica, listamos todas as USg nelas obtidas e mediante um exame exaustivo das articulações de sentido das Unidades de Significado –USg. Mediante um trabalho do pensar, sempre perguntando pelo que diz essa USg, caminhamos em direção de reunir ideias convergentes, realizando reduções fenomenológicas. O primeiro movimento realizado nesse pensar as convergências de ideias conduz à articulação das primeiras convergências, que denominamos, nesta pesquisa, de Núcleos de Significado – NS; ele expressa ideias mais abrangentes do que aquelas individuais, trazidas em cada USg. Esses NS, por sua vez, são tomados em um novo movimento de redução, sempre orientado pela pergunta: o que diz? Qual a ideia que está expressando? Realizamos, assim, o segundo movimento de redução. Articulamos núcleos de ideias mais

abrangentes em relação ao NS e, então constituímos o que estamos chamando de Núcleo de Ideias – NI. Desse modo, no quadro 1 apresentamos a matriz de co-ocorrência das USg, onde buscamos mostrar as convergências no movimento de reduções fenomenológicas para o primeiro Núcleo de Ideias (NI1.PE), das análises das entrevistas realizadas aos professores de escola que lecionam em ensino médio.

Quadro 1: Núcleo de Ideias obtido como resultado do movimento de reduções fenomenológicas dos depoimentos dos professores de escola.

Núcleo de ideias	Núcleo de significado	P1E	P2E	P3E	P4E	P5E	P6E
NI1.PE Experiências vivenciadas com o Ensino e Aprendizagem da Álgebra	NS1.PE Influência do livro “Álgebra de Baldor” e o modo de ser implementado	USg2.P1E	USg1.P2E USg3.P2E USg4.P2E	USg1.P3E		USg2.P5E	USg1.P6E USg2.P6E
	NS2.PE Experiências acerca do método de ensino da Álgebra	USg1.P1E USg6.P1E USg10.P1E USg11.P1E USg12.P1E	USg2.P2E USg3.P2E	USg2.P3E	USg1.P4E USg2.P4E USg6.P4E	USg1.P5E USg2.P5E USg3.P5E USg6.P5E	USg1.P6E USg2.P6E USg3.P6E USg5.P6E
	NS3.PE Interesses e motivações expressos	USg2.P1E	USg1.P2E USg3.P2E	USg1.P3E USg5.P3E	USg6.P4E		
	NS4.PE Modos de perceber a Álgebra	USg4.P1E	USg4.P2E USg6.P2E USg12.P2E USg13.P2E	USg1.P3E USg3.P3E		USg1.P5E USg3.P5E USg6.P5E	USg4.P6E
	NS5.PE Transição e confronto entre ensino escolar e universitário	USg3.P1E USg5.P1E	USg4.P2E USg5.P2E USg13.P2E	USg2.P3E USg3.P53	USg2.P4E	USg3.P5E USg6.P5E	USg3.P6E USg8.P6E

Fonte: elaboração própria

3 Interpretando o Núcleo de ideias

No movimento de análise fenomenológico-hermenêutico, este Núcleo de Ideias —NI1.PE— se concentra nas vivências dos professores de ensino médio que expressam modos de eles se darem conta de aspectos significativos ao ensino e à aprendizagem da Álgebra, abrangendo tanto o período em que foram alunos, no ensino Médio e na Universidade, quanto no exercício de sua profissão enquanto docentes. Na figura 2 são apresentados os núcleos de significado que constituem o núcleo NI1.PE.

A análise fenomenológica das entrevistas com os professores evidencia a influência significativa do livro “Álgebra de Baldor” no ensino da Álgebra —Ns1.PE—, consolidando-se como referência central na tradição do ensino da disciplina. O livro

“Álgebra de Baldor”, escrito pelo professor e matemático cubano Aurelio Baldor⁶, tem sido uma referência destacada desde os anos 60 e 70 para o ensino desta disciplina nos níveis de ensino básico em vários países da América Latina e Caribe. Até hoje, professores o utilizam, seja em sua totalidade ou como uma referência básica. Este livro contém variados exercícios de mecanização e problemas que, embora não tenham aplicações concretas, focam na manipulação de símbolos e na aplicação de regras (Gómez, 2021). Reconhecido por sua vasta oferta de exercícios, o livro é valorizado por estimular a prática algébrica (USg2.P6E), embora receba críticas por sua abordagem mecanicista e carência de problemas contextualizados (USg2.P1E).

Os professores apontam que a formação em Álgebra foi amplamente baseada no livro “Álgebra de Baldor”, exceto no caso da professora P4E. A metodologia de ensino predominante envolvia explicações dos professores seguidas pela resolução de exercícios da seção “miscelânea” do livro. Ao se referir à sua experiência vivenciada na aprendizagem da Álgebra, um depoente afirmou que: “a Álgebra era estudada com a cartilha de toda a vida! que ainda continua sendo usada, a Álgebra de Baldor” (US2.P5E), destacando a tradição e a autoridade do livro no ensino da álgebra até hoje.

A partir do dito pela professora P6E, podemos dilucidar que o livro “Álgebra de Baldor” tem um papel significativo em duas tradições distintas. Por um lado, ele está inserido na tradição pedagógica, servindo como referência consolidada no ensino de Álgebra ao longo do tempo, por meio de métodos e práticas educacionais. De outro lado, o livro faz parte da tradição escolar mais ampla, sendo um legado histórico enraizado na cultura e identidade das instituições de ensino. Assim, entendemos que o livro “Álgebra de Baldor” adquiriu o status de uma obra de autoridade, influenciando o ensino e a aprendizagem da Álgebra em vários países da América Latina e Caribe. Nesse contexto, o livro enfatiza a concepção da Álgebra, principalmente como o tratamento sintático de expressões algébricas, mediante um trabalho sistemático e intensivo focado na resolução de exercícios, que constitui o método de ensino adotado.

⁶ Aurelio Baldor (1906-1976) foi um professor e matemático cubano. Ele é conhecido por ter escrito o livro Álgebra de Baldor, que é um clássico da educação algébrica em América Latina. Fonte: <https://www.senalcolombia.tv/cultura/quien-invento-algebra-de-baldor-aurelio-biografia>

As experiências de ensino da Álgebra, conforme trazido em *Ns2.PE*, são um fator significativo neste núcleo de ideias analisado. Os professores refletem sobre suas vivências, tanto como alunos quanto como docentes, revelando a influência dessas experiências em suas práticas atuais. Em USg2.P1E, o professor destaca a introdução abrupta da Álgebra no oitavo ano, marcando uma transição repentina da Aritmética para a Álgebra. Na Colômbia, essa mudança abrupta remonta aos currículos de 1967 e persiste até hoje, implícita nas práticas escolares. A professora P6E aponta a falta de uma transição gradual entre Aritmética e Álgebra, enquanto o professor P5E descreve a transição repentina como desconexa e geradora de estranhamento, afirmando que o ensino da Álgebra “o tirava de contexto”, evidenciando a passagem abrupta de operar com números para operar com letras. Além disso, os professores relataram que, como alunos, as aulas seguiam uma sequência fixa: teoria, exemplos e exercícios do livro “Álgebra de Baldor”, seguidos por problemas de aplicação limitados a situações concretas, frequentemente descontextualizados. Essa dinâmica é corroborada nas unidades USg2.P2E, USg1.P4E, USg1.P1E, USg2.P5E e USg1.P6E.

Um aspecto emergente neste núcleo de ideias são as percepções dos entrevistados sobre a interação entre professores e alunos no ensino da Álgebra, conforme *Ns3.PE*. O professor P2E, na unidade de significado Usg2.P2E, destaca que, em sua época de aluno, os professores mantinham uma postura extremamente rigorosa, focada na manutenção da ordem nas aulas. De forma similar, na unidade Usg3.P2E ressalta o papel central do professor nas atividades em sala de aula, frequentemente concentrado na prática expositiva do conteúdo.

Por outro lado, o professor P6E compartilha um relato negativo de sua vivência como estudante. Ele diz: *naquela época, fiquei com raiva por ele [o professor] ter me tratado mal*, por isso, ele defende a necessidade de revisar a abordagem tradicional de repreensão no ensino da Matemática, sugerindo que, em vez de usar a Álgebra como instrumento punitivo ou ferramenta coercitiva, é importante adotar estratégias que incentivem os alunos a se interessarem pela disciplina (Usg6.P5E). Ele destaca, ainda, que, ao serem submetidos a métodos coercitivos, os alunos não desenvolvem uma relação significativa e crítica com a disciplina.

Entre os aspectos relevantes analisados neste Núcleo de Ideias, destaca-se a forma como os professores compreendem a Álgebra, *Ns4.PE*. Suas compreensões sobre a Álgebra variam entre os professores entrevistados. Nesse contexto, sua compreensão se caracteriza por uma vivência direta e imediata, desprovida de mediações conceituais prévias, configurando-se como um fenômeno experiencial intrinsecamente ligado às práticas do ensino e da aprendizagem da Álgebra. A professora P4E expressa apreço especial por as equações lineares, indicando uma experiência positiva e significativa relacionada a esse conteúdo específico (USg6.P4E). Já o professor P3E valoriza o método do livro “Álgebra de Baldor”, que, apesar considerá-lo desafiador, estimulava seu interesse (USg1.P3E). O professor P1E também se refere ao mesmo livro, manifestado que sentia satisfação na prática dos exercícios, o que consolidou um vínculo positivo com a disciplina (USg2.P1E). Contudo, o professor P2E inicialmente via a Álgebra como exercícios repetitivos, mas passou a apreciá-la pelos problemas de aplicação (USg3.P2E).

Para o professor P2E, a Álgebra é o *quid*⁷ da Matemática no Ensino Médio, articulada à Geometria e Trigonometria e aplicável a diversas situações, mas ressalta que sua aplicabilidade e importância se revela progressivamente, no decorrer de uma reflexão atenta sobre as experiências vivenciadas ao trabalhar com a Álgebra (USg13.P2E). Um modo recorrente de compreender a Álgebra está frequentemente associado às práticas matemáticas que envolvem operações com números e letras. Assim, a professora P6E reforça uma visão tradicional, onde o sentido da Álgebra emerge da prática de exercícios (USg4.P6E). Conforme interpretamos, essa visão, influenciada pelo enfoque de ensino adotado no livro “Álgebra de Baldor”, pode reforçar a ideia de que o uso de letras na Álgebra é algo enigmático ou complexo, destinado unicamente a criar um senso de “mistificação”, como apontado por Russell (2010).

Outra perspectiva sugere que a Álgebra seja vista como uma atividade matemática. Sob essa ótica, a Álgebra é frequentemente compreendida, não tanto por meio dos objetos em si, mas pelo modo pelo qual interagimos com eles. Há, portanto, um certo consenso a respeito de quais são as ideias centrais da álgebra: equações, cálculo literal, funções, entre outras. Como destacado por Arcavi, Drijvers e Stacey (2017), a

⁷ Segundo o dicionário Houaiss, o termo *quid* é um substantivo que vem do latim, que expressa o cerne, o ponto difícil. Dicionário Eletrônico, versão 3.0 – Junho de 2009.

ideia de “atividade” ou “ação” também sugere que a Álgebra pode ser vista como um conjunto de procedimentos ou manipulações, com foco nas transformações dos objetos e não na natureza dos objetos matemáticos em si. Contudo, Freudenthal, como citado por Arcavi *et al.* (2017), alerta para os perigos do automatismo que eliminam a reflexão, afirmando: “Finalmente dominamos uma atividade tão perfeitamente que a questão de como e por que não é mais perguntada, não pode mais ser feita e nem mesmo é mais entendida como uma questão significativa e relevante”⁸ (p.87, tradução nossa).

O professor P5E descreve sua percepção inicial sobre a aprendizagem da Álgebra como uma disciplina “muito ambígua” (USg1.P5E). Drouhard e Teppop (2004) destacam que uma característica marcante das expressões algébricas é sua capacidade de serem compactas e poderosas. Contudo, essa mesma natureza simbólica, apesar de eficiente, também carrega um elevado potencial de “ambiguidade”, o que torna os escritos simbólicos excessivamente opacos para os alunos (Drouhard e Teppop, 2004).

Os modos de ver a Álgebra, conforme as experiências formativas na graduação, apresentam variações significativas entre os professores da educação básica entrevistados. O professor P1E e P4E apontam que a Álgebra se torna progressivamente mais abstrata com o avanço dos estudos, seja pela transição da “Álgebra da escola” para a “Álgebra da universidade” ou pelo aprofundamento na disciplina, que evolui de conceitos iniciais mais concretos e ligados a números e operações para teorias e estruturas complexas, como grupos, anéis e campos (USg4.P1E; USg2.P4E). Por sua vez, o professor P3E relata que, ao longo da graduação, passou a reconhecer a aplicabilidade da Álgebra no cotidiano, compreendendo-a como algo “inserido na vida” (USg3.P3E). Esses relatos, conforme interpretamos, mostram como desafios e práticas significativas ao trabalharem com a Álgebra moldaram a compreensão, as motivações, interesses e concepções desses professores ao longo de sua trajetória escolar.

Por fim, o trazido neste Núcleo de Ideias destaca a transição e o confronto entre o ensino escolar e o universitário, *Ns5.PE*. A professora P6E destaca que um dos temas principais de Álgebra no decorrer do ensino básico e médio são os casos de fatoração,

⁸ One finally masters an activity so perfectly that the question of how and why is not asked any more, cannot be asked any more, and is not even understood any more as a meaningful and relevant question.

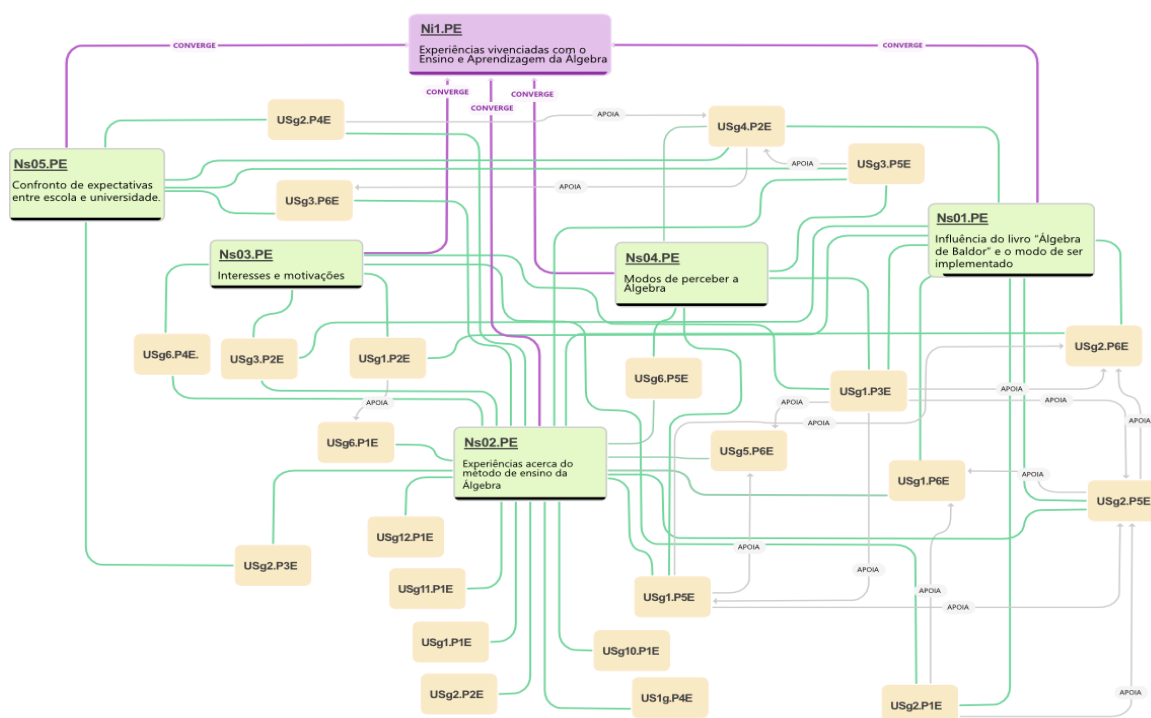
que são amplamente utilizados em níveis mais avançados de estudo, inclusive na universidade. Em contraste, o professor P3, P5 e P6 P5E relatam que, na graduação, os tópicos de Álgebra são tratados de maneira superficial, aparecendo apenas em aplicações *em um nível procedimental* (USg3.P6). Com isso eles buscam dizer que, a Álgebra, conforme concebida em ensino médio, não é abordada de forma explícita na graduação, sendo considerada uma base fundamental implícita, frequentemente diluída entre tópicos avançados de disciplinas com conteúdo de Matemática (USg3.P5E). Essa perspectiva revela indícios de uma desarticulação entre a Álgebra ensinada na educação básica e a abordagem mais abstrata e subentendida adotada no ensino superior. Esses relatos apontam para o advertido por Usiskin (1995), que afirma: “[...] a álgebra ensinada na escola média tem uma conotação muito diferente daquela ensinada em cursos superiores de matemática” (p.9). Tal perspectiva, conforme compreendemos, evidencia um “hiato” entre os saberes construídos na educação básica e os conceitos abordados no ensino superior.

De outra parte, segundo o narrado pelo professor P2E,

ao terminar os estudos na escola, a ilusão dele era continuar na graduação, na licenciatura em Matemática, a trabalhar com “essa Álgebra”, referindo-se desse modo, à maneira como a Álgebra é abordada no texto escolar “Álgebra de Baldor”. Entretanto, ele ficou surpreso, pois esse “tipo de álgebra” não era trabalhada na universidade, do modo como ele acreditava. [...] Contudo, ele manifesta que viu de novo esse “tipo de Álgebra” ao finalizar a graduação, quando teve que fazer o estágio. [...] O professor P2E também manifesta enfaticamente que os temas trabalhados na universidade são totalmente diferentes dos que ele está ensinando na escola (enxerto hermenêutico USg4.P2E).

Além disso, o professor P2E destaca o sentimento de angústia vivenciado quando, ao finalizar a graduação, teve que iniciar o estágio em uma escola (USg5.P2E). Ainda, nesse depoimento, evidencia-se o desafio enfrentado pelos professores no início do exercício de sua profissão, marcado pela transição abrupta da teoria acadêmica para a prática docente em sala de aula. Esses depoimentos revelam uma perspectiva distinta sobre o “hiato”, entre o conhecimento adquirido no ensino superior e o conhecimento que realmente o professor de Matemática, no exercício de sua profissão, ensina na escola com base no aprendizado universitário.

Figura 2: Representação da rede de articulação dos Núcleos de Sentido que constituem o Núcleo de Ideias NI1.PE.



Fonte: elaboração própria

4 Apresentando uma compreensão do investigado

Na perspectiva da *história efetual*⁹, que permeia as articulações trazidas neste Núcleo de Ideias, NI1.PE, evidencia-se a relevância do livro “Álgebra de Baldor” como um elemento representativo de uma tradição pedagógica que molda, de maneira particular, as concepções e metodologias associadas ao ensino da Álgebra. O livro “Álgebra de Baldor” ultrapassa a simples função de material didático, tornando-se um símbolo da tradição e a sedimentação de determinadas práticas educacionais. Nesse sentido, sua incorporação ao ensino da Álgebra escolar na Colômbia emerge como objeto de debate, suscitando reflexões sobre a permanência e a transformação das práticas educacionais.

As significações subjacentes às narrativas dos professores entrevistados oferecem aspectos que possibilitam desvelar como as experiências vivências ao longo de sua trajetória escolar, tanto como alunos quanto em suas práticas docentes, moldaram as motivações e percepções em relação à Álgebra e seu ensino, evidenciando desafios no

⁹ Nesse sentido, Gadamer (2011) manifesta que “isso é exatamente o que se tem de reter para a análise da consciência da história efetual: que ela tem a estrutura da *experiência*” (p. 512, grifos do autor)

ensino e a aprendizagem dessa disciplina. Nos depoimentos se evidencia que a transição brusca entre Aritmética e Álgebra é um desafio contínuo e persistente, e ainda presente nas práticas escolares atuais. Além disso, a transição da “Álgebra da escola” para a “Álgebra da universidade” evidencia a percepção de um percurso de crescente abstração da Álgebra, no qual a disciplina deixa de ser apenas um conjunto de procedimentos operatórios. A tensão entre a mecanização do ensino e a necessidade de reflexão conceitual, destacada por autores como Freudenthal e Arcavi et al. (2017), sugere que a abordagem de ensino adotada pode ter uma influência significativa na forma como os alunos e futuros professores de Matemática compreendem e trabalham com Álgebra. No entanto, o reconhecimento gradual da aplicabilidade da Álgebra e sua articulação com outras áreas da Matemática, como apontado por alguns dos professores entrevistados, sugere a necessidade de práticas pedagógicas que ampliem a compreensão conceitual e contextualizada da disciplina.

A análise dos depoimentos evidencia um descompasso significativo entre o ensino de Álgebra na educação básica e no ensino superior na formação de professores de Matemática. Enquanto a Álgebra escolar é focada principalmente em procedimentos operatórios e técnicas de manipulação simbólica, sua presença na graduação se torna mais implícita, sendo tratada de forma mais abstrata e formal. O relato do docente P2E ilustra um desafio central na formação de professores de Matemática: a dificuldade de conectar a teoria acadêmica e as ideias que ela traz com a prática pedagógica.

Diante desse cenário, que emerge da perspectiva dos relatos trazidos pelos professores de escola, consideramos pertinente repensar a articulação entre a Álgebra ensinada na escola e sua abordagem na universidade, de modo a minimizar o “hiato” entre esses dois contextos. Consideramos que a formação de futuros professores de Matemática deve promover um currículo integrado, que equilibre o rigor conceitual, as ideias que veiculam e as demandas práticas do ensino básico, preparando os licenciandos para uma transição mais fluida e consciente entre a teoria e o que ela diz e a prática didática que deveria trabalhar primeiro com as ideias, seus sentidos e significados, para então trazê-las em linguagem mais formalizada e aplicabilidades possíveis. Da análise fenomenológico-hermenêutico deste Núcleo de Ideias, NI1.PE, compreendemos ser preciso delinear um currículo mais articulado com ideias algébricas, modos de elas serem ditas na linguagem algébrica, modos de proceder algebricamente, atividades pedagógicas

em que os alunos possam descrever o seu pensamento e suas ações ao realizar atividades com Álgebra, retomando suas ações, seu pensamento e refletindo sobre eles, tanto individualmente, quanto em grupo para compartilhar compreensões. Entendemos que talvez esse seja um caminho para se sair de uma formação docente embasada em repetição, em hiatos obscuros e caminhar-se em direção à clareza do que se faz e do conteúdo com o qual se trabalha.

Referências

ARCAVI Abraham, DRIJVERS Paul & STACEY Kaye. **The Learning And Teaching Of Algebra: Ideas, Insights, and Activities**. London and New York: Routledge, 2017.

BICUDO, Maria. Pesquisa Fenomenológica em Educação: Possibilidades e desafios. **Revista Paradigma** (S. L.), Vol. XLI, 2020. p. 30 – 56,

BICUDO, Maria. Aspectos da pesquisa qualitativa efetuada em uma abordagem fenomenológica. In: Bicudo Maria. (Org.). **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011. 29 – 40.

DOERR, Helen M. Teachers' Knowledge and the Teaching of Algebra. In: Stacey K., Chick H. & Kendal M. (Edit). **The Future of the Teaching and Learning of Algebra The 12th ICMI Study**. New York: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 265 – 290.

DROUHARD Jean-Philippe & TEPPON Anne. Symbols and Language. In: Stacey K., Chick H. & Kendal M. (Edit). **The Future of the Teaching and Learning of Algebra The 12th ICMI Study**. New York: KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 2004. p. 227 – 265

GADAMER, Hans-Georg. **Verdade e método: Traços fundamentais de uma hermenêutica filosófica**. Tradução: GIACHINI, Enio P. Petrópolis, RJ: Vozes, 631p, 2011a.

GÓMEZ, Alfonso. Implementación de la matemática moderna en Colombia: serie matemática moderna estructurada. **Palobra**, 21(1), p.24 – 42, 2021.

HUSSERL, Edmund. **A crise da humanidade europeia e a filosofia**. Tradução: Urbano Zilles, Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002.

KVALE Steiner. **Las entrevistas en Investigación Cualitativa**. traducción: Blanco, C. Madrid: Ediciones Morata, S. L., 2011.

LAMMOGLIA, Bruna. **O sistema de avaliação de rendimento escolar do Estado de São Paulo (SARESP) em escolas da Rede Estadual de Ensino**. 2013. Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro, 2013.

RUSSELL, Bertrand. **Misticismo y Lógica y otros ensayos**. Trad. Jordan Santiago. Barcelona: Edhasa, 2010.

USISKIN Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: **As ideias da Álgebra**. Organizadores: Arthur F Coxford. Alberto Shulte; Traduzido por Hygino H Domingues - São Paulo Atual. 1995. p.9 – 22